ELEMENTI DI FISICA

ESPOSTI DAL P. D.

GIOVANNI CRIVELLI

CHERICO REGOLARE SOMASCO

In questa seconda edizione accresciuti e migliorati.

S' aggiungono dell' istesso autore due Dissertazioni

SULLE LEGGI DEL MOTO,

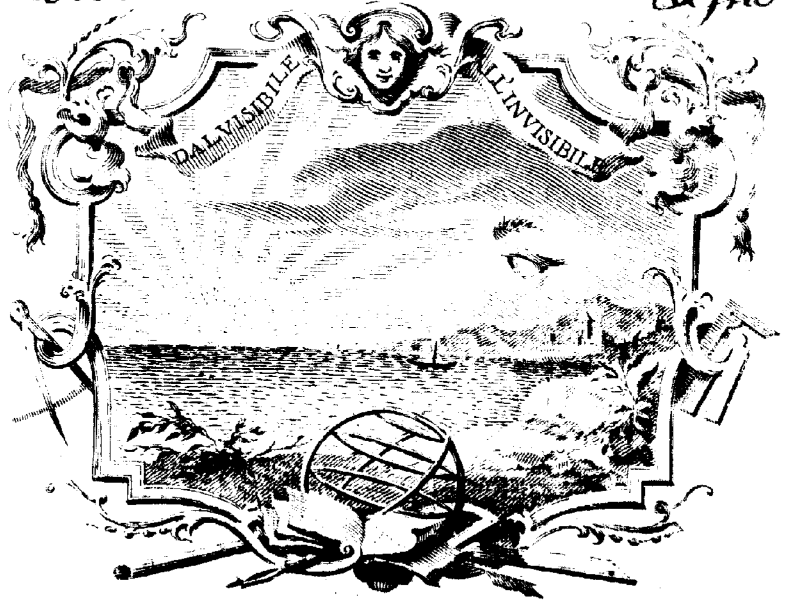
E DELL'ESTIMAZIONE DELLE FORZE VIVE,

Ed i Problemi aritmetici

DI DIOFANTO ALESSANDRINO

ANALITICAMENTE DIMOSTRATI.

Medicin PARTE PRIMA. Castio 1747.



IN VENEZIA, MDCCXLIV.

PRESSO SIMONE OCCHI.

CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

A' lettori di questa seconda edizione.

Le varie e continue ricerche di questa utilissima opera avevano persuaso l'autore a farne una seconda edizione. S'era perciò egli posto a rivederla e rinovarla in più luoghi spiegando con maggior chiarezza le dottrine, aggiungendovi nuove osservazioni, e trattati intieri di materie da lui credute la prima volta non abbastanza insegnate. Tutti i preparativi da lui fatti per dare al pubblico l'opera assai dalla prima diversa, come sarebbe facile riconoscere confrontando i trattati *della divisibilità*, *della materia*, *della gravità*, *del moto*, *della forza centrifuga e centripeta*, *delle meteore ignite*, *delle aurore boreali*, ed in molti altri luoghi, non poterono mettersi in opera dall'autore rapito da morte immatura. Chi ebbe cura de' suoi manoscritti si prese pensiero di unirli secondo la disposizione dell'autore medesimo, e di proccurare la ristampa d'un libro, che se fu giudicato per l'avanti utilissimo agli amatori de' buoni studj, lo sarà per le accennate ragioni molto più di presente. Anzi per renderlo tale con maggior fondamento vi si sono aggiunte molto migliorate e corrette le due dissertazioni dello stesso autore già stampate nel tomo XXIX. della *Raccolta d'Opuscoli Scientifici e Filologici*, la prima SULLE LEGGI DEL MOTO, e la seconda DELLA ESTIMAZIONE DELLE FORZE VIVE, controversia letteraria tanto celebre a' nostri giorni per la dottrina, e per la fama degli scrittori della medesima. Benchè non abbia molta relazione alle cose fisiche vi si è aggiunta pure un'altra opera dell'autore, la quale sarà certamente veduta con piacere da chi ama il sublime studio della scienza analitica, cioè I PROBLEMI ARITMETICI DI DIOFANTO ALESSANDRINO analiticamente dimostrati, i quali dall' autore stesi in latino si sono volgarizzati, perchè oltre la diversità della materia non vi fosse ancora diversità nella lingua. Ciò basti per dare una giusta idea di ciò, che ha di particolare questa nuova edizione, la quale, se comparisce tanto migliore della passata, dee anche promettersi d'incontrare presso il pubblico maggiore applauso, e gradimento.

E L O G I O

D E L P. D.

G I O V A N N I C R I V E L L I.

Cavato dal Tomo XXIX. della Raccolta d'Opuscoli SCIENTIFICI, E FILOLOGICI.

NAcque in Venezia il P. D. Giovan-Francesco Crivelli il dì 20. Settembre *1691.* e perduti in tenera età i Genitori, ebbe per cura de' suoi Commissarj la sua Educazione nel Seminario Ducale di Castello sotto la direzione de' Padri Somaschi. Terminati appena gli studj di belle lettere vestì l'abito Religioso nella Congregazione de' medesimi Padri, ed agli studj della Filosofia, e Teologia portò la vivacità, e l'applicazione stessa, ch'erano stati i primi distintivi del suo spirito, assicurando le belle speranze, che di lui si erano concepite. Fu in età assai giovanile destinato ad insegnare lettere umane nel Seminario Patriarcale di Murano diretto pure da' Padri della sua Religione, e frequentato da molti giovani della più scelta nobiltà. Promosso a professare la Rettorica a' Cherici di quel Seminario, ebbe occasione di esercitare la sua eloquenza con alcune orazioni funebri in lode di personaggi distinti, e con varie composizioni Accademiche recitate secondo il costume in ragunanze numerose di letterati. Ma la sua passione più forte era lo studio della Filosofia, e le Matematiche eran l'oggetto della sua compiacenza, e delle sue veglie, per sollievo delle quali gravi, ed assidue applicazioni s'avea scelto lo studio della Musica, la quale diventa una delle più serie applicazioni quando scientificamente si tratti, come egli fece eccellentemente nella teoria, e nella pratica. Insegnò la Filosofia pubblicamente per molti anni, e per parecchi altri privatamente a molta nobile gioventù, che concorreva a gara alle sue lezioni tratta non meno dalla stima della sua dottrina, che dalla gentilezza, e facilità de' suoi costumi, essendo egli d'un naturale dolce e pacifico, semplice e piacevole nelle sue maniere, schivando nell'esteriore tutto ciò che ha apparenza d'un autore di professione. Il primo saggio del suo profondo sapere, che lasciò uscire in queste materie fu una dissertazione *delle forze motrici* diretta in una lettera al non mai abbastanza commendato Abate Antonio Conti, stampata nel tomo secondo parte prima del Gran Giornale d'Europa: a Donna Clelia Grillo Borromeo, Dama singolare delle lettere, e de' letterati amantissima dedicò alcuni anni dopo i suoi *Elementi di Aritmetica numerale, e letterale*, che ristampò dappoi tradotti in latino, acciocchè potessero servire agli studiosi anche fuori d'Italia, e la *Nuova Elementare di Geometria* all'Eminentissimo Cardinal Quirini, il cui nome immortale risuona per le bocche di tutti. Incaricato de' governi nella sua Religione non abbandonò per tanto l'esercizio solito di studiare, e insegnare, facendo egualmente in lui comparsa l'uomo pubblico, e l'uomo di lettere. In mezzo a queste molte, e gravi occupazioni stampò una *Fisica* in lingua Italiana, cui diede il titolo di *Elementi*, benchè non solamente vi spiegasse i principj di quella scienza, ma vi avesse con chiarezza esposte le più profonde dottrine, e dedicolla al chiarissimo Senatore Jacopo Soranzo non men noto per la sua nobiltà, e prerogative distinte, che per la copiosa, e scelta Libreria, che con grandezza d'animo pari alle sue facoltà ha raccolto, e va continuamente accrescendo. Ebbe molto applauso fra' letterati questa sua opera, che in breve divenuta assai rara pensava di ristampare con molte giunte, e miglioramenti, nè avendo potuto eseguire il suo disegno prevenuto dalla morte immatura, vi supplisce di presente il nostro diligentissimo Simone Occhi, che ha preso cura di farne una corretta edizione con tutti i materiali preparati dall'autor medesimo, accrescendola pure con altre opere nella stessa materia, che lasciò manoscritte. La fama onorevole di lui sparsa gli conciliò l'amicizia di molte persone ragguardevoli, e letterate, con le quali teneva corrispondenza, e commercio, e co' Professori più celebri della Università, alcune delle quali mosse dalla stima di lui lo ricevettero spontaneamente tra' suoi, come fece la Reale Accademia di Londra, e quella dell'Instituto di Bologna. A queste assidue applicazioni, che potevano occupar tutto l'uomo unì quelle della Carica di Provinciale, che sostenne insieme col governo del Seminario Patriarcale di Murano, talchè sotto il peso di tante gravi fatiche andavano in lui notabilmente crescendo varie indisposizioni di corpo, le quali tollerava per altro con molta costanza, e superiorità fino a trascurarne i rimedj. Con tutto ciò, come l'ultima cosa che siasi in lui spenta fu l'amor delle lettere, così negli ultimi tempi scrisse i due opuscoli, che si leggono in questo Tomo, l'uno delle *Leggi del moto*, l'altro nella celebre controversia delle *Forze vive*, i quali avea destinato di dedicare al Conte di Frullay Ambasciatore del Re Cristianissimo presso la nostra Serenissima Repubblica, il figliuolo del quale avea la cura d'instruire nelle Matematiche. Altri Materiali andava pure preparando per diversi trattati da comunicare al pubblico, alcuni de' quali sono puramente abbozzati, altri un poco più stesi, vale a dire un' *Etica* Italiana, la *risoluzione de' problemi di Diofanto*, un *trattato de' luoghi Geometrici*, *della quadratura delle curve*, *del calcolo integrale*, che tutti si conservano nella Libreria della Salute.

Finalmente mancò di vita il dì 14. di Febbrajo 1743. in età d'anni cinquanta due in circa lasciando una assai onorevole memoria di se stesso, ed un vivo desiderio di lui a tutti quelli, che lo conoscevano, ed ammiravano egualmente la sua dottrina ed i suoi costumi.

TA-

TAVOLA
DELLE MATERIE,
Che in questa Prima Parte si contengono.

PREFAZIONE.

LIBRO PRIMO.

LIBRO SECONDO.
Del Moto.

Cap.

LIBRO TERZO.

LIBRO QUARTO.
SEZIONE PRIMA.

SE-

PREFAZIONE
STORICO-FISICA.

PRima di esporre le dottrine de' Fisici, crediamo, che non sarà per essere inutile il dare una breve notizia de' Filosofi, che in questa materia si sono resi più famosi e per gli loro Sistemi, e per lo numero de' loro Settatori; e prima

De' Filosofi Greci. Cap. I.

D*UE sono state in Grecia le Sette, dalle quali, come da' Fonti, derivarono tutte le Sette de' Greci Filosofi; la Jonica, e la Italica. Della prima fu Autore Talete, della seconda Pittagora.*

Della Setta Jonica.

I*L primo, come nota Cicerone (1), che disputò della Natura tra' Greci, fu Talete. Egli nacque in Mileto Città della Jonia, il primo anno della 35. Olimpiade, essendo Arconte (2) in Atene Damasia. Egli si portò prima in Creta (3) per imparare i misterj della Religione, indi in Egitto, dove imparò la Geometria, e la Fisica. Quindi ritornato alla Patria, comunicò alla sua Società quelle notizie, che con lungo studio in diversi luoghi avea raccolte; ond'ebbe poi il titolo di Saggio da' suoi Cittadini nell'età di 49. anni, essendo Arconte in Atene un altro Damasia. Di sette Filosofi ch'ebbero l'onore di questo titolo, egli fu il primo, e solo, come nota Plutarco (4), che lo ebbe a riguardo delle sue Scienze, e Contemplazioni, mentre tutti gli altri lo ebbero a solo riguardo della loro Morale, e della innocenza de' loro costumi. Per quello, che appartiene alla Fisica, affermava egli principio universale esser l'Acqua (5). Tale dottrina ha l'origine da' Fenicj; da questi Lino l'apprese, da Lino Orfeo, da Orfeo Talete. Ebbe egli forse questa opinione, come congettura Aristotele (6) „ perchè vedeva esser umido il nutrimento di tutte le co-*

(1) *Della Natura degli Dei* 2. (2) *Apollodoro nelle Cronache*. (3) *Laerzio* 1. (4) *nella vita di Solone*. (5) *Plut. Sent. Filos.* 1. (6) *Metaf.* 3.

„ *se, e l'istessa calida sostanza esser fatta di umido, e di quello vi-*
„ *vere tutti gli animali. La cosa più antica di tutte esser Dio* (1). *Il mondo esser fatto da esso; essere animato, e la sua anima esser Dio. Essere un solo, e circoscritto, e sferico. Niente darsi* (2) *di vuoto. Reggersi tutto dalla* (3) *necessità, la quale è il giudizio costante, e l'immutabile potere della Provvidenza. Essere l'Universo ripieno di sostanze spirituali, di Dei, Demonj, ed Eroi. L'Anima umana essere una Natura se stessa movente; la materia essere una sostanza mutabile; le stelle essere di terrestre sostanza, ma di fuoco riempiute. Morì l'anno* 1. *della* 58. *Olimpiade, e successe alla sua scola Anassimandro, indi Anassimene amendue di Mileto; indi Anassagora di Clazomene; in fine Archelao di Mileto.*

Anassimandro non seguì in tutto Talete. Pose egli per principio l'Infinità (5), *non dichiarando però, come osserva Plutarco, che cosa questa fosse, o Aria, o Acqua, o altra sostanza. In tale Infinità infiniti mondi generarsi, che corrotti in essa si risolvono. Anassimene affermò l'universale principio esser l'Aria* (6). *Anassagora l'Omeomeria; che così da* (7) *Lugrezio Caro ci viene esplicata:*

„ *Nunc & Anaxagoræ scrutemur* Homœomeriam,
„ *Quam Græci memorant, nec nostra dicere lingua*
„ *Concedit nobis patrii sermonis egestas.*
„ *Sed tamen ipsam rem facile est exponere verbis*
„ *Principium rerum, quam dicunt* Homœomeriam
„ *Ossa videlicet e pauxillis, atque minutis*
„ *Ossibu'; sic & de pauxillis, atque minutis*
„ *Visceribus viscus gigni; sanguemque creari*
„ *Sanguinis inter se multis coeuntibu' guttis;*
„ *Ex aurique putat micis consistere posse*
„ *Aurum, & de terris terram concrescere parvis,*
„ *Ignibus ex ignem, humorem ex humoribus esse.*
„ Ma tempo è di pesar con giusta lance
„ Di Anassagora ancor l'Omeomeria
„ Mentovata da' Greci, e che non puossi
„ Da noi ridir nella paterna lingua
„ Con un solo vocabolo; ma pure
„ Facil sarà ch' ella si spieghi in molti.
„ Pensa egli dunque, che il principio primo,
„ Che da lui vien chiamato Omeomeria
„ Altro non fosse, che una confusione,
„ Una massa, un mescuglio d'ogni corpo
„ In

(1) 3. *Laerzio* 1. (2) *Plut. Sent. Fil.* 1. (3) *Stobeo Eccl. Fis.* 8. (4) *Plut. Sent. Fil.* (5) *Cic. Q. Accad.* 4. (6) *Cic. Nat. degli Dei.* 1. (7) *lib.* 1. *v.* 829.

„ In guisa tal, che il generar le cose
„ Solamente consiste in separarle
„ Dal comun Caos ed accozzarle insieme;
„ E così l'ossa di minute e picciole
„ Ossa si creino, e di minute e picciole
„ Viscere ancor le viscere si formino:
„ Da più briccioli d'or l'oro si generi:
„ Cresca la terra di minute terre:
„ Di fuochi il fuoco, d'acque l'acqua, e finge
„ Che ogni altra cosa in guisa tal si faccia.

Ad Archelao successe Socrate nato l'anno 4. *dell'Olimpiade* 77. *in Atene. Egli fu il primo a cangiar soggetto nelle pubbliche dissertazioni. Imperocchè mentre i suoi antecessori delle cose della Natura aveano tutti disputato; egli incominciò a disputar sul costume, e a dar precetti della vita morale.* „ *Egli fu il primo, dice Cicerone* (1),
„ *che dalle cose occulte, e dalla Natura involte, nelle quali prima*
„ *di esso si erano tutti i Filosofi occupati, richiamò la Filosofia, e*
„ *la ridusse alla vita comune, disputando delle virtù, e de' vizj,*
„ *del bene, e del male. Non resta però, ch'egli non fosse dottissimo ancora nelle naturali contemplazioni, come si vede nell'opere di Platone. Egli morì l'anno* 1. *della* 95. *Olimpiade; dappoi che incominciarono diverse Sette. La prima fu la Cirenaica fondata in Cirene da Aristippo Uditore di Socrate. Non ebbe questi alcuna cura della Filosofia naturale, disputando solo della maniera del vivere. Egli poneva per ultimo fine dell'Uomo la voluttà, onde Edonica fu chiamata la di lui Setta. Un'altra ne fondò Euclide in Megara sua Patria, uno ancor esso degli Uditori di Socrate; la quale non versava che in disputazioni metafisiche e morali; e perchè era ripiena di litigj, ed altercazioni, fu detta Eristica. Una terza ne fondò Fedone di Elide, ancor esso Uditore di Socrate, e fu detta Eliaca, cui successe Plistano, indi Menedemo di Eretria, Autore della Eretriaca, che passò poi in Asclepiade. Ma tra tutte le Sette Socratiche, la più celebre fu l'Accademica fondata da Platone in Atene. Nacque* (2) *costui in Atene l'anno* 4. *della* 88. *Olimpiade. Dopo avere per alquanti anni udito Socrate, indi Cratilo settatore di Eraclito, portossi in Italia per imparare le dottrine Pittagoriche* (3), *indi si portò in Egitto per impararvi la Teologia, ed i misterj della Religione; donde ritornato in Atene cominciò ad insegnare pubblicamente ciò che avea da molti appreso, eletto perciò un luogo suburbano, che fu chiamata l'Accademia da un nobile Ateniese Accademo* (4), *che n'era il pa-*

(1) *Degli Officj.* 1. (2) *Laerzio* 3. (3) *Apulejo delle Dottr. Plat.* (4) *Cicer. dei Fini.*

padrone. Ivi insegnò tutto ciò che appartiene alla vita attiva, e contemplativa, facendo uso egualmente de' precetti di Pittagora, e di Eraclito, che di quelli di Socrate. Ed a tre capi ridusse la sua Filosofia, come osserva S. Agostino (1), alla Morale, che consiste nell'azione, alla Naturale, che consiste nella contemplazione, ed alla Razionale, che consiste nel distinguere il vero dal falso. Intorno alle cose Naturali affermava (2) egli ogni cosa essere cavata dalla materia, che perciò soggetto dell'opere divine, ricettacolo, nudrice e madre viene da esso chiamata. Essendo essa indifferente di sua natura ad ogni forma, essere il seno di tutte le forme, che in essa si producono, come in un quadro le immagini. Tutte le forme essere secondo le idee Archetipe di una mente eterna; e come le idee sono eterne, così eterne essere le relazioni che hanno tra se le nature loro, le quali non nascono, nè periscono col nascere o perir delle forme. Avere Dio colle diverse figurazioni introdotte diversità di materie. Colla figura piramidale avere formato il fuoco, coll'ottaedro l'aria, coll'icosaedro l'acqua, col cubo la terra, e molti misti col dodecaedro. Aver il Mondo un'anima, che non è nata di nuovo; ma vi fu sempre, ed è diretta da Dio. Essere da Dio fabbricate le stelle, e creati Dei, che vi presiedessero. Da tali Dei essere stato formato l'Uomo; per cui presero essi da Dio una sostanza eterna razionale, ch'è l'anima, e l'unirono alla materia, rinchiudendola in propria sede, ch'è il cerebro. La nostra scienza altro non essere, che reminiscenza. Essere con leggi immutabili connesse le cagioni agli effetti; e tutto reggersi col Fato; ma l'animo umano muovere se stesso, e liberamente determinarsi. Morì l'anno 1. della 108. Olimpiade; e vi successe Speusippo suo discepolo, indi Senocrate, Polemone, Cratete, Crantore, ed in fine Arcesilao, che nell'anno 1. della 120. Olimpiade introdusse la seconda Accademia. Intorno d'esso così scrive Cicerone (3): „ Socrate interrogando era solito ricavare l'opinioni di quelli co' quali disputava, per loro dire ciò che sentiva. Il qual costume non „ essendo stato osservato da' successori, fu rinovato da Arcesilao, il „ quale istituì, che chi lo volesse udire non lo interrogasse, ma di„ cessegli ciò che sentiva; al che poi egli contraddiceva. Morì l'anno 4. della 134. Olimpiade; e vi successe Lacide, indi Evandro, indi Egesino sino a Carneade Autore della terza Accademia. Egli ancora poneva tutto ...certo, come Arcesilao; ma con differente maniera. Imperocchè ..on aspettava che gli altri proponessero, per poi negare ciò che aveano quelli proposto; ma disputava in ambe le parti, sostenendo ciò che prima aveva negato. Portò egli la filosofia a Roma (4) essendo colà

(1) Della Città di Dio 8. (2) Vedete Alcinoo. (3) de' Fini. (4) anno 603. della fondazione di Roma secondo il Casaubono.

colà venuto Ambasciadore di Atene. Dopo di esso si fece udire Clitomaco, indi Filone, che da Sesto Empirico, (1) viene fatto autore della quarta Accademia; indi Antioco autore della quinta, di cui Cicerone fu uditore in Atene, come ancor di Filone.

Morto Platone nacque in Atene una nuova Scuola, di cui fu autore Aristotele suo discepolo. Nacque (2) egli in Stagira Città della Tracia l'anno 1. della 99. Olimpiade, e dopo essere stato 8. anni con Alessandro Macedone, trovando in Atene occupata la scuola Accademica da Senocrate, andò ad insegnare le sue dottrine in un luogo (3) suburbano fabbricato da Pericle per istruire ne' militari esercizj i Soldati, detto il Liceo. Ivi perchè in lunghi passeggi eran soliti i suoi Uditori maneggiar le materie della Filosofia e seco stessi, e col loro Istitutore, furono chiamati Peripatetici. Nella Fisica affermava egli di due principj essere ogni cosa (4) formata, cioè di Materia, e di Forma. La Materia essere l'universale soggetto, che non nasce di nuovo, nè si distrugge, ma solo si muta, e privato di una forma, ne acquista un'altra, e come è in potenza a tutto, così viene reso attualmente tale per la Forma che ad esso sopravviene, e ch'è il suo Atto. Le mutazioni farsi per mezzo del moto, il quale dividesi in infinito, come anco il tempo, e la materia. Doversi pervenire ad un primo Motore (5) immobile uno, eterno, indivisibile, e senza accidenti. Cinque essere le sostanze, Acqua, Aria, Terra, e Fuoco, che sono i quattro elementi, e la quinta, ch'è il Cielo. Degli Elementi altri essere gravi, altri lievi; ma il Cielo (6) nè grave, nè lieve; e gli Elementi mutarsi; e molto più i misti elementari; ma il Cielo essere immutabile. Essere questo (7) di figura sferica, e muoversi circolarmente; ma le stelle star ferme nel loro sito, ed essere in giro dai loro Cieli portate. L'universo essere eterno. L'Anima Umana essere la prima Entelechia (8) del corpo naturale organico; non muoversi da se stessa, nè esser un'armonia, o un raro, e sottil corpo. Le cose materiali concepirsi per mezzo del senso; dal senso nascer la fantasia, e la memoria, e niente esservi nell'intelletto, che prima non sia stato nel senso. Le Comete essere basse meteore. Oltre il primo Motore esistere sostanze spirituali eterne ed immobili direttrici delle sfere. Morì in Calcide l'anno 3. del 114. Olimpiade, essendo Filocle Arconte. Successe ad esso Teofrasto suo discepolo, indi Stratone, Aristone, Critolao, e Diodoro.

Della Scuola Socratica uscirono ancora i Cinici, così detti, perchè insegnavano nel Cinosarge. Era questo un Tempio non lontano dalle porte di Atene costruito da Didimo. La ragione ch'ebbe di costruirlo fu

(1) Nelle Ipot. Pirro. 1. (2) Erodoto nella Polinnia. (3 Laerzio 5. (4) Arist. Fis. 1 (5) Fis. 6. (6) del Cielo 1. (7) ivi. (8) dell'Anima 1.

fu questa. Mentre faceva egli sacrifizio (1) nella sua casa, un bianco cane gli rapì la Vittima, che poi fuggendo in altro luogo depose. Spaventato Didimo dall' accidente ricorse all' Oracolo per sapere, come poteva placare gli Dei, da cui ebbe risposta, di dover costruire un Tempio nel luogo stesso, dove il bianco cane avea deposta la vittima, che poi fu detto Cinosarge, quasi, Tempio del bianco cane. Però Cinici erano detti tali Filosofi; onde per dispregio erano da' loro Avversarj chiamati Cani. L' Autore di tale Setta fu Antistene (2) Uditore di Socrate. Neglesse egli la Dialettica, e la Fisica, nè di Geometria, o Musica, o tali arti si prese cura, ritenendo solo la Moral disciplina. Della sua scuola i più celebri furono Diogene, Monimo, Onesicrato, Cratete, Metrocle, Menippo, e Menedemo.

Dalla Cinica setta nacque la Stoica fondata da Zenone. Nacque costui in Cizio (3) Città di Cipro. Egli, dopo aver udito Cratete, Stilpone, Senocrate, Diodoro Crono, e Polemone, espose le sue dottrine in Atene in un portico, detto la Stoa con molto concorso di Uditori. Due diceva egli essere i principj delle cose, uno agente, e l' altro paziente. Il primo è una Natura priva di qualità, che dicesi la Materia, il secondo è una ragione, che tutto penetra, e dicesi Dio. La materia (4) essere eterna, nè crescersi, o diminuirsi, e per questa scorrere la ragione, o il Fato. Il mondo (5) essere un solo, finito, rotondo, circondato (6) da un vasto vacuo, con senso, ed una volta consumabile dal fuoco (7). Essere le stelle di mente, ed intelligenza dotate, e pascersi purissimo etere composte, di senso, ed intelligenza dotate, e pascersi dell' Oceano (8), e delle esalazioni della Terra. Tutto l' Universo essere amministrato da Dio, il quale essere un animal immortale, razionale, perfetto, e beato, generatore, e padre (9) di tutte le cose. Il mondo e tutto il cielo essere la sua sostanza. Essere egli adombrato sotto il nome di Giunone, in quanto penetra l' aria; di Vulcano, in quanto muove il fuoco; di Nettuno, riguardo all' acqua; di Cerere, riguardo alla terra. Avere gli Dei cura degli Uomini (10). Tutto reggersi dal Fato, ch' è la stessa forza (11) della natura movente con leggi immutabili, ovvero una serie incatenata di cagioni, che a niuno lice di superare. Panezio lo crede lo stesso che Dio. Nell' Universo non darsi Vacuo (12) alcuno; ma fuori del mondo il Vacuo essere infinito. In questa scuola si distinsero Perseo, Aristone, Dionisio, Cleante, Filone Tebano, Crisippo, Panezio, Possidonio, e Atenodoro.

Del-

(1) *Laer.* 1. (2) *ivi.* 6. (3) *ivi.* 7. (4) *Stobeo Fis.* 14. (5) *Laer.* 7. (6) *Plutar. Sen. Fil.* 2. (7) *Filone dell' immor. del Mondo.* (8) *Cic. della natura degli Dei.* 2. (9) *Laer.* 7. (10) *Cic. Quest. Accad.* 2. (11) *Laer.* 7. (12) *Stobeo Eccl. Fis.* 12.

Della Setta Italica. Cap. II.

Autore di tal setta fu Pittagora, come abbiamo detto. Del luogo dov' è nato, e tempo in cui è nato, non convengono gli Autori. Alcuni credono, che fosse Toscano, altri Greco di Samo. Se è vero ciò, che dicono Plutarco (1) e Porfirio (2) egli nacque da Padre Toscano abitante vicino a Lemno, Imbro, e Sciro. Egli in Samo udì Ferecide, & Ermodamante (3); indi in Mileto Talete (4), ed Anassimandro. Portatosi poi nella Fenicia (5) per imparare la Religione, indi in Egitto (6) poi in Babilonia dove imparò le Dottrine de' Caldei (7), passò in fine in Italia a Crotone, dove incominciò con sommo credito a comunicare le sue dottrine, per attendere intieramente alle quali tosto si unirono più di seicento Filosofi convivendo insieme sotto lo stesso tetto separati dall' Umano commerzio. Egli professava egualmente la Morale, la Religione, la Fisica, e le Matematiche. Affermava in Fisica ogni cosa costare di soggetto, e di numeri; ed esser questi il vero principio universale. Imperocchè il sensibile costar d' insensibili; onde insensibili dover essere i principj. E de' corpi non essere principj i corpi, come gli Atomi. Nè ogn' incorporeo doversi mettere per principio; perchè bisogna, che sia imprincipiato. Così la solidità non essere principio, perch' è composta di superficie; nè la superficie, perch' è composta di linee, nè le linee, perchè si risolvono in numeri. L' Unità essere il vero principio imprincipiato. Dall' Unità comporsi il Binario, da cui incominciano tutte le variazioni; indi formarsi i numeri, e secondo questi le linee, le superficie, i solidi. Da' solidi formarsi gli Elementi, che sono quattro, Aria, Acqua, Terra, e Fuoco. Il Mondo essere animato, intelligente, coeterno (8) a Dio. In ogni corpo celeste (9) esservi spirituali sostanze direttrici. Ogni Stella essere un Mondo nell' infinito Etere (10) costituito. Le Comete essere Pianeti (11), che dopo lungo intervallo di tempo si rendono cospicui. L' Anima umana essere un numero (12) sestesso movente, ed essere immortale (13). Essere stato avanti i corpi prodotto da Dio un grande numero (14) di Anime; molte di queste per le loro colpe essere state condannate a purgarsi ne' corpi fino, che dopo essere passate dall' uno nell' altro vadano a' luoghi loro destinati. Tale opinione aver egli preso dagli Egiziani afferma Diodoro Siciliano. Morì in Crotona, secondo Eusebio (15) l' anno

(1) *Nel Convito* 8. (2) *Vita di Pittagora.* (3) *Svida Vita di Pit.* (4) *Apulejo Flor.* 2. (5) *Jamblico* 3. (6) *Jamb. l. c.* (7) *Porf. Vita di Pittag.* (8) *Plut. Sent. Fil.* 2. (9) *Laer.* 8. (10) *Plutarco l. c.* (11) *Arist. Met.* 6. (12) *Plut. l. c.* (13) *Laer.* 8. (14) *Teod.* (15) *nelle Cronache.*

no 4. della 70. Olimpiade, dopo eservi dimorato secondo Giustino 20. anni. Succese alla sua scuola Aristeo di Crotona; indi Mnesarco figlio di Pittagora; indi Bulagora, Tida, ed altri seguitando sino a 19. successioni secondo Laerzio.

Tale Setta incominciò a diramarsi, e prima nacque l'Eraclitica fondata da Eraclito in Efeso intorno l'Olimpiade 69. a' tempi di Dario Istaspe (1). Egli affermava esere il Fuoco il principio di tutte le cose (2). Un'altra fu la Eleatica fondata da Senofane in Elea intorno l'Olimpiade (3) 60. nell'età di Gierone Re di Sicilia. Si distinsero in questa Setta Parmenide, e Melisso, Zenone di Elea, Leucippo; ma principalmente Democrito di Abdera città della Tracia, il quale secondo Apollodoro (4) nacque nell'Olimpiade 80. e morì in età di 104. anni. Affermava egli due (5) esere i principj, Atomi, e Vacuo. Quelli esere un ente, questi un non ente. Amendue infiniti, gli Atomi (6) di numero, il Vacuo di estensione. Esere due le proprietà degli Atomi (7) la figura, e la grandezza. Epicuro vi aggiugne la terza, ch'è il peso. Muoversi sempre questi, o tendere al moto, e ne' loro moti consistere il Fato (8); esersi nell'infinito Vacuo formati di Atomi infiniti Globi, come le Stelle, e i Pianeti, che, come sono composti di Atomi, così sono dissolubili in Atomi. L'Anima umana esere una sostanza Ignea (9), che nasce nella costruzione del corpo, e perisce nella dissoluzione di quello (10). Tutto eser uno in sostanza (11), ma eservi varietà per figura, ordine, e sito. Le qualità sensibili non esere assolute, ma relative, e variar secondo le Leggi (12) della Natura. Degli Dei parlò così oscuro, che Cicerone (13) confesa di non intenderlo.

Sopra tale sistema fondossi quello di Epicuro. Nacque costui in Atene l'anno 3. della 109. Olimpiade. Egli fu da principio Uditore di Panfilo (14) Platonico, ma nello stesso tempo disprezzò le sue dottrine. Afferma Plutarco, e Sesto Empirico non aver egli avuto Istitutori; ma esere divenuto Filosofo per sua sola fatica. Scrive però Ermippo, (15) ch'esendogli venuto per accidente in mano il libro di Democrito, s'invogliò di quella Filosofia, da cui avendo poi alcune cose levate, alcune aggiunte, formò il suo sistema, che fu detto l'Epicureo. Affermava anch'egli tutto l'Universo esere composto di Pieno, e di Vacuo. Il primo esere un'estensione impenetrabile, il secondo una penetrabile (16). Esere l'universo infinito ed immobile, e sparsa per esso una Divina Natura (1). Essere il moto degli Atomi eterno, ed equiveloce, in altri diretto, in altri riflesso. Dalle combinazioni di essi dipendere tutte le qualità, e ciò, che si chiama Fato (2), e Fortuna, e Simpatia, e Antipatia. Le generazioni farsi coll'unione degli Atomi e le corruzioni colla separazione (3) degli stessi. Non essere il mondo un Animale, come pensavano gli Stoici (4). L'Anima essere un un corpo tenuissimo (5), e tutt'i suoi pensamenti aver origine da' simolacri, che s'imprimono ne' sensi (6). L'odio che scambievolmente passava tra gli Stoici, e gli Epicurei, faceva, che l'uno insultasse all'altro con perpetue calunnie. L'amicizia di Dittimo Stoico, Possidonio, e Fozione fece, che molti abborrissero Epicuro, come un insano, e perverso Filosofo; benchè, s'è vero ciò, che di esso dicono Laerzio, e Seneca, era egli di buoni ed onesti costumi. Morì nell'anno 2. della 127. Olimpiade (7), essendo Arconte Pitarato, e successe alla sua scuola Ermaco, ad Ermaco Polistrato, indi Dionisio, Basilide, ed altri sino ad Augusto Cesare.

Altra Setta istituì in Abdera Anassarco intorno l'Olimpiade (8) 110. a' tempi di Alessandro il Grande, la quale poi fu detta la Pirronica da Pirrone Eleate suo discepolo, da cui fu massimamente dilatata. Di tale Setta non può arrecarsi sistema; perch'ella non tendeva, che a distruggere, professando essere tutto incerto, e nulla sapersi (9).

(1) *Laer.* 9. (2) *Plut. Sent. Fil.* 1. (3) *Laer.* 9. (4) *nelle Cron.* (5) *Arist. Fis.* 6. (6) *Arist. Fis.* 3. (7) *Arist. del Cielo* 3. (8) *Stobeo Fis.* 8. (9) *Arist. dell'anima.* 3. (10) *Plut. Sent. Fil.* 4. (11) *Arist. Metaf.* 4. (12) *Maignan Dem. Red.* (13) *Della Natura degli Dei* 1. (14) *Cic. l. c.* (15) *Laer.* 10. (16) *Lugr. Caro.* 1.

Dello stato della Fisica presso i Romani. Cap. III.

N*ON si trova che le cose Fisiche fossero molto coltivate da' Romani se non da alcuni pochi, i quali si resero più insigni colle dottrine de' Greci, che colle proprie. Gli scritti di Aristotele portati in Roma nel tempo di Silla invaghirono molti della sua Filosofia. Il destino di quest'opere fu assai singolare. Egli le avea lasciate a Teofrasto con tutt'i suoi libri, da Teofrasto erano pasate in eredità a Neleo, gli eredi del quale gente idiota, e senza lettere non si curarono, che di tenerli ben chiusi; e quando intesero, che il Re di Pergamo di cui eran sudditi cercava libri per la sua Biblioteca, nascosero quelli di Neleo sotto terra, dove stettero molto tempo sino che per avventura trovati da' loro posteri furono venduti ad Apellicone (10) tutti guasti, e corrotti, il quale gli fece copiare; nella quale occasione i Copisti per empiere i vacui vi posero una infinità di aggiunte a loro capriccio. Dopo la morte di Apellicone la sua Bibliote-*

(1) *Cic. l. c.* 4. (2) *Laer.* 10. (3) *Plut. Sent. Fil.* (4) *Lugr. Caro* 5. (5) *l. c.* 4. (6) *Plut. Sent. Fil.* 4. (7) *Apollodoro nelle Cronache.* (8) *Laer.* 9. (9) *Vedi Sesto Emp.* (10) *Bayle Diz. in Arist.*

ca fu portata da Silla in Roma, dove Tirannione ebbe l'incarico di
correggere gli scritti di Aristotele; ma essendosene poi fatte molte
copie senza conferirle cogli esemplari, il male divenne più grande in
Roma, che non era in Atene. Allora incominciarono a far uso di
quel Filosofo, parte per le sue dottrine civili, parte per le naturali.
Poco tempo avanti era venuto a Roma Carneade, che fece sentire le
dottrine Accademiche, dopo cui Clitomaco, indi Filone, ed Antio-
co. Di questi ultimi ne fece molto uso Cicerone. Fu egli, come ognu-
no sa, non solo il più eccellente oratore de' Romani; ma ancora il
più eccellente Filosofo, non solo nelle dottrine civili; ma ancora nel-
le Fisiche, delle quali ci lasciò molto nelle sue opere Filosofiche; e prin-
cipalmente nelle Questioni Accademiche, nella Natura degli Dei,
nel Sogno di Scipione. Dopo di esso ebbe molto diletto per la Fisica
Lucrezio Caro, nato in Roma, secondo la Cronaca di Eusebio, l'an-
no 2. dell' Olimpiade 171. Egli fu Settator di Epicuro, la cui Filoso-
fia espresse egli in versi latini, ne' quali però niega molto arditamen-
te la Provvidenza, e l'Immortalità dell' Anima. In età di 44. anni
si ammazzò (1) per furore. Fiorirono di poi Seneca, Plinio di Ve-
rona, Plutarco, e Tolommeo. Fu Seneca di setta Stoica nato in Cor-
dova un poco avanti la morte di Augusto chiamato a Roma per l'Isti-
tuzion di Nerone, fu obbligato a morire per sospetto di congiura
l'anno 65. dell' Epoca Cristiana. Abbiamo di esso i libri delle Meteo-
re, e molte dottrine sparse intorno le passioni, e il Cielo. Plinio di
Verona fiorì nel primo Secolo a' tempi di Vespasiano, e di Tito. Egli
molto coltivò la Fisica, di cui ci lasciò una Storia eruditissima in 37.
libri. Anche Plutarco di Cheronea fiorì in Roma a' tempi di Traja-
no. Tolommeo fu di Pelusio, e si rese celebre nel secondo secolo prin-
cipalmente per le dottrine del Cielo, riducendo i moti celesti al giro
del primo mobile, e de' Cieli proprj, e degli Epicicli. I Filosofi
Cristiani tanto Greci, quanto Latini, e Affricani la maggior parte
seguitarono Platone; ma, come il loro studio erano le dottrine Mo-
rali, così non troppo si curarono delle Fisiche. Da' libri dell' anima
però, e da quei della musica, si fece conoscere per bene istruito anche
in tali materie S. Agostino Vescovo d' Ippona a' tempi di Teodosio il
Grande; e dopo di esso Boezio primo ministro di Teodorico. Di que-
sto dice Cassiodoro, che ci fece sapere la Musica di Pittagora, l'A-
stronomia di Tolommeo, l'Aritmetica di Nicomaco, la Geometria di
Euclide, la Teologia di Platone, la Filosofia di Aristotele, e final-
mente le Matematiche di Archimede.

Del-

(1) S. Girolamo

Dello stato della Fisica dagli Arabi sino a' nostri tempi Cap. IV.

LA Potenza degli Arabi, e la loro estimazione introdusse molte novità di studj in Europa. Dappoichè nell' anno 623. Maometto pubblicò la sua Legge, ed i Principi Arabi si sottomisero a riceverla, estesero questi in breve tempo il loro Dominio in guisa, che non solo una gran parte dell' Affrica, e dell' Asia assoggettarono, ma e la Grecia, e la Spagna, e la Sicilia in breve sottoposero al loro Dominio. Allora tra le diverse prede fatte in Grecia, avendovi per avventura trovati alcuni libri si diedero con fervore non ordinario a studiarli, e s' invogliarono (1) in guisa, che l' anno 820. fecero dal Califfo Almanon dimandar da Costantinopoli i migliori libri de' Greci, egli fecero tradurre tutti in Arabico. Tra questi non curarono i libri de' Poeti, Storici, ed Oratori, ma principalmente i Filosofi, e Matematici. Nè troppo loro piacque Platone, ma sovra tutti Aristotele, Ippocrate, e Galeno. Così molti tra essi coltivarono le Scienze, e principalmente la Chimica, la Magia, la Geometria, l' Algebra, e la Fisica. Innalzarono molte università in Constantinopoli, Tunisi, Tripoli, Fez, Marocco, e Spagna; onde ne uscirono eccellenti Filosofi, tra' quali Alcazzelio, Alfarabio, Albumasarre, Maimonide, Alchindio, Albefaguer, Alfagrano, Mesue, ed Averroe. Quest' ultimo fiorì circa la metà del duodecimo secolo nell' Università di Cordova, dove professò il Sistema di Aristotele, a cui con molta eccellenza fece il Comento, in guisa che fu per onore nominato il Comentatore.

Il Commercio che aveano le genti Napolitane cogli Arabi di Sicilia, diede loro occasione di imparare da essi la Fisica, e la Medicina. Tra gli altri debbono molto a Costantino Affricano. Questi nacque in Cartagine, e dopo essere stato 39. anni nella nuova Babilonia, detta da' nostri Baldacco, dove imparò ogni sorta di Scienze, ritornossi in Affrica; ma temendo di (2) essere ammazzato da' suoi per invidia, si portò in Salerno, dove sotto il Principe Roberto Guiscardo si fece Monaco Cassinese, promovendo la Scuola Fisico-Medica Salernitana, la quale sino da Giovanni (3) Ottavo aveva incominciato per opera di Basacio Abate.

Passarono poi in Francia le Dottrine Arabico-Peripatetiche, prin-

cipal-

(1) *Abramo Echelio Stor. Arab.* (2) *Cres. Croniche 3.* (3) *Pietro Diacono degli Uomini Illustri.*

cipalmente per la fama di Averroe. Vi applicò Pietro Abailardo nato in Bertagna nella Diocesi di Nantes circa il fine del 12. Secolo, Roberto Pullo, Pietro di Poictau, Ugone di S. Vittore, Guglielmo di Parigi; ma sovra tutti Alberto Domenicano detto il Magno. Nacque egli in Levigen Città della Svevia nel 1205., e fu professore pubblico prima in Colonia, poi in Parigi. Di esso dice Tritemio „ che „ era un Uomo incomparabile, e che non nacque dopo di esso il maggiore, che in ogni sorta di Dottrine, e di Scienze fosse così dotto, erudito, e sperimentato. Dopo il qual tempo il Sistema Aristotelico si fece universale, divisi in tre Sette generali tutt' i Filosofi, altri Tomisti, altri Scotisti, altri Ocanisti. Autor della prima Setta fu S. Tommaso nato in Aquino nel Regno Napolitano. Egli fu Domenicano, e dopo aver udito Alberto Magno professò in Parigi le Dottrine Aristoteliche, le quali congiunse in guisa colle Teologiche, e di dotti Comenti arricchì, che fu chiamato il Dottore Angelico. Ad esso successe Giovanni Duns di Scozia Francescano, detto il Dottor Sottile, il quale, in molte cose opponendosi alle Dottrine di S. Tommaso, fu Autore di una seconda Setta. Morì di 33. anni nel 1308. Una terza ne fondò Ocamo Inglese della Contea di Surj ancor egli Francescano, e Scolaro di Scoto detto il Dottore Invincibile. A nissuna di tali Sette si accomodò Raimondo Rullo di Majorica circa il fine del decimoterzo Secolo, il quale avendo molto studiato le dottrine degli Arabi, tentò d' introdurre un nuovo Metodo di filosofare, ma con poco felice riuscita, parte per la troppa difficoltà del suo Sistema, parte per molte sue stravaganze, che furono trattate da Fanatismi. Una nuova Filosofia pretese d' introdurre ancora Bernardino Telesio di Cosenza proponendo l' anno 1565. due libri della Natura secondo i proprj principj. *Lo seguì Antonio Telesio (2) suo fratello, Ambrogio da Nola, Galateo da Lecce, Porzio da Napoli. Maggiore strepito fece Giordano Bruno Domenicano da Nola. Egli diede molti libri alla luce, de' quali il Nicodemo, dove insegnò assai stravaganti Dottrine, principalmente dell' Universo infinito, e Mondi; della causa, e principio uno, amendue stampati in Venezia del 1584. il P. Mersenno nel libro contro i Deisti parla di questo Autore, come d' un Ateo; e Gian-Errico Orsino nella Prefazione al trattato di Zoroastro dice, ch' egli nel 1600. sia stato abbruciato a Roma, come un empio. Dopo questo si fece nominar Tommaso Campanella di Calabria. Egli fu parimente Domenicano, e dopo aver molto studiato il Telesio, diede molte opere in pubblico, come la Fi-*

(1) *Biblioteca del Topi.*

siologia, del senso delle cose, e molti Opuscoli Fisico-Matematici. Intanto aveva incominciato a regnare il (1) Sistema Fisico-Celeste del Copernico. Nacque costui a Thorn Città della Prussia Reale nel 1473., e dopo aver molto viaggiato per intendere l' Astronomia, risvegliò l' opinione di Filolao, e di Eraclide Pontico circa il moto della Terra intorno al Sole, pubblicando un libro del Moto dell' ottava Sfera, ed un altro delle Rivoluzioni, nel che ebbe molto numero di seguaci, tra' quali Retico, Rotmano, Lasbergio, Keplero, Galileo (2), ed altri. Morì in età di 60. anni Canonico di Vorms. Dopo di esso uscì il Sistema di Ticon Brahe Signor di Knostop, ove naque nel 1546., il quale dappoich' ebbe in dono del Re di Danimarca l' Isola di Veer, fabbricatovi un picciolo Castello per farvi le osservazioni Celesti, diede un nuovo Sistema del Cielo togliendo alla Terra il Moto, che il Copernico le avea dato. Seguirò poi il Keplero Riformator del Sistema Copernicano, e Autore di nuova Astronomia. Intorno al qual tempo fiorì in Ingbilterra Bacone di Verulamio Grande Cancelliere del Regno, ed eccellente Filosofo, uno de' primi, che regolò il Metodo per le Scienze, lasciando molte eccellenti opere della Naturale, ed universale Filosofia, della dignità, ed aumento delle Scienze, del nuovo Organo, e della Storia de' Venti. Ma nissuno promosse più le Dottrine Fisiche di Galileo Galilei nato in Firenze nel 1564. Egli scoperse una gran quantità di Leggi intorno i Moti de' Corpi, e intorno i Solidi, e Fluidi; intorno la Gravità, la Luce, il Suono, ed altre Materie. Di esso dice il Bulfingero nella Prolusione degli Studj Accademici di S. Pietroburgo, che „ diede nuova forma alla scienza della natura, diede nuova luce all' Astronomia, e scoperse l' unica strada, per cui si può conoscere il „ vero, onde gloria immortale ne riceve l' Italia.

E' incredibile il moto che ha incominciato a prender la Fisica da questo tempo. Imperciocchè allora fu, che fiorirono in Francia Pietro Gassendi, e Renato des Cartes, la riputazione de' quali in un momento si estese per tutta l' Europa. Fu il primo Prevosto della Chiesa di Digne nel 1592. in Chanterier Città della Provenza. Risvegliò questi il Sistema di Epicuro, correggendolo, dove lo giudicò falso, con una gran forza di mente, e con una somma erudizione. Il secondo fu Signor di Perron nato in Turreno nel 1596. Non volle egli essere introduttore di altrui Sistema, ma diverse dottrine da questo, e da quello prendendo, e diverse egli stesso trovando, propose un Sistema suo, che fece molto rumore in Europa. Noi non riferia-

(1) *Melchior. Adamo Vit. Ger. Filos.* (2) *Gassendi nella sua Vita.*

feriamo i loro Sistemi, perchè averemo da parlarne a parte a parte ne' nostri Elementi.

Le istituzioni di varie Accademie, che per opera de' Privati, e de' Principi si sono fatte con molta cura, e dispendio di diverse parti di Europa, furono cagione, che le Scienze molto si avanzassero. Il primo a darne l'esempio fu il P. Mersenno de' Minimi in Parigi ordinando l'anno 1610. un privato adunamento nella sua Camera de' Filosofi più eccellenti nelle Dottrine Fisiche, e Matematiche, tra' quali il Gassendi, il Cartesio, l'Obbesio, il Robervallio, il Blondello, l'uno e l'altro Pascale, ed altri. Poco dopo si celebrarono le Adunanze in casa del Nobilissimo Montmort, indi presso il Signor Thevenot, con che si diede molto accrescimento (1) alle naturali discipline. Da ciò, come afferma il du Hamel, presero anco gl' Inglesi l'esempio, onde sul fine del Dominio del Cromuele incominciarono alcuni de' più dotti a formare una Società in Oxford, per convenire insieme di tempo in tempo, e comunicarsi scambievolmente i loro ritrovati.

Invaghitosi allora di tali Scienze il Cardinal Leopoldo de' Medici Principe di Toscana, fondò nel 1617. la sua celebre Accademia Esperimentale. Dal che mosso quasi ad emulazione Carlo Secondo Re d' Ingbilterra, pensando che fosse interesse pubblico il promuovere tali Scienze, non si contentò, che l'Accademia Inglese stesse Privata in Oxford, ma volle, che fosse trasportata a Londra l'anno 1660. dichiarandola Pubblica (2), e Regia. Allora il generosissimo Colbert Ministro di Stato di Luigi Decimoquarto Re di Francia principalmente incitato dal Signor du Clos, e dall' Abate di Bourzeys fece in maniera che per ordine Regio si stabilisse nel 1666. l'Accademia di Scienze in Parigi; innalzandovi eccelsa fabbrica per le adunanze, ed invitando con ricchi doni i più dotti Filosofi. Anche in Germania l'Imperadore Leopoldo stabilì la sua, benchè con minore apparato. Indi in Berlino nacque la Società Regia istituita dal Re Federico con molta magnificenza. E in Bologna la celebre Accademia istituita per opera principalmente dell' accuratissimo Signor Marchese Marsilj. Dopo cui seguitò quella di S. Pietroburgo istituita l'anno 1725. dall' Imperadrice Catterina, secondo l'Idea dell' Imperador Pietro. Per lo stabilimento di tali Accademie è incredibile quanto le dottrine Fisiche si sieno promosse, e quanti Filosofi si sieno prodotti, la fama de' quali per tutta l'Europa si sparse con tant' onore,

re,

(1) *Storia dell' Accademia Reale.* (2) *Spraut Storia dell' Accademia Regia.*

re, e con tanta gloria, che pare avere in certa maniera oscurato i secoli antichi, riempiendo il Mondo di nuova immortal luce.

Tali furono in Italia il Galilei Principe delle Scienze, il Torricelli, il Borelli, il Bellini, il P. Grimaldi, il Montanari, il Bianchini, il Vallisnieri; al numero de' quali si possono con ragione aggiugnere, benchè viventi, il Sig. Marchese Poleni, il Sig. Conte Riccato, il Sig. Abate Conti, li Sig. Manfredi, il Sig. Francesco Zanotti, il P. Grandi con altri dottissimi, ed ingegnosissimi Uomini, che sarebbe cosa lunga il nominare. Fuori d' Italia tra' più illustri sono il Cartesio, il Gassendi, l'Ugenio, il Nevvton, il Mariotte, il Leibnizio, il P. Malebranche, il Fontanelle, il Varignon, ed altri innumerabili, per l'industria de' quali sono stati di ottime cognizioni i nostri secoli riempiuti, ed adornati.

AVVERTIMENTO.

IL bene, che apportano alla civile Società le naturali discipline, fece che in ogni tempo non mancassero a tutte le più colte Nazioni uomini diligenti ed accurati, che tali materie proccurassero d'esporre per renderne altrui pienamente dotto ed istrutto conoscendo che da esse non solamente un sommo diletto poteva derivarsi in quelli che nella loro contemplazione si occupavano, ma ancora una somma utilità per la perfezione delle belle arti, e per la più felice maniera del vivere. Ciò si fece principalmente ne' nostri tempi, ne' quali per tutta l'Europa non meno di tutte le altre discipline fu la scienza natural coltivata, sicchè tolta quasi dalle tenebre e dall'obblìo, pare che ora solamente siasi prodotta, come se per dono divino fosse a noi particolarmente concessa. Non tutte le Istruzioni però sono di uso, parte per la difficoltà delle teorie che contengono, parte per la mancanza di molte scoperte, che di giorno in giorno si vanno facendo. La qual cosa ci ha indotto di porre in Pubblico la nostra Fisica Elementare, in cui all'uno e l'altro incomodo speriamo di poter andar incontro, proponendo le cose egualmente più nuove e più facili; il che più volentieri abbiamo intrapreso, perchè avendo determinato di rendere tali studj più familiari all'Italia, desiderarsi simili Teorie vedevamo dall'Italiana favella. Dal titolo che abbiamo dato a quest'Opera, può facilmente ognuno conoscere, ch'è questa scritta per chi comincia, non però per chi comincia dal nulla; perchè non tutto può intendersi senza qualche principio di Aritmetica, e Geometria. Senza tali due scienze è impossibile il conoscere i primi principj della Filosofia; onde non senza ragione sulla porta della sua Accademia aveva scritto Platone, ὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, cioè a dire, niuno senza Geometria vi entri.

DE-

DEGLI ELEMENTI DI FISICA

LIBRO PRIMO.

DEFINIZIONI.

1. Fisica si dice quella Scienza, che ha per oggetto i Corpi Naturali, e cerca le loro proprietà, così detta dalla voce Greca φύσις, che significa Natura.

2. La voce di *Natura* è voce Equivoca. Imperocchè talvolta si prende per la Essenza delle cose, che contempliamo, come quando si dice essere tale la natura della Virtù, del Vizio, o altro. Talvolta si adopera per significare la Causa Universale di tutte le cose, ch'è Dio, come Seneca nel Libro 4. de' Beneficj; *Quid enim aliud est Natura, quam Deus?* Che altro è la Natura, che Dio? Talvolta significa lo stesso Universo, ed i Corpi, de' quali egli è composto, ed in questo senso la prende il Fisico, quando dice di essere il Contemplatore della Natura.

3. La Fisica, che contempla l'Universo in genere, si dice Fisica *Generale*, e quella, che discende alle parti dell'Universo, e precisamente le proprietà di qualche Corpo considera, si dice *Particolare*. Onde segue, ch'essendo innumerabili i Corpi, che contemplare possiamo, innumerali ancora possono essere le parti della Fisica Particolare, che secondo le varietà dell'oggetto variano ancora di nome. Così per esempio quella, c'ha per oggetto il Fuoco, si dice Pirologia, quella, che contempla il Cielo, Astronomia, quella che contempla le parti del Corpo umano, Anotomia; ed in tal modo diverse Scienze si formano, come Statica, Idrostatica, Ottica, Diottrica, Catottrica, Acustica, Chimica, Botanica ecc.

4. Fisica *Storica* si dice quella, ch' espone i Fenomeni senza riportar le cagioni, dalle quali nascono. Tal è la Storia degli Animali descritta da Aristotele, e i trentasette Libri di Plinio il Vecchio.

5. Fisica *Etiologica* è quella, ch'espone i Fenomeni, ed apporta le cagioni, dalle quali derivano. Tali cagioni, o sono scoperte direttamente, e poste sotto gli occhi colla sperienza, o sono solamen-

C te

te didotte per congettura. Nel primo modo conſiſte la Fiſica *Sperimentale*, nel ſecondo l'*Ipotetica*.

Il che per ben intendere è neceſſario avvertire ciò, che ſignifica queſta voce *Ipoteſi*. Imperocchè naſce dalle due voci Greche ὑπὸ, e θέσις; onde viene a ſignificare lo ſteſſo, che *Sottopoſizione*. Quando io per eſempio cerco di ſapere le ragioni di qualche Fenomeno, come del Fluſſo e Rifluſſo del Mare, eſamino attentamente tutte le circoſtanze, e tutte le mutazioni, o varietà, ch' intorno a tale Fenomeno accadono, e comparandole inſieme, e riducendole a principj noti, e verità dimoſtrate, giudico eſſere tale la Cauſa di quel Fenomeno. Tale Cauſa eſſendo ſtata l'ultima nella mia *Analiſi*, ovvero Ricerca, diventa la prima nella mia *Sinteſi*, ovvero Eſplicazione di ciò, che giudico avere ritrovato, la quale perciò ſtabiliſco, e pongo come un Principio, da cui naſcono tutte le verità, e circoſtanze, che in tale Fenomeno ponno oſſervarſi. E queſta chiamaſi la mia Ipoteſi; ovvero la mia Poſizione, la quale per eſſer buona è neceſſario, che da eſſa derivino tutti e quanti ſono i Fenomeni dalle oſſervazioni de' quali è ſtata didotta. Se qualche Fenomeno la diſtrugge, è *Falſa*. Se a molti Fenomeni riſponde ſenz' alcuno, che la diſtrugga, è *Probabile*; e tanto più probabile, quanto è maggiore il numero de' Fenomeni, cui riſponde. Se quanti ſe ne oſſervano, vi riſpondono, ſi può conſiderare per *Certa*; e ſarebbe contro ragione il dubitarne; perch' è impoſſibile, che tutto corriſponda col Falſo.

Talvolta io prendo per Principio un Fenomeno ſteſſo, di cui per altro ignoro la Cauſa, ma mi ſerve di Legge per intendere tutti i Fenomeni, che da eſſo, come da primo Fonte derivano. In tal maniera gli Statici prendono per principio le Leggi della Gravità, ſebbene ignorano, onde naſca la Gravità; e i Diottrici la Refrazion della Luce, ſebbene la vera cauſa di tal Fenomeno non intendono. Così i Nevvtoniani riducono una quantità di Fenomeni al Principio delle Attrazioni, ſebbene non intendono le cagione di tale Principio.

Aſſiomi.

1. Ogni effetto ha qualche Cauſa.
2. Ogni effetto è proporzionale alla Cauſa; onde per eſempio effetto duplo ha cauſa dupla, e triplo tripla.
3. Il niente non produce Coſa.
4. Del Niente non vi è proprietà.
5. Tutto quello che naſce, naſce da Coſa, e quello che periſce, ſi riſolve in Coſa.

6. O-

6. Ogni Coſa reſta ſempre nel ſuo ſtato, quando non vi ſia una cauſa, che la perturbi. Così un Legno rotondo reſterà ſempre rotondo, finochè vi ſia una cauſa, che gli tolga la ſua rotondità; ed un Corpo quieto reſterà ſempre in quiete, finochè da qualche cauſa ſia poſto in moto.
7. Dio opera ſempre nella maniera più ſemplice.
8. L'*Azione* è ſempr' eguale alla *Reazione*; ovvero quanto agiſce l'Agente, tanto patiſce. Quanto per eſempio un corpo percuote, tanto reſta percoſſo. Quanto un cavallo tira un carro, tanto è tirato dal carro (1).

De' Principj Univerſali. Cap. I.

Varj ſecondo le varie Sette ſono ſtati i principj a' quali furono ridotti tutt'i Corpi Fiſici. Parmenide, e Meliſſo un ſolo affermavano eſſere l'Univerſale Principio, di cui tutt'i Corpi ſono formati, il quale chiamavano eſſi l'*Ente*, o la *Soſtanza*, che da Parmenide era giudicato finito, da Meliſſo infinito. I Pitagorici coſtare tutto affermavano di *Materia* e di *Numeri*; i Platonici tutto di *Soggetto* e d'*Idee*. Ariſtotele afferma doverſi diſtinguere due Principj, ſe ſi conſiderano i Corpi già formati; cioè la *Materia*, e la *Forma*, e tre ſe ſi conſiderano nel formarſi cioè *Materia*, *Forma*, e *Privazione*. I ſeguaci di Epicuro tutto coſtare di *Atomi* variamente figurati, e variamente moſſi. Carteſio tutto di *Soſtanza eſteſa, e di affezioni varie della Soſtanza eſteſa*; nelle quali ſentenze pare certamente, che vi ſia più diſcordanza nella maniera di eſprimerſi, di quello che nel ſentimento.

Dico adunque a due Principj Univerſali ridurſi tutt'i Corpi, che compongono l'Univerſo, e ſono la Materia, e la Forma. Tale dottrina è conforme a quella di Ariſtotele (2). La quale, acciocchè bene s'intenda, avvert'egli, che il ricercare i principj de' Corpi Naturali è un ricercare i generali principj, che concorrono a coſtituire tutt'i Corpi dell'Univerſo, e che per eſſere tali è neceſſario, prima che gli uni dagli altri non naſcano; ſecondariamente, che non ſiano compoſti di altri principj; terzo, che tutt'i Corpi ſiano di quelli compoſti. Perchè ſe l'uno foſſe principiato dall'altro, non ſarebbono amendue egualmente principj, e molto meno ſe amendue foſſero principiati da altri. E ſe tutt'i Corpi non foſſero di quelli compoſti, non ſarebbono Univerſali Principj, ma Particolari. Tali coſe poſte, oſſerva egli poterſi in due maniere conſiderare il Corpo Naturale, o quando ſi produce, o quando è

C ij pro-

(1) *Vedi il Keill Introd. alla Vera Fiſ. Lez.* 12. (2) *L.* 5. *Metaf. C.* 1.

prodotto. Nel primo caso tre principj distingue, nel secondo due. Imperocchè quando si produce di nuovo un Corpo, per esempio un Albero, incomincia certamente ad essere un non so che di nuovo, che non vi era. O che dunque incomincia ad essere una Sostanza nuova, che non vi era, o che solo da una Sostanza esistente si cavano nuove qualità, le quali prima non vi erano, e, (per „ adoperar le sue voci) o nasce una nuova Sostanza, o si fa una „ Sostanza tale di una Sostanza non tale. Non il primo, perchè, per il quinto Assioma, nell'Universo non si produce per forza delle Cause seconde nuova Sostanza; e perch' esistano nuove Sostanze, è necessario, che la causa prima le crei. Dunque il secondo, cioè a dire quando si produce un Albero, la Cosa, o Sostanza, che non era Albero, diventa Albero; ovvero ciò, ch'era in tale guisa determinato, e qualificato, ond'era tutt'altro, che Albero, acquista un nuovo stato, ed una nuova determinazione, per cui cangiato diventa tale, onde Albero lo nominiamo. Ed ecco due Principj, che costituiscono l'Albero, e senza de' quali è impossibile, che quello si faccia. Il primo è la Sostanza, che riceve tali determinate qualità, il secondo ciò, che fa la Sostanza tale, e la determina ad esser Albero. Quello fu chiamato da Aristotele la *Materia*, questo la *Forma*. Ma perchè non è possibile, che la Materia diventi Albero, se prima non era tutto altro che Albero, cioè a dire, se prima non era privata di quello stato, giudica egli, che se si considera l'Albero nel suo prodursi, vi debba intervenire un terzo principio, che chiama la *Privazione*, il quale però, come non è difficile il conoscere, non si può dire propriamente un vero principio; o almeno è un principio di ordine differente dagli altri due; perchè certamente la Materia, e la Forma sono due reali, e positivi principj; e tale non è la Privazione. Perciò non senza ragione è disapprovato in questa parte dagli altri Filosofi Aristotele, per avere introdotto un principio negativo, e Metafisico dove si tratta di cercare i principj positivi, e Fisici (1).

Quello, che si è detto dell'Albero potendosi applicare a qualunque Corpo, sarà evidente, che tali sono i principj Universali, che si cercavano.

Ma accordandosi, come ragion vuole, che tutt'i Corpi Naturali sieno di tali principj composti, cioè di Materia, e Forma, si dee investigare, che cosa sia tanto l'una, quanto l'altra. Imperocchè dalla loro intelligenza dipende tutta la Fisica. Sopra di che ricercando Aristotele, ritroviamo primieramente in esso due esplicazioni della Materia.

La

La prima nel 7. Libro della Metafisica, dove dice essere la Materia *nè una qualche Cosa, nè una quale, nè una quanta, nè altro di ciò, che determina l'Essere; ma ciò in cui cade quantità, qualità e qualunque altra determinazione*. E nel primo della Fisica dice essere la Materia il *primo Soggetto di ciascuna Cosa, dal quale si forma e costituisce qualunque Essere naturale, ed in cui si risolve tutto ciò, che si risolve*. La Forma poi egli la chiama quell'*Atto primo, che insieme colla Materia costituisce il Composto*, ed altrove dice essere *ciò, che si cava dalla potenza della Materia*, altrove la chiama *Essenza del Composto*.

Le quali cose benchè siano vere, essendo però assai indeterminate, ed oscure diedero occasione a' Filosofi de' nostri tempi di cercar nuove vie per intendere più chiaramente che cosa sia la Materia, in che le sue Forme, e proprietà consistano, quali siano le Leggi, colle quali opera la Natura, quindi le cause di tanto strani Fenomeni, il che fece nascere un nuovo Metodo di filosofare detto *Sperimentale*, e *Meccanico*, perchè tutto si fonda sulle sperienze, e sulle Leggi del moto. Metodo certamente coltivato ancora ne' tempi antichi, ma già negletto, e presso che perduto parte per inerzia de' Secoli, parte per una soverchia avidità di Metafisiche disputazioni. Quello che diede i primi fondamenti di questo Metodo non è da dubitare, che non fosse Galileo Galilei, che combinando le dottrine Geometriche colle sperienze scoperse le prime Leggi del moto, ed aprì la strada alla cognizione del vero. Il cui esempio seguendo, molto fecero in Francia il Cartesio, e 'l Gassendi ne' loro famosi sistemi in molte cose certamente discrepanti, ma in questo concordi in ridurre tutte le leggi della Fisica alle meccaniche, e spiegar i Fenomeni colle dottrine del moto. Alle dottrine de' quali ancora imperfette, e nascenti non è da maravigliarsi, che parte avessero da levare, e parte da aggiungere i posteri, separando il certo dall'incerto, e rigettando le più ardite Ipotesi; onde di giorno in giorno si accresce perfezione alle scienze, e senza contradizione si stabilisce un generale Sistema.

Della Natura della Materia Cap. II.

PER ritrovare, che cosa sia ciò, che noi diciamo *Materia*, conviene considerare alcuna di tali cose, che da noi sono chiamate con questo nome; per esempio un sasso, il quale noi concepiamo come una massa in lungo, largo, e profondo estesa, composta di parti l'una dall'altra distinte, di tale determinata grandezza, peso, figura, e valore, in tale maniera rigido, opaco, duro, resistente, e quiee quieto, e finalmente con qualunque fisica circostanza, che in esso si trova. Ed allora è da cercarsi, perchè si chiama *Materia*. Non certamente per la sua grandezza, perchè se fosse maggiore, o minore si chiamerebbe ancora Materia; non per la figura quadrata, rotonda, o triangolare, perchè cangiando ancor queste si dice ancora Materia; non finalmente per lo suo peso, colore, opacità, durezza, o qualunque altra circostanza, ch'egli possa avere, perchè si concepisca ancora una massa in lungo, largo, e profondo estesa, non cessa d'esser detto Materia. Ma se si distrugge ancor questo, non più si chiama Materia, e tutta l'idea del sasso è ridotta a nulla. Per le quali cose converrà concludere, che intanto è detto Materia il sasso, in quanto ch'egli è un Essere in lungo, largo, e profondo esteso, e che perciò la *Materia* generalmente non altro importa nel suo concetto, che una *Sostanza, o un Essere lungo, largo, e profondo*. Tale Analisi della Materia è secondo il Cartesio, accennata prima da Aristotele, cui certamente pare non potersi fare contraddizione. Nasce con tutto ciò ragion di dubitare nei seguaci di Democrito, e del Gassendi. Imperocchè non sempre dassi Materia, ovunque si dà estensione. Essere nell'Universo dispersa la Materia entro a'vasti spazj del Vacuo, e tanto questo, quanto quella esser esteso. La Materia essere una estensione impenetrabile, il Vacuo una estensione penetrabile. Doversi però distinguere due estensioni; una materiale, e corporea, l'altra immateriale, e vuota. L'acqua per esempio, che riempie le cavità della Terra è una estensione materiale, ma lo spazio ch'ella riempie è una estensione penetrabile, e vacua. Essere però malamente diffinita la Materia, quando si diffinisce per l'estensione, e doversi dire piuttosto una Estensione impenetrabile. Ma non è difficile lo sciogliere questa difficoltà se si considera che la Materia è diffinita *Sostanza, o Essere esteso*. La qual diffinizione non può convenire al Vacuo, che non è Sostanza, nè essere. Doversi poi stabilire come questo vasto Universo non sia tutto un aggregato di parti reali esistenti, e come gli spazj, che sono tra Noi, e 'l Sole sieno parte riempiuti di corpi, e parte nulla. Che se il Vacuo è un Essere, non potrà dunque distinguersi dalla Materia. E se egli è un non Essere, non potrà esser esteso. Delle quali cose diremo più diffusamente a suo luogo.

Della Natura della Forma. Cap. III.

Determinata in tale guisa la natura della Materia, io vado cercando la Forma, nè ritrovo, che in altro possa ella consistere, che in una varia disposizione, e mutazione di essa Materia. Imperocchè introducendosi, come vediamo per la sperienza, continuamente nuove Forme nella Materia, ed altre continuament' estinguendosi, è necessario il dire, che tali Forme o siano Sostanze novamente nascenti, o sole mutazioni di una Sostanza, che nè nasce, nè perisce. Non il primo, perchè per il quinto Assioma, in virtù delle cause seconde non nascono, nè periscono Cose. Dunque ciò che nasce di nuovo, è una mutazione, o cangiamento della Materia, la quale acquista nuova qualità per diverso stato, che viene in essa introdotto, in quella maniera che una corda sonora acquista diversi tuoni secondo, che più o meno si tende, restando sempre la stessa corda, e cangiandosi solo la sua tensione.

Infinite essere le maniere, nelle quali può la Materia cangiarsi, facilmente si conosce, se si considera con attenzione ciò, di cui è capace la Sostanza estesa. Imperocchè primamente chiara cosa è, che una Massa estesa può cangiare in infinito per cagione della figura; onde per esempio può farsi Piramidale, Cubica, Sferica, Dodecaedra, Icosaedra, e di qualunque altra figura regolare, o irregolare. Può cangiare in secondo luogo per la grandezza; perchè può darsi una Massa estesa palmare, bipalmare, tripalmare; una di picciolissima mole, una di mole sempre maggiore, e maggiore. Terzo può cangiare indefinitamente per cagione del Moto, potendovi essere una massa in moto, una in quiete, una compressa con una forza, una con un'altra, questa mossa con una velocità di due, tre, quattro gradi, quella con più, e più gradi senza limiti. E per le determinazioni de' moti potranno introdursi altre variazioni senza fine, potendo una massa essere diretta per linea curva, una per retta, una per circolare, una per elittica, una per parabolica, o in altro modo. Che se si combina una variazione con un'altra, si potrà sempre più conoscere quanto possa variare di stato la Materia, restando sempre la stessa Sostanza; onde si potranno formare aggregati infiniti di parti eterogenee di moto diverso, di diversa positura, figura, e grandezza, che tutte saranno Materia, ma diversamente costituita.

Che se in tali diverse determinazioni di parti consistono le qualità, che hanno i Corpi, come di fatto per la sperienza vediamo, ed a suo luogo dimostrerassi, e se non per altro, che per una disposizione varia di parti avviene, che si veda un Corpo bianco, rosso, o ceruleo, si senta molle, tenero, o duro, sia fluido, o tenace, grave, o leggieri, lucido, opaco, sonoro, o di qualunque altra simile qualità, s'intende quanto di tali qualità possa variar la Materia, tosto che si conosce quanto possa la medesima variare di stato e determinazione Meccanica nelle sue parti.

Co-

Corollarj.

Tali definizioni poste, è cosa agevole l'esplicare tutte le più eccellenti pronunciazioni degli antichi, e nuovi Filosofi intorno la Materia, e la Forma; il che serve per comprovazione della suddetta dottrina.

1. Imperocchè primamente non importando la Materia nel suo concetto alcuna determinata Fisica qualità, ma il solo attributo di *Essere*, *Lungo*, *Largo*, e *Profondo*, è vero il dire, come Aristotele la definisce, che non è una *qualche cosa*, nè *una Quanta*, nè *una Quale*; cioè non è ella il Sole, o la Terra, o il Fuoco, o alcuno di tali Corpi determinati, che sono dell'Universo, nè è necessario, che sia dura, o densa, o fluida; nè bipalmare, tripalmare, o quadrata, o rotonda; ma di essa ogni Cosa si forma, e il Sole, la Terra, e il Fuoco, e il Duro, il Denso, e il Fluido, il Calido, il Freddo, il Quadrato, il Rotondo, e qualunque determinazione, che costituisce tanta varietà di Corpi nell'Universo.

2. Così è quel *Soggetto primo*, da cui si cava ogni Corpo Fisico; perchè dalle variazioni di essa sono costituiti i Corpi che noi vediamo; e *ciò che perisce, si risolve in essa*, che non perisce mai, ma solo cangia di stato.

3. E s'intende, perchè sia stata detta *pura Potenza*, *Sussistenza prima*, *primo Soggetto*, *Seno delle Forme*, e come senza *Forma* è un *Essere ignudo*, *povero*, *turpe*, e quasi *niente*, come la chiama S. Agostino (1) „ *Duo quædam fecisti Domine*, *unum fere* „ *Te*, *unum fere Nihil*. Hai fatto due cose, o Signore, una qua„ si Te stesso, l'altra quasi il Niente. La prima lo Spirito umano, la seconda la Materia. Imperocchè sebbene essa si può dire tutto l'Universo, perch'è l'Essere, di cui tutto l'Universo si forma; contuttociò considerata nel suo preciso stato senza la Forma diventa cosa ignuda; onde nessuna qualità, o Forza, o Attività include in se stessa; ma solo l'attributo generalissimo di un Essere Esteso, il quale negato, non v'è più idea di cosa, e viene la Materia ridotta a nulla.

4. Da Averroe (2) viene chiamata *un mezzo tra l'Essere*, *e il non Essere*, e da Psello (3) *Cosa, che non coll'immaginazione*, *ma solo colla considerazione si concepisce*, *informe*, *inordinata*, *Essenza non esistente*, *Sostanza non sussistente*, *tra tutte le cose vilissima*, *e come se si dicesse Materia immateriata*.

5. La Materia così considerata fu chiamata *Materia prima* dagli Aristotelici, la quale introdottavi poi qualche Forma diventa *Materia Seconda*. L'oro, il Legno, il Sasso sono Materie seconde, perchè sono masse Estese con una determinata costituzione di parti. Se si astrae da tale costituzione di parti, e si considera il solo attributo di Massa estesa, allora non vi è più il concetto di Oro, di Legno, o di Sasso; ma solo di Materia Prima.

(1) Conf. 12. (2) Fis. L. 1. (3) [illegible]

6. Da tali cose s'intende ancora, perchè la Forma sia detta *Atto della Materia*. Imperocchè di fatto la Materia, che nel suo stato preciso è capace di diventare sasso, e legno, ed altro natural corpo, diventa attualmente sasso, e legno, quando vi s'introduce quello stato di parti, che conviene a ciò, che sasso, e legno chiamiamo.

7. Così s'intende, perchè la Forma si dice essere *Ciò*, *che si cava dalla potenza della Materia*; perchè le determinazioni di un Soggetto non si cavano che dal Soggetto; e perchè si dice *Materiale*, ma non *Materia*, *Sostanziale*, ma non *Sostanza*, e come non *cavata dal Nulla*, ma da un presupposto Soggetto, e come *Essenza del Corpo Fisico*; perchè se non per mezzo di essa viene determinato, e costituito ogni Corpo Naturale.

8. Le forme di ogni Corpo inanimato altro non sono, che le tessiture, e il lavoro delle parti, che lo compongono. Uno Smeraldo, per esempio, in tanto è Smeraldo, in quanto che ha una costituzione di parti differenti da ogni altro Corpo, alle quali parti se fossero interamente simili, ed eguali quelle, che sono in un Diamante, egli sarebbe uno Smeraldo, e non un Diamante. Le Forme delle piante sono lo stesso: Imperocchè intanto una Pianta è differente da un'altra, in quanto questa è diversamente organizzata da quella. Così ancora negli Animali Bruti le loro Forme non consistono, che nelle loro diverse organizzazioni, nelle quali consistono tutte quante sono le Facoltà, che in essi si attrovano, le quali nascono di nuovo in Natura col formarsi dell'Organo, e periscono colla distruzione del medesimo. Nell'Uomo solo la Forma non si può dire, che sia la Costituzione delle parti, ovvero la Organizzazione, perchè la ragione, ed il costitutivo essenziale, per cui si dice Uomo, essendo la Facoltà del ragionare, e dell'intendere, che, come osserva ancor Aristotele (1), non può concepirsi, che provenga dall'Organo, ma è necessario il dedurla da qualche immortale principio. Non si potrà per questo ridurre mai la Forma Umana ad una Simmetria, o Architettura di parti. E perciò non senza ragione Clemente V. stabilisce essere *Forma* dell'Uomo non l'Organo, ma una Sostanza

(1) *Della Gener. degli Animali Cap. 3.*

za intelligente, e razionale, qual è l'Anima Umana, come si vede nella prima Costituzione Clementina al Paragrafo *Porrò* [1], la quale fu poi, come afferma lo stesso Pontefice, promulgata nel Concilio di Vienna.

Tale dottrina intorno le Forme Materiali è la stessa, che in molti luoghi Aristotele stabilisce, dove essere la Forma alla Materia nello stesso modo insegna, che la figura al bronzo, la dizione alle lettere, la casa alle pietre, il tutto alle parti. „ γί„ γνεται [2] δὲ τὰ γιγνόμενα ἁπλῶς, τὰ μὲν μετασχηματίσει, „ οἷον ἀνδριὰς ἐκ χαλκοῦ. τὰ δὲ προσθέσει, οἷον τὰ αὐξανόμενα τὰ „ δ' ἀφαιρέσει οἷον ἐκ τοῦ λίθου ὁ Ἑρμῆς τὰ δὲ συνθέσει, οἷον οἰκία „ τὰ δ' ἀλλοιώσει, οἷον τὰ τρεπόμενα κατὰ τὴν ὕλην. Delle cose poi che si fanno semplicemente parte si fanno per trasfigurazione, come la statua dal metallo, parte per apponimento, come quelle che si accrescono: alcune per toglimento, come dalla pietra Mercurio: altre dalla compositura, come la casa; ed altre dall'alterazione, come quelle che si mutano secondo la materia.

9. Ogni nuova generazione adunque non importa, che una nuova mutazione. Il Soggetto riceve ora una Forma, ora un'altra; ma egli di sua natura resta sempre lo stesso: nè si corrompe; ma ciò, che si genera, e si corrompe è il Composto. „ Quando per „ esempio (osserva il Sig. Cormemois [3]) i grani del formen„ to sono ridotti in polvere, mutata la loro costituzione di par„ ti, diventano un nuovo composto, che si dice Farina; mesco„ landovi allora le parti acquee, sicchè si faccia una nuova com„ binazione nasce una nuova Cosa, che diciamo la Pasta; e mu„ tando le parti di questa coll'azione del fuoco, si muta ancor „ essa, e diventa ciò, che chiamiamo **Pane**, e tritate poi le di „ lui parti co' denti, e diversamente nel ventricolo separate, e „ divise acquistano un nuovo stato, e si fanno una candida Mas„ sa, e viscosa, che si dice il Chilo, il quale poi per molte al„ tre mutazioni, disposizioni, e combinazioni diventa sangue, car„ ne, ossa, e nervi, nel che non si fa, che un cangiamento di sta„ to. *Si ex albo ceræ nigrum dolorem ducat aliundè, non minùs „ cera est, & si ex quadrata rotundam formam sumat, & si ex „ molli durescat .... At si eorum quæ in subjecto sunt tanta com„ mutatio fieret, ut illud, quod subesse dicebatur, dici jam omni„ nò non posset, veluti cùm calore ignis cera in auras discedit, „ eamque mutationem patitur, ut rectè intelligatur mutatum esse „ subjectum quod cera erat, & cera jam non est, nullo modo a„ qua ratione quicquam eorum, quæ in illo subjecto ideò erant, „ quia hoc erat, remanere putaretur.*

[1] *Nel Corpo del Gius Canonico.* [2] *Fisic. L.* 1. [3] *S. Agostino della distinzion dell' Anima, e del Corpo.*

„ *qua ratione quicquam eorum, quæ in illo subjecto ideò erant, „ quia hoc erat, remanere putaretur.* Se una cera, ch'era bian„ ca, riceve per qualche cagione il color nero, non cessa di es„ sere cera, e se di quadrata si fa rotonda, e di dura si fa mol„ le .... Ma se di ciò, ch'è dentro il Soggetto si fa tanta mu„ tazione, che ciò che n'era il Soggetto, non può più dirsi lo „ stesso, come quando per lo calore del Fuoco la Cera si dilegua „ in aura, e patisce tale cangiamento, che con ragione si dice „ essere stato cangiato il Soggetto, ch'era cera, ed ora non è più „ cera, allora in nissun modo si giudica restar alcuna di quelle „ qualità, che in tanto v'erano nella cera, in quanto che vi era „ la cera.

10. La Materia, benchè sia indifferente a tutte le Forme, bisogna però, ch'esista con qualche Forma. Imperocchè una Massa estesa non può esistere senza qualche stato di moto, o quiete, senza qualche figura, o grandezza. Perciò in un senso si può dire, che la *Materia prima* non esiste, come affermano i Tomisti, e si può dire ancora, ch'esiste, come asseriscono i discepoli di Scoto. Imperocchè, come la Materia prima non include nel suo concetto alcuna Forma, così non esiste in tal modo, come da' Filosofi viene considerata; in quella maniera che non esistono separatamente gli Attributi separati solo per mente, e in quella maniera, che non esiste separatamente per esempio la superficie Geometrica, che il Geometra considera senza profondità; nè la linea, che considera senza larghezza.

11. Di tutti gli attributi delle Materie Fisiche, il Geometra considera la sola Estensione, il Fisico oltra di questo gli considera tutti, e le varie innumerabili qualità, che si vedono ne' corpi, e ne investiga le cagioni. „ ὁ μαθηματικὸς περὶ τὰ ἐξ ἀφαιρέσεως „ τὴν θεωρίαν ποιεῖται περιελὼν γὰρ πάντα τὰ αἰσθητά, θεωρεῖ „ οἷον βάρος καὶ κουφότητα, καὶ σκληρότητα, καὶ τοὐναντίον ἔτι δὲ „ καὶ θερμότητα, καὶ ψυχρότητα, καὶ τὰς ἄλλας αἰσθητὰς ἐναντιώ„ σεις μόνον δὲ καταλείπει τὸ πόσον, καὶ συνεχὲς [1]. Il Matematico fa considerazione intorno a quelle cose, che dall'astrazione provengono. Imperciocchè togliendo via tutte le cose sensibili, va speculando per esempio la gravità, la leggerezza, la durezza e il suo contrario: così pure la calidità, la frigidità, e le altre sensibili contrarietà; e solamente lascia il Quanto, ed il Continuo.

Annotazione.

Da tali principj non sono diversi quei di Pittagora; impe-

[1] *Arist. Metaph.* 12.

rocchè essendo tutti i Corpi costituiti di Materia e di Forma, ed essendo le Forme una determinata costruzione di parti diversamente figurate, e diversamente mosse con varie proporzioni e leggi, è vero il dire, essere tutto composto di Soggetto, e di Numeri; così è vero ciò, che pensava Platone, che tutto costasse di Soggetto, e d'Idee; quando per Soggetto intendasi la Materia, e per Idee le Forme, che ad essa furono dall'Autore sommo destinate secondo le Idee Archetipe da lui fin dal principio concepute. E se s'intende per Principio il Soggetto, da cui si cavano tutti i Corpi che compongono quest'Universo, non hanno errato Melisso, e Parmenide in costituire un solo Principio; perchè di fatto da un solo Essere Esteso sono tutti i Corpi formati. Qualunque altro principio venga apportato, si riduce sempre a questi due, o sia l'Acqua di Talete, o il Fuoco di Eraclito, o l'Aria di Anassimandro, o gli Atomi di Epicuro, o qualunque altro, che abbiano assegnato i Filosofi.

Quando in un Corpo Fisico si muta in tale maniera il Sistema delle sue interne parti, che non ritiene più le qualità che aveva, ma di nuove qualità totalmente si veste dicesi farsi la *Corruzione* di esso, e *generarsi* un nuovo Corpo. Così quando la Cera in tal maniera si muta, che diventa Fuoco, si dice farsi la *Corruzione* della cera, e farsi la *Generazione* del Fuoco; onde segue, come osserva Aristotele la generazione di un nuovo corpo farsi sempre colla corruzione di un altro; perch'è necessario, che la Materia perda una Forma, affinchè faccia acquisto di un'altra.

Quando un corpo perde una parte minore delle sue qualità, ritenendone una maggiore, si dice *Alterarsi*; come quando un ferro di freddo, ch'era egli diventa caldo; nè si considera come mutato di forma un corpo, che resta alterato; il ch'è vero solo secondo la comune, e sensibile estimazione degli Uomini; ma non è vero secondo la ragione rigorosa; imperocchè ogni stato differente di parti componenti può stabilire una nuova determinata Natura, in quella guisa che ogni relazione particolare di angoli stabilisce un particolare triangolo.

Delle primarie proprietà della Materia Cap. IV.

Stabilita la Materia per una Sostanza estesa, è facile il conoscere di quante proprietà ella sia capace, e come in modi infiniti ella possa dal Sommo Autore esser variata, costituita, e disposta, onde così varia, e così mirabile agli occhi nostri si faccia.

I. E prima di tutto essendo un Essere esteso, sarà ancora un aggregato di parti, e come ciascuna di queste parti ha la sua propria esistenza separata, e indipendente dalla esistenza altrui, potrà ciascuna di queste parti in diversa maniera disporsi ed organizzarsi.

II. E potranno tali parti essere da qualunque figura circoscritte, onde altre triangolari, altre quadrate esser potranno, altre circolari, altre elittiche, altre paraboliche in infinito.

III. Così potranno variare per la grandezza, onde altre maggiori, altre minori potranno essere, e ciò senza alcun limite, onde non sarà assegnabile alcuna così enorme grandezza, di cui non se ne possa assegnare una maggiore, nè una così picciola, di cui non possa esservene una sempre minore, e minore.

IV. E saranno tali parti capaci di quiete, e di moto. E come la loro esistenza non è determinata piuttosto ad una sorta di moto, che all'altra; così in modi infiniti potranno esser mosse, e con ogni grado di celerità, e per ogni sorta di direzione.

V. E tali parti infinitamente variate potranno in modi infiniti tra sè combinarsi, e disporsi, e temperando diversamente e i solidi co'fluidi, e i moti, e le resistenze, e le forze potranno formarsi tante, e così varie costruzioni, che noi veggiamo.

VI. Ed in qualunque modo sieno constituite tali parti saranno tra sè *impenetrabili*, perchè se l'una si penetrasse coll'altra non formarebbero piu l'estensione, e se un palmo di materia si penetrasse con un altro palmo vi sarebbero due palmi ed un palmo solo, il che è cosa assurda.

Della divisibilità della Materia in infinito. Cap. V.

UNA delle principali proprietà della materia è la sua divisibilità in infinito.

Sieno due parallele (1) BM, AD, cui si tiri la normale CD, e s'intenda un mobile M muoversi direttamente per la linea BM. Se dal punto A si tira una retta AM al centro del corpo M, è manifesto, che più che si avanzerà il corpo M, più la linea AM si accosterà al punto D. Ma per quanto si avanzi il corpo M, la linea AM non arriverà mai al punto D, perchè allora anderebbe parallela alla BM, e non taglierebbe DC, e come in infinito può il corpo M avanzarsi, così in infinito si alzerà la linea AM senza mai giugnere al punto D, il che fa conoscere essere nella CD assignabili punti infiniti.

Sia in secondo luogo il circolo, (2) di cui 'l diametro è AB, e la tangente AD. Dal centro C si tiri la retta CD. Se si prolunga indefinitamente il diametro AB verso O, e presi diversi centri sulla ret-

(1) *Fig. 3. Tavol. 1.* (2) *Fig. 1. Tavol. 1.*

retta BO si descrivano circoli sempre maggiori, e maggiori, che passino per lo punto A, questi taglieranno CD in punti sempre più alti, ma nessuno toccherà il punto D, non potendo aver di comune colla Tangente che un punto. Dunque nella retta CD saranno assignabili infiniti punti.

Sia in terzo luogo la retta (1) AD indefinita, in cui si prendano le parti AP, AP, come i numeri naturali 1. 2. 3. 4. ecc.: ed a ciascuna parte rispondano le normali PM, PM ecc. che siano come le frazioni $\frac{1}{1}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. ecc. Se per tutti i punti M si descriva una Curva MM, questa si accosterà sempre alla retta AB, nè giammai arriverà a toccarla. Tale Curva dicesi Iperbola, di cui AB è l'*Assintoto*, ovvero linea non coincidente.

Sia in quarto luogo la retta (2) DAC, e dal punto fisso C si tirino le rette CD, CD quante si voglia, nelle quali si prenda sempre BD della stessa grandezza. Uniti i punti D colla curva DD, si conosce che tal curva si avvicinerà sempre all' Assintoto AB, ma giammai non arriverà a toccarlo. Tal curva Nicomede, che fu l'inventore, chiamò *Concoide*; del qual genere altre innumerabili possono investigarsi, come la Cissoide di Diocle, la Paraboloide del Cartesio, ed altre.

Il continuo dunque non costa di parti indivisibili, come secondo il parere di alcuni viene attribuito a Zenone di Cizio, ma è sempre divisibile in sempre divisibili, come nota ancora Aristotele. Nè per questo una linea importa un numero attuale infinito, perchè il numero dipende sempre dalla unità. Una linea per sè stessa non è nè 2. nè 3. nè 4. ma diventa 2. 3. 4. per rispetto dell'unità, con cui si misura. Quando l'unità decresce, cresce il numero nella linea e diventa egli infinito, se l'unità che misura la linea è infinitesima. E come una quantità finita può esser dupla, o tripla d'un'altra; così ancora una infinita può esser dupla, o tripla d'un'altra infinita, e così una infinitesima; come è noto a quelli che hanno della sublime Geometria qualche lume.

Osservazioni sulle sottigliezze Fisiche della Materia. Cap. VI.

OSserva in primo luogo il diligentissimo Bojle (3) che un grano di rame disciolto nello spirito di Sale ammoniaco aveva sensibilmente tinto 105. pollici cubi d'acqua. Il minimo oggetto visibile secondo gli Ottici è una linea, la cui lunghezza è di

$\frac{1}{100}$ di pollice, onde nasce per conseguenza che molto più sarà sensibile il suo quadrato $\frac{1}{10000}$, e il suo cubo $\frac{1}{1000000}$

Dunque in pollici cubi d'acqua 105 vi saranno almeno particelle cubiche di rame 105000000, ed in tante parti, bisogna dire, che sia diviso un grano di rame. Ma un grano a un pollice cubo è come 1 a 2000 prossimamente. Dunque se fosse stato un pollice, si poteva dividere in parti 210000000000.

Osservazione II.

Essendovi molti corpi odorati che fanno sentire il loro odore a molta distanza, se si ponga tale distanza di soli 5 piedi, l'atmosfera odorosa sarà 1046. $\frac{2}{3}$ piedi cubici, e linee cubiche 7667000586. $\frac{2}{3}$

Se in ogni linea cubica poniamo 10 particelle odorate, vi saranno in tutta l'Atmosfera parti 7667000593.

Tali cose poste osserva il suddetto Autore, che una picciola porzion di Assa-fetida, il cui peso è $\frac{1}{69120}$ di grano, sarà in volume $\frac{466}{10000000000}$. Ma il numero degli effluvj si suppone 7667000593. Dunque una particella effluente sarà $\frac{466}{76670005930000000000}$

Osservazione III.

Il dottissimo Levvenoechio innumerabili animali discopre, la cui grandezza si trova $\frac{27}{10000000000000000}$. Se si calcola la grandezza de' loro vasi, come nota il Keill (1), e le parti del sangue, ch'entro vi scorre, si pongono in proporzione con quelle dell'uomo, poichè la grandezza mediocre d'un uomo è 3 piedi cubici, cioè 5184 pollici, sarà come la radice terza della solidità umana alla radice terza della solidità di tale animale, così il diametro del minimo vaso dell'animale. Ma secondo il Levvenoechio si scuoprono vasi nell'uomo, di cui il diametro è $\frac{1}{19200}$ di pollice. Dunque il diametro d'un minimo vaso nell' animaletto sarà $\frac{3}{134640000}$ ovvero $\frac{2}{1000000000000}$ Dunque prendendo il cubo una particella di sangue sarà minor di $\frac{8}{1000000000000000000000000000000000}$

De'

(1) *Introd. alla Fisica*.

De' Principj di Democrito, e d' Epicuro. Cap VII.

DUE sono secondo Democrito i Principj di tutte le cose, gli *Atomi*, e il *Voto*. Tale maniera di filosofare, come facile, e semplice piacque ad Epicuro, e fu da esso molto ampliata; fu poi esposta in versi da Lucrezio, e ne' nostri Secoli rinnovata, e riformata dal dottissimo Gassendi.

Atomi essi chiamano i minimi Corpi, de' quali ogni Corpo è composto; non essere questi come i punti di Zenone, inestesi, ma avere la loro grandezza, e figura, e le loro dimensioni; esservi però il termine della divisione, e nella risoluzion de' Composti essersi arrivato all' ultimo, quando la divisione è giunta all' Atomo. Essere questo il Soggetto universale, di cui ogni corpo sensibile, che sta nell' Universo è formato, e ciò, che Aristotele chiama la Materia prima ingenerabile, ed incorruttibile, essere gli *Atomi*; generarsi tutte le cose per la congiunzione di quelli, e corrompersi per la loro separazione. Tutta la diversità de' Composti nascere dalla diversità degli Atomi, che gli compongono; imperocchè altri essere di una figura, altri di un' altra, quelli di una grandezza, questi di un' altra, ivi un grado di moto, ivi un altro. Il composto potersi sempre risolvere in parti minori, e minori; ma terminar la divisione, quando si è giunto all' Atomo; imperocchè altrimenti doversi ammettere il processo in infinito; il ch'è assurdo. Tutt'i Composti essere porosi, e solo gli Atomi essere senza pori, e pieni, e solidi; onde nasce la loro indivisibilità. Altri di questi formar la luce, altri l'acqua, altri la terra, e i misti altro non essere, che una composizione, e combinazione di Atomi. Dal diverso loro accozzamento, mentre prima per gli vasti spazj del Voto irregolarmente andavano col loro ingenito moto vagando, essersi secondo Epicuro formata questa, che veggiamo vastissima mole dell' Universo per caso, e senza nessun consiglio; ma, come riformò poi 'l Gassendo, di tutte queste combinazioni essere stata regolatrice la provvidenza del sommo Autore ordinante ogni cosa a' suoi sapientissimi fini.

Nelle quali cose io dico per ben giudicare doversi distinguere ciò, ch' è certo da ciò, ch'è incerto. Imperocchè certa cosa essere, che ogni composto si forma per un aggregato di minime parti, e che si risolve per lo scioglimento di esse medesime; che dalla diversità di tali minime parti nascono le diversità de' Composti, e perciò diverse facoltà, e qualità ritrovarsi, dove diversa grandezza, figura, e moto si attrova, come suppone il Gassendi; ma non essere certo, che in tali parti siavi il termine alle divisioni. Perchè se consultiamo la natura della materia non veggiamo certamente, ch' ella per esistere abbia necessità di essere più grande, o men grande; nè scorgesi alcuna ripugnanza per quanto piccola ella sia di essere divisa in moli minori, e minori. Imperciocchè non è necessario, acciocchè una porzione di materia esista, ch' ella esista o vicina, o lontana da un'altra porzione. Dunque perchè una metà di Atomo esista, non sarà necessario, ch' ella sia indivisibilmente unita all' altra metà, e così un quarto vicino all' altro quarto, onde le parti reali dell' Atomo non possano egualmente esistere unite, che separate. Accordano i Gassendisti, che da principio era indifferente la materia ad essere in qualunque grandezza, ed in qualunque figura divisa, ma dappoichè fu divisa, essere immutabile tal divisione. Per questo gli Atomi Aerei non cangiarsi mai in Atomi Acquei; nè gli Acquei in Aerei, nè quelli della Luce diventar mai Terrestri; nè per lo contrario i Terrestri diventar Luce.

Alle quali cose rispondesi in primo luogo essere questa una supposizione affatto arbitraria. Se una porzione visibile di materia si può dividere in parti, non v'è ragione, che non possa dividersi una invisibile. Imperocchè per quanto minuta sia, potrà sempre, come accorda ancora il Gassendi essere infinitamente maggiore d' un' altra, il che se non fosse, sarebbe la materia geometricamente divisibile in infinito. Non esservi maggior ragione, che possa dividersi il globo terracqueo in parti, e non un atomo, mentre può sempre concepirsi un altro atomo, che sia in minore ragione al primo di quello che il primo al globo terracqueo. E come il picciolo e 'l grande non è assoluto, ma solo relativo, non può la picciolezza costituire indivisibile un atomo.

Che se una porzione terrestre si divida sempre in parti minori e minori, tali parti saranno sempre terrestri, nè cangeranno di natura, se non si cangiano in esse le interne proporzioni, con cui sono costituite.

Terzo non poter tale indivisibilità salvarsi se non nella supposizione del Vacuo, e come tale supposizione è assai dubbia, così egualmente dubbia rendesi ancora tale Ipotesi.

Annotazione.

Pretende il Cartesio (1), che gli Atomi Epicurei di sua natura indivisibili, nè pure per virtù divina possano darsi; perchè non può il sommo Autore toglierfi la facoltà di dividere ciò, che di sua natura è composto di parti. Così parimenti il Leibnizio (2) dice, che ciò

(1) *Epist. 66. P. 1.* (2) *Hanschio Fil. Leibn. c. 7.*

ciò sarebbe contro la divina Sapienza. Imperocchè non vi è ragione, che determini il sommo Autore a suddividere per esempio il globo Terracqueo, e non suddivider l'Acaro. Imperocchè non darsi l'ultimo termine in Natura, e come il Globo della Terra è all'Acaro, così l'Acaro è a un'altro minore.

Del Vacuo. Cap. VIII.

La quistione intorno l'esistenza del Vacuo è incredibile quanto abbia sempre tormentato i Filosofi, e quanto dubbiosi gli abbia renduti in tale giudizio. Altri pensarono essere tutto l'Universo pieno, e reale; altri in mezzo i vasti spazj dell'Universo essere posti i Pianeti, e le Comete, e le Stelle fisse. Altri essere ripieni di materia tutti gl'intervalli da Stella a Stella; ma tra le parti della materia stare piccoli Vacui *disseminati*. Tra gli Antichi Talete, Anassimandro, Socrate, i Platonici, gli Aristotelici, e tutti gli Stoici affermavano tutto essere *Pieno*, e *Reale*; ma un'altra parte di Pitagorici, e i seguaci di Leucippo, e Democrito, ed Epicuro affermavano essere parte *Pieno*, e parte *Vacuo*. Nel progresso del tempo la sentenza del Pieno si reudette universale principalmente dappoichè i Filosofi non riconobbero altri, che Aristotele. Seguitò poi tale sentenza il Cartesio, ma non minore partito ebbe ancora il Vacuo dappoichè il Gassendi in Francia, e il Nevvton in Inghilterra lo ammisero ne'loro Sistemi.

Io esporrò le ragioni di una parte, e dell'altra, perchè ognuno possa giudicare secondo ciò che sente in una così astrusa materia.

Una delle principali ragioni, che apporta Aristotele (1) per provare, che il Mondo sia pieno, è la maggior perfezione, ch' egli concepisce, quando le parti dell'Universo stanno insieme congiunte di quello che quando stanno separate, e divise.

Una seconda è, che colla supposizione del pieno può facilmente un corpo influire in un altro quantosivoglia lontano comunicando la sua forza a'corpi intermedj. Ma se gli spazj intermedj sono vacui, come il Vacuo non è capace di moto, così ne'confini del pieno termineranno le azioni.

La terza ragione, con cui prova egli non solamente non darsi il Vacuo, ma essere cosa assurda, è presa dalla natura dello stesso corpo, la quale sarebbe al Vacuo attribuita. Perchè dove è spazio, vi è corpo; e spazio, e corpo non sono differenti. „ Ἀλ-
„ λὰ μὲν καὶ ὁ κύβος ἔχει τοσοῦτον μέγεθος, ὅσον κατέχει τὸ κενόν,

(1) Fis. L. 4.

„ εἰ καὶ θερμόν ἐστιν, ἢ ψυχρὸν, ἢ βαρυ, ἢ κοῦφον, οὐδὲν ὕττον ἕτε-
„ ρον, ἀλλὰ καὶ μάλλον τῷ εἶναι πάντων τῶν παθημάτων ἐστὶ καὶ
„ εἰ μὴ χωριστόν λέγω δὲ τὸν ὄγκον τοῦ ξυλίνου κύβου ὥστε εἰ καὶ
„ χωρισθείν πάντων τῶν ἄλλων, καὶ μήτε βαρὺ, μήτε κοῦφον εἴη,
„ κατέξει τὸ ἴσον κενόν καὶ ἐν τῷ αὐτῷ ἔσαι τῷ τοῦ τόπου, καὶ τῷ
„ κενοῦ μέρει ἴσῳ αὐτῷ τί οὖν διοίσει τὸ τοῦ κύβου σῶμα τοῦ ἴσου
„ κενοῦ, καὶ τόπου; Ma però anche il cubo ha tanta grandezza,
„ quanta ne contiene il vacuo: la quale sebbene è calda, o fred-
„ da, o grave, o lieve, tutta volta anche per essenza è più di-
„ versa da tutte le affezioni, quantunque non sia separabile; e
„ dico la mole d'un ligneo cubo. Per lo che sebbene si separi da
„ tutte le altre, e nè grave, nè lieve sia, occuperà un egual va-
„ cuo; e sarà nella medesima parte di luogo, e di vacuo eguale
„ a se. Che differenza dunque avrà il corpo del cubo da un egual
„ vacuo, e luogo?

E certamente pare non potersi ammettere il Vacuo in Natura, se non si ammettono due estensioni, l'una *Reale*, e l'altra *Vota*, l'una *Impenetrabile*, e l'altra *Penetrabile*. Ma una estension penetrabile è lo stesso, che un cerchio quadrato, una figura incircoscritta, ed in fine una ripugnanza. Imperocchè per esser esteso bisogn' aver parti successivamente congiunte, e l'una fuori dell'altra esistenti; ma in tale maniera non si penetrano. Dunque penetrazione, ed estensione è ripugnanza. Che se una parte di un cubo vacuo può penetrarsi coll'altra parte, dunque potrà ridursi a non aver parti, ed in conseguenza vi sarà un cubo, che non ha parti, il ch'è cosa assurda. E se vi sono due estensioni, l'una vacua, e l'altra piena, supposto che l'una penetri l'altra, non vi sarà, che una sola estensione. Ve ne saranno dunque due, e una sola, il che parimenti è cosa assurda.

Se si considera essere lo spazio voto lo stesso, che il nulla, come osserva Cicerone nel libro del Fato, pare certamente cosa assurda il cercare, s'esista il Vacuo, perch'è lo stesso, che il cercare, s'esista il nulla. „ *Cum vas inane dicimus, non ita loquimur, ut Physici,*
„ *quibus inane esse nihil placet*. Quando diciamo un vaso voto,
„ non parliamo come sogliono i Fisici, i quali vogliono, che il vo-
„ to, e il niente lo stesso significhino. E di questo spazio voto, o di
„ questo *spazioso nulla*, come lo chiama S. Agostino (1), io averò la stessa immagine, e idolo, che ho della Materia, e come dassi uno spazio maggiore, e minore, così doverà darsi un niente maggiore, e minore, ed un niente palmare, e bipalmare, e di qualunque grandezza, ed un niente quadrato, e rotondo, e di qualunque altra figura,

(1) *Della Città di Dio L. 3.*

gura, e distinguerò in eſso parte da parte, le quali ſaranno parti di-
ſtinte e non diſtinte, eſiſtenti e non eſiſtenti.

Il Leibnizio (1) nella quarta Lettera al Clarke prende l'aſurdi-
tà del Vacuo dalla ragione dell'ottimo. „ Sans parler de pluſieurs
„ autres raiſons contre le Vuide, & les Atomes, en voici celles,
„ que je prens de la perfection de Dieu, & de la Raiſon ſuffiſante.
„ Je poſe, que toute perfection, que Dieu a pû mettre dans les cho-
„ ſes ſans deroger aux autres perfections, qui y ſont, y a etè miſe.
„ Or figurons nous un eſpace entierement vuide, Dieu y pourroit
„ mettre quelque matiere ſans deroger en rien a toutes les autres
„ choſes, donc il l'y a miſe; donc il n'y a point d'eſpace entiere-
„ ment vuide; donc tout eſt plein. Le meme raiſonnement prouve,
„ qu'il n'y a point de corpuſcule, qui ne ſoit ſubdivisè. Voici en-
„ core l'autre raiſonnement pris de la neceſſitè d'une raiſon ſuffiſan-
„ te. Il n'eſt point poſſible, qu'il y ait un principe de determiner
„ la proportion de la matiere, ou du rempli au vuide, ou du vuide
„ au plein. On dira peut etre, que l'un doit etre egal a l'autre;
„ mais comme la matiere eſt plus parfaite, que le vuide, la raiſon
„ vèut, que on obſerve la proportion geometrique, & qu'il y ait
„ d'autant plus de plein, qu'il merite d'etre prefere. Mais ainſi il
„ n'y aura point de vuide du tout; car la perfection de la matiere
„ eſt a celle du vuide, come quelque choſe a rien. Il en eſt de me-
„ me des Atomes. Quelle raiſon peut on aſſigner de borner la natu-
„ re dans le progrès de la ſubdiviſion? Senza parlar di molte altre
„ ragioni contra il Voto, e gli Atomi, ecco quelle, ch'io pren-
„ do dalla perfezione di Dio, e dalla Ragion ſufficiente. Io pon-
„ go, che tutte le perfezioni, che Dio ha potuto mettere nelle
„ coſe ſenza punto derogare a tutte le altre perfezioni, che vi
„ ſono, vi ſiano ſtate poſte. Ora figuriamoci noi uno ſpazio in-
„ teramente voto, Dio potrebbe porvi qualche materia ſenza pun-
„ to derogare a tutte le altre coſe; dunque ve l'ha poſta; dun-
„ que non vi è ſpazio interamente voto; dunque tutto è pieno.
„ Il medeſimo ragionamento prova, che non ſi dà corpuſcolo in-
„ diviſo. Ecco ancora un altro ragionamento preſo dalla neceſſità
„ di una Ragion ſufficiente. Non è poſſibile, che vi ſia un prin-
„ cipio di determinar la proporzione della materia, o del pieno col
„ voto, o del voto col pieno. Si dirà forſe, che l'uno dev'eſſe-
„ eguale all'altro; ma come la materia è più perfetta, che il vo-
„ to, la ragion vuole, che ſi oſservi la proporzione Geometrica,
„ e che vi ſia tanto più di pieno, quanto più merita d'eſsere prefe-
„ rito. Ma in tal maniera non vi ſarà voto; perchè la perfezione da-

„ la materia a quella del voto è come qualche coſa a niente. Ed è
„ lo ſteſſo degli Atomi. Qual ragione ſi può aſſegnare di limitar la
„ natura nel progreſſo della ſuddiviſione?

Alla prima ragione di Ariſtotele riſpondono i difenſori del Va-
cuo, che la congiunzion delle parti ſarebbe anzi una imperfezio-
ne dell'Univerſo; ed eſſere neceſſario, come diremo appreſſo, ch'
eſiſta il Vacuo, perchè vi ſia il moto, dal quale dipendono le
produzioni, e conſervazioni delle coſe; col qual modo riſpondo-
no ancora agli argomenti addotti dal Leibnizio.

In ſecondo luogo non eſſere neceſſario, che i corpi ci facciano
impreſſione per mezzo di altri corpi intermedj, perchè poſſono in-
fluire da ſe medeſimi. Così il Sole può riſcaldare, ed illuminare
la terra verſando da ogni lato per la ſua vaſta Atmosfera le par-
ti delle quali è compoſto, ed immediatamente movendo per mez-
zo di eſſe le parti terreſtri.

Per terzo altra eſſere l'idea del Corpo, ed altra quella dello
Spazio. Quello importa una eſtenſione poſitiva, e reale, queſto
una eſtenſion negativa capace di corpo, ma ſenza corpo. E come
il Vacuo non ha corpo, così non ha parti; eſſer egli una mera
privazione, come le tenebre, che ſono la privazion della luce.
Non eſſervi alcun aſſurdo, che come ſi danno in natura le tene-
bre, ſi dia parimenti il Vacuo; e non eſſere aſſurdo, che come
un'ombra è maggiore dell'altra; così vi ſia un Vacuo maggiore
dell'altro. Imperocchè non importare queſto, che una diſtanza di
un corpo dall'altro, la quale può eſſere maggiore, e minore ſen-
za che contenga corpo.

Le quali ragioni ſebbene ſembrano efficaci, pare con tutto ciò,
che non provengano ſe non dal pregiudizio, che abbiamo di giu-
dicare vota una eſtenſione, che non è ſenſibile, onde non abbia-
mo difficoltà di chiamare vota una camera, benchè dentro i ſuoi
pareti ſia riempiuta di aria. Nè ſi tratta ſolo d'introdurre la
privazione di una qualità, che noi ſappiamo naſcere, e pe-
rire ſenza che naſca, o periſca il ſoggetto; ma ſi tratta di
diſtruggere un Eſſere e di ſtabilire l'Univerſo compoſto mezzo
di nulla, e mezzo di ſoſtanza; e ſi tratta finalmente d'introdurre
ciò, di cui non hanno alcuna chiara idea i ſuoi difenſori, come
appariſce chiaro dalle ſtrane quiſtioni da loro introdotte per de-
terminare che coſa ſia queſta indefinita loro vacuità. Imperocchè
non convengono (1), s'ella ſia un nulla o un eſſere; ſe ſia qual-
che coſa di poſitivo, e attuale, dotato di reali dimenſioni, o pu-
re ſe la ſua eſtenſione naſca dalla relazione de'Corpi in eſſa eſi-
ſten-

(1) *Keill Introd. alla vera Fiſ. L. 6.*

ſtenti ſicchè ſia una mera capacità, poſſibilità, intraponibilità, come ad alcuni piace di dire, e dell'ordine di quegli enti, in cui vi è la mobilità, la contiguità, o pure ſe ſia lo ſteſſo che la divina immenſità, ch'è per tutto, ed in tutto, ſe ſia creato, o increato, finito, o infinito, da Dio dipendente, o non dipendente.

La ragione primaria, ſopra cui ſi fonda Epicuro (1), conſiſte in ciò, che ſe l'Univerſo foſſe pieno, e reale, o non ſi darebbe moto ne' corpi, o per muovere un corpo biſognerebbe muovere corpi infiniti. Imperocchè non può muoverſi il corpo A ſe non dà luogo il corpo B; ma non può muoverſi il corpo B, ſe non dà luogo il corpo C, e così ſeguitando. Dunque o il corpo A dee penetrare il corpo B, il ch'è impoſſibile, o perchè ſi muova, ſi deono prima muovere corpi infiniti, il che parimenti è impoſſibile.

A tale argomento però non è malagevole coſa il riſpondere. Imperocchè [2] acciocchè ſi muova il Corpo A, non è neceſſario, che ſi muova prima il corpo B, che lo ſeguita, come ſuppone Epicuro; ma può l'uno dar luogo all'altro nel medeſimo tempo; onde nel medeſimo tempo al primo ſucceda il ſecondo, al ſecondo il terzo, e così ſucceſſivamente non procedendo in infinito, ma per una qualunque linea curva, che principia, e ritorna in ſe ſteſſa. Così per eſempio affinchè nella ruota [3] DBC ſi muova il punto D, non è neceſſario, che ſi muova prima il punto B, e perchè ſi muova B non è neceſſario, che ſi muova prima C, e così diſcorrendo, ma tutte poſſono muoverſi nel medeſimo tempo, come ſuccede entrando l'una nel luogo abbandonato dall'altra. Così nell'Univerſo non vi è alcuna ripugnanza, che ciò ſi faccia, o ſia per linea circolare, o per elittica, o per qualunque altra, che principia, o ritorna in ſe ſteſſa. Il che veggiamo ancora eſſere comprovato dalla ſperienza, quando un ſolido ſi muove dentro di un fluido ſenſibile. Imperocchè non ſi avanza il ſolido ſe non nello ſteſso tempo, che il fluido, dentro cui quello ſi muove, lo ſiegue entrando con circolazioni continue ad occupare nello ſteſso tempo il luogo, che fu da quello laſciato. E ſebbene l'immaginarſi tante curve in Natura è difficile, principalmente nel rapido moto orizzontale, o inclinato di un corpo gettato per l'aria, o per l'etere, con tutto ciò non deono i moti della natura dalla noſtra immaginazione miſurarſi, ed è neceſsario l'ammettere, che ciò ſi faccia per non annichilar l'Univerſo, come fanno i Settatori di Epicuro, ed ammettere altri aſsurdi indiſsolubili nella natura.

Ma nuove, e più forti ragioni apportano contra il pieno i diſce-

(1) *Gaſſend. Fiſ. L. 1.* (2) *Vedi l'Arte di Penſare P. 2.* (3) *Fig. 4. T. 1.*

ſcepoli del Sig. Nevvton [1]. E primieramente ſe tutto è pieno, non potranno i Pianeti, e le Comete deſcrivere le orbite loro ſe non dentro di un fluido, che da ogni parte gli circonda, e preme. E in queſto ſtato o che ſono eſſi portati dal fluido ſteſſo, che gira, ovvero girano eſſi, e fendono il fluido, come i peſci fendono l'acqua di un lago in cui nuotano. Non il primo, perch'eſſendo diverſe le girazioni de' Pianeti, e a diverſe diſtanze, dovrebbono eſſere diverſe le girazioni del fluido da cui ſarebbono portati i Pianeti, e perciò l'una confonderebbe l'altra. E vedendoſi di tempo in tempo girare le Comete a diverſe diſtanze dal Sole, ed entrare nel fluido del Siſtema Solare con ogni ſorta di direzioni, e di velocità, non può intenderſi come un ſolo fluido in tante maniere diverſe poſſa muoverſi. Non parimenti il ſecondo, perchè ſe i Pianeti fendono il fluido, in cui ſono immerſi, come i peſci fendono l'acqua, per quanto ſia ſottile il fluido, dentro di cui ſi muovono, biſognerà, che reſtino per la continua reſiſtenza, che incontrano, ritardati; le quali coſe ſono contrarie alle oſſervazioni, e perciò non è poſſibile, che ſi muovano nel pieno.

Per ſecondo una Sfera ſolida, come dimoſtra il Nevvton [2], moſſa dentro di un fluido egualmente denſo, dee perdere la metà della ſua velocità avanti di eſſere avanzata, quanto importano due de' ſuoi diametri. Ma tutto eſſendo pieno, tutto per conſeguenza è denſo egualmente. Dunque una ſfera d'oro, e di piombo nel fluido più ſottile ſi doverà ridurre alla metà della ſua velocità prima di avere percorſo la lunghezza di due ſuoi diametri, il ch'è contrario alla ſperienza.

Terzo ſe tutt'i corpi ſono egualmente pieni, in egual volume ſaranno egualmente peſanti; nè potrà aſſegnarſi la differenza delle loro ſpecifiche gravità ſe non nel vacuo. Imperocchè quello è corpo più grave, che in pari mole contiene minor vacuo di un altro. Così per eſempio una ſfera d'oro a una ſfera eguale di argento è come 19. 14. perchè la prima contiene diciannove parti di materia di quelle, che la ſeconda ne contiene quattordici.

Riſpondono comunemente, non eſſerſi ancora dimoſtrato, che i Pianeti non ſieno portati da un fluido, dentro di cui ſtanno immerſi, il quale gira con diverſe velocità ſecondo le diverſe diſtanze dal centro, in quella guiſa che i vortici dell'acqua ſono diverſamente veloci al centro di quello, che alla circonferenza. Che ſe ſi moveſſero nella maniera, che ſuppongono i Sig. Nevvtoniani, cioè a dire con moto proprio, dovrebbono anzi ritardarſi, perchè vediamo, ch'eſſi ſi muovono in mezzo alla luce del Sole,

(1) *'s Gra. Fiſ. P. 2. c. 12.* (2) *Fil. Nat. P. 1.*

Sole, che ingombra gli spazj del Solare Sistema, la quale essendo, com'essi accordano, un corpo, dee far una continua resistenza al moto de' corpi Celesti, e in conseguenza ritardarli.

Si risponde poi alla seconda, e terza ragione, che le sopraddette sperienze si spiegano tutte nella supposizione, ch'esista una materia non pesante, la quale riempie i pori di tutti i corpi sensibili, qual'è la Materia sottile. Imperocchè il peso è un'affezione, non una proprietà essenziale della materia; e perciò non esservi alcuna ripugnanza, ch'esista una materia senza peso.

Obbiettano altri, farsi cosa evidente che il vacuo esista in Natura cogli esperimenti del Guerichio, e del Torricelli, e di altri. Imperocchè quando si cava l'aria dal recipiente della macchina Pneumatica, è chiaro, che lo spazio del recipiente resta vacuo. Così quando si ha esclusa l'aria dalla cavità del Barometro, restavi in quello uno spazio vacuo.

Ma tale obbietto cessa nella supposizione, che sempre vi siano altri fluidi più sottili, e sottili, i quali per ogni sorte di pori penetrano, nè possono colle macchine umane essere cavati, come si fa del fluido aereo da noi respirabile.

Altri accordano non darsi il vacuo in natura, ma sostengono esser possibile. Tali sono i Peripatetici scolastici. Imperocchè poter sempre il sommo Autore distruggere tutta la materia, che sta dentro di una camera, ed in conseguenza introdurre denttro di quella il vacuo.

Alle quali cose rispondono i Cartesiani, che certamente noi non sappiamo ben discernere, quali siano le cose, alle quali si estenda il divino potere, e quali, cui non si estenda; contuttociò essevene alcune, le quali apertamente includono contraddizione, e queste francamente poter noi affermare, che non sono possibili; del qual genere non doversi dubitare, che sia il vacuo. Imperocchè per far esistere il vacuo bisogna far esistere una estensione, che sia nulla, e quando vi ha una estensione, vi ha sempre ciò che si estende, ed in conseguenza non si dà il nulla, il che implica contraddizione. Che se resta distrutta la materia, ch'è in una camera, sarà distrutta ancora l'estensione, che sta fra i pareti di essa, e distrutta questa sarà distrutto lo spazio, ed in conseguenza non vi sarà più il vacuo. Perlochè sarà lo stesso distruggere la materia intermedia tra i pareti di una camera, e ridurre i pareti a toccarsi.

Corollarj.

1. Se l'Universo è tutto materia, seguita farsi la *Rarefazione* de' corpi per un allontanamento delle parti, che gli compongono, e una introduzione di materia nuova dentro i loro pori; per lo contrario la *Condensazione* farsi per un distaccamento delle parti, ed una esclusione di materia, che dentro i pori stava rinchiusa. Così quando per esempio una massa di latte si spande, e diventa spuma, si dee giudicare, che le parti del latte si distacchino l'una dall'altra, e vi s'introduca dentro i pori un nuovo fluido, che prima non v'era; ma quando ritorna allo stato primiero, le parti ritornano ad avvicinarsi, e di nuovo si esclude il fluido, che ne' pori si era introdotto, come quando si strigne una spugna, di cui vediamo uscir l'acqua, che nella sua cavità si era introdotta.

2. Seguita in secondo luogo non potersi muovere un corpo, se nello stesso tempo, ch'egli avanza, non gli succede un altro corpo ad esso eguale, spinto dall'azione del primo per linea circolare, o altra, che principia, e ritorna in se stessa.

Della Materia Eterea. Cap. IX.

Se l'Universo è tutto corporeo, è necessario ch'esista una materia indefinitamente sottile.

Imperocchè sia in primo luogo il cubo A distante da un altro cubo B un palmo, e s'intenda il primo avvicinarsi al secondo, sicchè in fine lo tocchi. Per tale avvicinamento andandosi sempre diminuendo la distanza dell'uno dall'altro, è cosa evidente, che se lo spazio intermedio era prima largo un palmo, diventerà la metà, indi un quarto, indi un ottavo, e finalmente un infinitesimo. Ma nel pieno tutti questi spazj sono materia. Dunque bisogna ch'esista una materia indefinitamente sottile.

Tre sorte di materia pretende il Cartesio (1) dover introdursi se s'introduca il moto nel pieno. La *Globulosa*, la *Sottile*, e la *Crassa*. „ Doversi considerare, che quelle particelle, nelle quali tutta „ la materia di questo Mondo supponiamo essere stata divisa, „ non sono potute essere nel principio sferiche; perchè molti „ globi insieme uniti non riempiono spazio continuo, ma di „ qualunque figura sieno allora state non esser esse potute col „ tempo non diventare rotonde pe' varj moti circolari introdotti. Imperocchè essendo state nel principio mosse con assai for-

(1) *De' Principj P. I.*

„ za, ſicchè l' une dall' altre foſſero ſeparate; la medeſima
„ forza perſeverando fu ſenza dubbio abbaſtanza grande per rom-
„ pere tutti gli angoli di quelle, mentre l' una coll' altra
„ ſi urtarono. E non potendo in alcun luogo darſi ſpazio voto
„ di corpo, ed eſſendovi alcuni piccoli intervalli tra quelle ſfere
„ inſieme congiunti eſſere neceſſario, che queſti intervalli ſien oc-
„ cupati d'alcuni altri minutiſſimi frammenti di materia, i quali
„ abbiano figure atte a riempierli, e perpetuamente poſſano cangiar-
„ le ſecondo la circoſtanza del luogo, che occupano. Cioè a dire
„ mentre gli angoli di quelle particelle, che ſi fanno rotonde a po-
„ co a poco ſi liſciano, ciò che di eſſe ſi rompe, eſſere così minu-
„ to, ed acquiſtare tanta celerità, che per ſola forza del ſuo movi-
„ mento viene a dividerſi in minuzie innumerabili, onde viene a
„ riempiere tutti gli angoli, ne' quali non poſſono entrare altre par-
„ ticelle di materia. Quindi naſcere due ſorte di materia molto di-
„ verſe, che poſſono dirſi i due primi elementi di tutto il mon-
„ do. Il primo è di quella, che ha tanta forza di agitazione, che
„ con altri corpi incontrandoſi viene a dividerſi in minuzie di pic-
„ ciolezza indefinita, ed accomoda le ſue figure a riempiere tut-
„ te le anguſtie degli angoli da quelli laſciate. L'altra è quella, che
„ ſta diviſa in particelle ſferiche molto minute ſe le paragoniamo
„ con que' corpi, che poſſiamo vedere cogli occhi; ma però ſono
„ di una certa e determinata quantità, e ſono diviſibili in altre
„ molto minori. La terza eſſere compoſta di parti o più groſſe, o
di figure meno abili al moto. E di queſti tre elementi eſſer compo-
ſto l'Univerſo; il Sole, e le Stelle del primo, i Cieli del ſecondo,
i Pianeti e le Comete del terzo.

Tale materia i Carteſiani chiamano il *primo elemento*, la *materia ſottile*, e l'*etere*; e la conſiderano tutta piena di forza, e di energia, onde depoſitaria del moto la chiamano, e miniſtra della Natura. Eſſere queſta la univerſale cauſa dei più grandi fenomeni, e derivare da eſſa la gravità, la forza elaſtica, la durezza, la fluidità, le fermentazioni, il calore, la luce. „ C'eſt cette matiere, dice il Si-
„ gnor de Majran (1), que le comun des hommes regarde peut-etre
„ comme chimerique, mais la plus ſaine partie des Philoſophes ac-
„ met aujourd-hui, comme la ſource de tous les mouvemens, &
„ par la de tous les changemens, & de toutes les varietez de la Na-
„ ture, en un mot comme le reſſort de la Machine du Monde. Ta-
„ le materia è quella, che il comune degli Uomini riguarda come
„ chimerica, ma che la più ſana parte de' Filoſofi ammette oggi
„ come la ſorgente di tutt' i movimenti, e in conſeguenza di tutt'
„ ca-

(1) *Mem. dell' Accad.* 1721.

„ cangiamenti, e di tutte le varietà della Natura, in una parola,
„ come la molla della macchina del Mondo.

L'idea di tale materia fu poi ampliata dal P. Malebranche (1). Vuole queſto Filoſofo, che le piccole ſfere delle quali è compoſta la materia Celeſte non ſieno ſolide, come le ha ſtabilite il Carteſio ma fluide, e a guiſa di tanti piccoli vortici rapidiſſimamente intorno al ſuo centro giranti. La materia ſottile doverſi conſiderare come un perfettiſſimo fluido ſparſo per tutto l'Univerſo, e penetrante per gli pori di tutt' i corpi ſenſibili pronto ad ogni moto, e di minima reſiſtenza. Avere il ſommo Autore impreſſo un gran movimento in tale fluido, onde per la condizione del pieno eſſere ſtat'obbligato a girare diviſo in vaſti vortici di figura sferica, al centro de' quali ſtanno le Stelle, intorno le quali dal vortice ſono a diverſe diſtanze con diverſe velocità portat' i Pianeti. Nello ſteſſo modo girar le piccole parti di tale fluido, e formar tanti piccoli vortici, i quali ſi poſſono conſiderare ancor eſſi compoſti di altri vortici minori; e così indefinitamente; poſte le quali coſe con molta facilità pretend' egli poterſi ſpiegare le coſe più ardue della Natura; come diremo a ſuo luogo.

Annotazione.

L'opinione dell'eſiſtenza di una materia ſottiliſſima, e penetrantiſſima per tutto l'Univerſo, e per gli ſpazj ſuperni diffuſa fu della maggior parte degli antichi Filoſofi; altri chiamandola *Etere*, altri *Fuoco*, ed altri forſe queſta ſteſſa per l'Anima del Mondo intendendo. Così Ippocrate (2) „ τοῦτο ἐν τὸ πλεῖστον, ὅτε ἐταράχθη πάν-
„ τα, ἐξεχώρησεν εἰς τὴν ἀνωτάτω περιφορήν· καὶ ὀνομῆναί μοι αὐ-
„ τὸ δοκέουσιν οἱ παλαιοὶ αἰθέρα. Ora la maſſima parte di queſto
„ (parlando del caldo), quando ſi confuſero tutte le coſe, ſi ritirò
„ nell'altiſſima circonferenza; e parmi che gli antichi l'abbiano
„ chiamata *Etere*. Ed Ariſt. (3) ἡμῖν μὲν οὖν εἴρηται πρότερον περὶ
„ τοῦ πρώτου στοιχείου, ποῖόν τι τὴν δύναμίν ἐστι, καὶ ὅτι πᾶς ὁ
„ περὶ τὰς ἄνω φορὰς κόσμος ἐκείνου τοῦ σώματος πλήρης ἐστί· καὶ
„ ταύτην τὴν δόξαν οὐ μόνον ἡμεῖς τυγχάνομεν ἔχοντες φαίνεται δ'
„ ἀρχαία τις ὑπόληψις αὕτη καὶ τῶν πρότερον ἀνθρώπων ὁ γὰρ λε-
„ γόμενος αἰθὴρ, παλαιὰν εἴληφε τὴν προσηγορίαν, ὃν ὁ Ἀναξαγό-
„ ρας μὲν τῷ πυρὶ ταὐτὸν ἡγήσασθαί μοι δοκεῖ σημαίνειν. Noi
„ dunque in primo luogo abbiam detto del primo elemento, qual
„ forza egli abbia, e perchè tutto il Mondo, nel quale ſi muovono
„ le ſfere ſuperiori, ſia pieno di quel corpo. E non ſolamente noi
„ ab-

(1) *Ricerca della Verità Riſch.* 6. (2) *Nel Libro delle Carni.* (3) *Meteor.* l. 1. c. 3.

„ abbiam questa opinione; ma apparisce essere questo un sentimen-
„ to antico, e de' primi uomini. Imperciocchè quel che dicesi etere,
„ prese l'antica denominazione, la quale, parmi, che Anassagora
„ avesse creduto, significare lo stesso che il Fuoco. Tal è probabilmente quello, che i Pittagorici, e Platonici chiamarono Anima del Mondo; onde secondo le loro dottrine Virgilio (1).

„ *Principio Cœlum, & Terram, camposque liquentes,*
„ *Lucentemque globum Lunæ, Titaniaque Astra,*
„ *Spiritus intùs alit, magnosque infusa per artus*
„ *Mens agitat molem, & magno se Corpore miscet;*
„ *Inde hominum, pecudumque genus, vitæque volantum &c.*

„ Primieramente il Ciel, la Terra, il Mare,
„ L'Aer, la Luna, il Sol, quant'è nascosto
„ Quanto appare, quant'è muove, e nodrisce
„ E regge un che vi è dentro o spirto, o mente
„ O anima, che sia dell'Universo,
„ Che sparsa per lo tutto, e per le parti
„ Di sì gran mole, di se l'empie, e seco
„ Si volge, si rimescola, si unisce.
„ Quinci l'uman lignaggio, i bruti, i pesci ecc.

De' Principj Leibniziani. Cap. X.

I Principj di tutte le cose secondo il Leibnizio sono le *Monadi*. Per nome di monadi egl' intende alcune nature semplici, che formano qualunque composto. Altrove le chiama *atomi di natura, forme sostanziali, punti Metafisici*. Essere queste ingenerabili, ed incorruttibili, e non poter cominciare se non colla creazione, nè finire se non coll'annichilazione; essere tutte differenti, nè ritrovarsi alcuna monade simile per tutto ad un altra, e per questo nissun composto essere simile per tutto ad un altro. La Monade originaria esser Dio, e tutte le altre essere derivative, e secondarie.

Tale stravagante, e non intelligibile principio si può vedere nella sua Teodicea, ovvero presso Gotlieb Hanschio nella sua Opera intitolata *Principj della Filosofia Leibniziana*.

Degli Elementi di Empedocle. Cap. XI.

TRA i principj, e gli elementi vi è questa differenza, che il principio è un incomposto, in cui si risolve il composto, come sono la materia, e la forma; ma gli Elementi sono i primi composti,

(1) *Eneide L. 6.*

che concorrono alla formazione de' secondarj. Definisce Aristotele l'elemento un corpo sensibile, in cui tutti gli altri prossimamente restano disciolti, ne' quali egli si contiene attualmente, ovvero in potenza, ma egli non può in altri risolversi. Dopo le quali cose afferma egli essere quattro gli Elementi secondo la dottrina di Empedocle, de' quali i corpi Sullunari sono composti, e sono la terra, l'acqua, e l'aria, e il foco. Imperocchè ogni misto poter in essi risolversi, come si conosce quando per esempio si abbrucia un legno, nella cui risoluzione si manifesta la terra nelle sue ceneri, l'acqua, e l'aria nel fumo, e il fuoco nella fiamma. Lo stesso è di ogni altro composto. La terra esser un Elemento freddo, e secco, l'acqua umido, e freddo; l'aria umido, e caldo, il fuoco caldo, e secco. Se si combinano a due a due potersi osservare, come alcuni di loro convengono insieme, alcuni disconvengono.

Terra ed aria per esempio non convengono; ma terra ed acqua convengono nel freddo. Fuoco ed acqua non convengono, ma fuoco e terra convengono nel secco. Così aria ed acqua convengono nell'umido, aria e fuoco nel caldo, aria e terra in nulla. Quelli, che convengono gli chiama *Simboli*, quelli che non convengono, *Dissimboli*; e come tali Elementi sono di materia differente, così ancora essere più, o meno gravi, e perciò in differenti sedi essere collocati, la terra nell'infima sede, perch'è più grave, l'acqua nella seconda, indi l'aria, indi 'l fuoco, dopo di cui esiste una quinta sostanza, che non ha che fare co' misti terrestri, di cui si compone il Cielo, e le Stelle.

Alle quali cose io dico non essere probabile, che da tali quattro sostanze sieno tanti misti formati. Imperocchè essendo le cose composte infinitamente varie, non dimostra Aristotele, come variazioni tali dalla combinazione di quattro sole materie derivar possano. Non esservi maggior ragione di ridurre i misti alle qualità tattili, come sono il freddo, il caldo, l'umido, e il secco di quello che alle visibili come sono il lucido, l'opaco, l'oscuro, o alle saporose come sono l'acerbo, l'amaro, l'insipido ecc. Che se dalla risoluzione de' misti si debbono dedurre i loro componenti, non averamo maggior ragione i Chimici di stabilire i loro cinqu' elementi di quello, che gli Aristotelici di stabilire i loro quattro; perchè tanto a quelli, quanto a questi si può ridurre la loro risoluzione.

Degli Elementi Chimici. Cap. XII.

AD altri elementi ridussero tutt' i composti i Maestri di Chimica, e sono cinque il *Sale*, il *Zolfo*, il *Mercurio*, il *Flemma*, *ma*, e il *Capomorto*, e di ciò sono persuasi dalla risoluzione, ch' essi fanno di tutt'i composti. Imperocchè tali materie vedono uscir fuori, qualunque risoluzione intraprendano. Così se per esempio si mettono a risolvere il vino per mezzo del fuoco, osservano primamente uscire una gran quantità di vapori, che addensati, e raccolti sotto la volta di un vaso, compongono un liquore di sapore acuto, tenue, e penetrabile, che chiamano il *Mercurio*, o lo *Spirito*, indi esce un liquore insipido, che chiamano il *Flemma*. Allora restando nel vaso una materia appicante, e gagliosa a guisa di mele, dopo di averla trasportata nella storta, e depurata dalle reliquie del *Flemma*, ne cavano un liquor acido, che parimenti dicono *Mercurio*, indi un liquor oleoso, ed inflammabile, che chiamano *Zolfo*. Abbruciando in fine ciò, che resta nella storta, e bagnando le ceneri, vi cavano per mezzo di un filtro una massa cinerea, insipida, e polverosa, che chiamano il *Capomorto*, ovvero la *Terra dannata*. Svaporando questa per mezzo di un nuovo fuoco, lascia un corpo solido, aspro, e stritolabile, che dicono *Sale*. Simili materie ricavando presso poco in qualunque risoluzione, non senza ragione pensano essere tutt'i misti composti di cinque sostanze.

Ma se dalla sperienza, come conviene, noi prendiamo la regola, bisognerà conchiudere, che non cinque com'essi vogliono, ma infiniti sieno gli elementi, che compongono i misti. Imperocch'è cosa nota a quelli, che di quest'Arte sono periti, infinit'essere le spezie de'Sali, Zolfi, e Mercuri, ne'quali si risolvono i misti, il che non potrebb'essere, se cinque, e non più fossero le materie componenti. Così osserva il dottissimo Rohault (1).
„ *Multa Mercurii, multa Salis, multa Sulphuris genera sunt, &*
„ *ut in solo Sale mentionem habeam, prope totidem sales sunt inter se diversi, quot corpora composita. Ex gr. Sal è ligno fraxineo extractus causticus est; sal è ligno quercino non item*. Mol-
„ te forti di Mercurio, molte di Sale, molte di Zolfo vi sono,
„ e per parlare solo del Sale, vi sono quasi tanti Sali diversi,
„ quanti misti vi sono. Il sal per esempio di frassino è caustico,
„ ma non così il sal di quercia ecc.

Dalle quali cose seguita non potersi ridurre i composti a cinque precisi componenti, quando tali componenti non sieno d'infinite specie; il ch'è lo stesso, che dire, essere indeterminato il numero degli elementi.

Co-

(1) *Fis. p.* 1.

Corollario.

E molto meno può un solo elemento assegnarsi, o il fuoco, come voleva Eraclito, o la terra, come Ferecide, o l'aria, come Anassimene, o l'acqua come Talete.

La diversità de'corpi non nasce dalla combinazione, e mistione di alcuni pochi elementi, ma dalla diversa costruzione, ed organica forma, che sta in loro diversamente determinata. Perlochè tanti elementi possono concepirsi, quante parti di figura diversa, quante di diverso moto, e di diversa grandezza vi possono essere. La combinazione di tali parti costituisce tutta la variazione de'corpi, i quali per questo variano in indefinito; perchè indefinitamente variano le determinazioni della materia, che gli compone.

Tali combinazioni ha creduto stoltamente Epicuro, che fossero nella materia per fortuito accozzamento degli Atomi. Ma si può sempre dimandar ad esso, com'è stata tolta la indifferenza della materia ad essere piuttosto in quella, che in questa maniera figurata, e ad essere in questa, che in quella maniera mossa? E come gli Atomi sono stati così sapienti di accozzarsi nell'ottima maniera tra le possibili, e per la via di tutte le possibili la più semplice? E, come osserva Cicerone (1), se da tale accozzamento di Atomi si sono potuti formar i Pianeti, le Comete, e le Stelle, onde nasce, che non sono mai capaci di produrci da se stessi una nuova Casa, o un Tempio?

Ma ne pure al Cartesio mi pare che debba accordarsi la produzione dell'Universo fatta com'egli s'immagina in virtù del solo moto universale introdotto nella materia dal sommo Autore. Imperocchè dato, che per lo solo moto debbano generarsi la materia *globulosa*, e la *sottile*, com'egli pensa, non può certamente mai intendersi come dagli accozzamenti della materia eterea debba formarsi 'l terzo elemento, che compone i vasti opachi globi intorno il Sole, e le Stelle giranti, e molto meno come in un Pianeta possano introdursi tante, e così varie organizzazioni, e come i Pesci nell'acqua, gli Uccelli nell'aria, i Bruti nella terra siensi formati, e come tante altre varie infinite sostanze.

Per intendere le quali cose è necessario ricorrere non alle sole Leggi del moto introdotto indeterminatamente dall'Autore nella materia, ma a quei profondissimi, e sapientissimi disegni, secondo i quali furono le porzioni della materia divise, e furono costruiti diver-

(1) *Della Nat. degli Dei* 1.

versi lavori con varie facoltà, e varia forza, regolata ogni cosa secondo le Archetipe idee, come pensò anche Platone, da Dio sino dal principio concepute, e secondo i suoi fini a Lui solo noti, ed a noi non investigabili eseguite. Imperocchè un moto universale, e indeterminato può bene agitar la materia, dividerla, e in diverse maniere accozzarla; ma se non è applicato, e diretto da una infinita Sapienza non potrà mai da se stesso in tante porzioni di materia costruire tanti organi diversi, e fabbricar tante parti in qualunque di tali organi tanto nell'ordine animale, quanto nel minerale, e vegetabile tutte al medesimo fine cospiranti sempre per la strada più semplice, e colla scelta dell'ottimo.

Fine del primo Libro.

LIBRO SECONDO

Del Moto.

OSserva Aristotele (1), essere le dottrine del moto di tanta importanza, che dalla cognizione di quelle afferma dipendere la cognizione di tutta la natura.„ Ἐπεὶ δὲ ἡ „ φύσις μέν ἐστιν ἀρχὴ κινήσεως, καὶ μεταβολῆς, δὲ μέθο- „ δος ἡμῖν περὶ φύσεώς ἐστι, δεῖ μὴ λανθάνειν τί ἐστι κίνησις· ἀ- „ ναγκαῖον γὰρ ἀγνοουμένης αὐτῆς ἀγνοεῖσθαι καὶ τὴν φύσιν. Perchè la natura certamente è il principio della mutazione e del moto, e il nostro metodo è investigar la natura, non bisogna, che siaci nascosto, che cosa sia il moto. Imperocchè ignorato quello, è necessario che anche la natura s'ignori.

Per nome di moto egl'intende qualunque mutazione, che avvenga a qualunque sostanza, e lo definisce con una definizione assai universale *atto dell'ente in potenza, in quanto in potenza*. Il che per esplicare i Filosofi, osservano esservi alcuni corpi, che hanno solo le facoltà di acquistare una qualità, e tali si dicono *in potenza* alla medesima qualità. Così per esempio l'acqua avendo la facoltà di diventar calida, dicesi essere in potenza al calore. Altri hanno attualmente quella qualità, ch'erano in poter d'acquistare, e allora si chiamano in *atto*, come l'acqua allora ch'è fatta calida. Ma quando un corpo passa dalla potenz' all'atto, allora si dice essere in moto; onde propriamente il moto non importa nè potenza, nè atto, ma la stessa traslazione della potenza all'atto.

Qualunque sia la mutazione, nota lo stesso Autore, doversi distinguere due termini. *Quello, da cui si parte*; e *quello a cui si va*, e di tre sorti essere la mutazione. La prima dal non *essere* all'*essere*, come quando il legno dal non essere fuoco passa all'esser fuoco, e dicesi *generazione*; la seconda dall'*essere* al *non essere*, come quando il legno dall'esser legno passa a non esser legno, e dicesi *corruzione*; la terza è da un *essere ad un'altra maniera di essere*; e di questa tre specie parimenti ne distingue. Imperocchè se il corpo passa da una qualità all'altra, si dice *alterazione*, se da una quantità all'altra, *accrescimento*, o *decrescimento* secondo che si accresce, o diminuisce; in fine se passa da luogo a luogo, si dice *translazione*, o *moto locale*.

(1) *Fis. L. 3.*

Ma perchè qualunque mutazione si osserva farsi sempre con qualche moto locale, perciò di esso principalmente prefero cura i più saggi Filosofi, e giudicarono doversi distintamente coltivare quella parte della Fisica, che versa intorno ad esso, e *Meccanica* fu chiamata, di cui i primi fondamenti apparisce essere stati da Pittagora, Democrito, ed Epicuro gettati; indi più fermamente dal Galilei, dal Cartesio, dal Gassendi, e dal Nevvton stabiliti, delle quali dottrine le più facili, e le più elementari secondo il nostro scopo noi proccureremo di brevemente esplicare.

Della natura del Moto locale. Cap. I.

DEFINIZIONI.

PER intendere bene che cosa sia il moto locale, è necessario prima intendere che cosa sia il luogo.

1. Il luogo altro è *assoluto*, altro è *relativo*. Per luogo assoluto, quelli che distinguono lo spazio dalla materia, intendono lo stesso spazio vacuo in cui si contiene il corpo, il quale spazio è sempre simile, ed eguale al corpo, che in lui si contiene, e tale luogo chiamasi ancora l'*interno*. Ma Aristotele, e il Cartesio, e tutti quelli, che non distinguono lo spazio dalla materia, non riconoscono alcun luogo interno distinto dall'estensione del corpo collocato; e per luogo assoluto altro non intendono, che la concava superficie, che circoscrive, e circonda il corpo. La materia dell'universo considerata senza qualità sensibili ridursi alla pura estensione indefinita ed immobile, ed ivi poter noi colla nostra mente fissar e punti e linee, e considerar figure, nel qual modo noi ci rappresentiamo il luogo, ch'è sempre esterno, ed è quella Geometrica immobile superficie, che a guisa di vagina inchiude, e serra il corpo sensibile e mobile collocato.

2. Il luogo *relativo* è la situazione sensibile, che ha un corpo riguardo ad altri corpi sensibili. Se per esempio un Navigante sta sedendo in mezzo una nave, il suo luogo assoluto è la superficie Geometrica, che lo serra, ma il luogo relativo è quella situazione, ch'egli ha riguardo alle parti della nave, o riguardo ad altri corpi sensibili, a cui noi possiamo riferirlo.

Dalle quali cose seguita, potersi mutar il luogo assoluto senza mutazione del relativo, e potersi parimenti mutar il relativo senza mutazione dell'assoluto. Se la nave si muove, ma il navigante resta nella sua situazione, che prima egli aveva riguardo alle parti della nave, egli averà cangiato il luogo assoluto, perchè sarà uscito dalla superficie Geometrica, che lo rinchiudeva; ma non il luogo relativo, perch'è restato nelle medesime relazioni e distanze riguardo alle parti della nave. Per lo contrario se le parti della nave cangiano di sito, sebbene il Navigante non ha cangiato il luogo assoluto, si considera aver cangiato il luogo relativo.

3. Quando un corpo esce dal luogo assoluto, dicesi essere in *moto assoluto*.

4. Quando esce dal luogo relativo, dicesi essere in *moto relativo*.

5. Quando resta nel luogo assoluto, dicesi essere nella *quiete assoluta*.

6. Quando resta nel luogo relativo, dicesi in *quiete relativa*.

Posto che una nave stia ferma nello stesso luogo dell'Universo, e che il Navigante stia sedendo in mezzo di essa, egli è in quiete tanto assoluta, che relativa. Se la nave va, ed egli rimane come prima sedente, egli è in moto assoluto, ma in quiete relativa. Se la nave va, ed egli parimenti per la nave si muove, egli è tanto in moto assoluto, quanto in relativo.

Annotazione.

Definisce il Cartesio [1] il moto una *traslazione di un corpo dalla vicinanza de' Corpi, che lo toccano immediatamente, e come quieti si considerano, alla vicinanza di altri*. Tale definizion' è vera, se si considerano i corpi vicini come pura estensione Geometrica ed immobile, e non come estensione Fisica e mobile, come vogliono alcuni de' suoi interpreti. Imperocchè può sempre supporsi, che mentre un pesce si muove con una determinata velocità in un fiume, l'acqua stessa, che prima lo circondava, costantemente lo circondi; nel qual caso secondo tale sentenza il pesce non si potrebbe dire in moto, benchè continuamente cangi di luogo assoluto, la qual cosa è assurda.

7. Quando un corpo tende a muoversi, ma viene impedito con una forza eguale e contraria al suo moto, si dice essere nello *sforzo*, ovvero nella *tendenza* al moto.

Annotazione.

Per questo, come a noi pare, perturba l'idea del moto il dottissimo Rohault [2], quando dice essere in moto un pesce, che quanto tenta di avanzare al contrario di un fiume, tanto viene impedito dall'acqua corrente. Imperocchè non può mai dirsi in moto quello, che resta sempre nello stesso luogo assoluto; nè più si può dire, che sia in moto quel pesce di quello, che un sasso, che

(1) *De' Principj P. 1* (2) *Fis. P. 1.*

che tende sempre al centro della terra, nè mai avanza, perchè dalla terra è impedito.

8. Quando un corpo si muove come parte di un altro, dicesi essere in *moto comune*. Quando si muove come tutto, dicesi essere in *moto proprio*.

Se un navigante intanto che la nave cammina stassi in mezzo di essa sedendo, egli si muove di moto comune, ma non proprio. Se la nave sta, ed egli per la nave cammina, si muove di moto proprio, ma non comune. Se la nave avanza, ed egli parimenti nello stesso tempo dentro la nave cammina, si muove e di moto comune, e di moto proprio.

9. Il *tempo assoluto* è un aggregato di parti successive equabilmente fluenti senza alcuna relazione al moto de' corpi.

10. Il *tempo relativo*, ovvero *apparente* è una misura di qualsivoglia durazione sensibile fatta per mezzo del moto de' corpi.

Essendo di sua natura indeterminato il tempo assoluto, noi lo determiniamo comparandolo al moto de' corpi equabile. Così diciamo essere passato un tempo, o due tempi secondo che si è fatta una, o due vibrazioni di un pendolo, e così dal moto del Sole, o della Luna ridotto all'equabile, dividiamo il tempo in ore, giorni, mesi, ed anni; e giudichiamo quei tempi eguali, che scorrono intanto che qualche corpo equabilmente mosso percorre spazj eguali; e tempi ineguali per lo contrario.

Come il moto è misura del tempo, così 'l tempo può essere misura del moto, come lo definisce Aristotele, chiamandolo *misura del moto, secondo il prima, e il dopo*. Imperocchè lo stesso moto, che serve di misura del tempo, serve ancor di misura per un altro moto.

11. Quell'affezione di moto, con cui in un dato tempo un corpo percorre un dato spazio, si dice la *velocità*, ovvero la *celerità* del moto.

Le celerità del moto sono determinate dagli spazj in egual tempo percorsi.

Se in un dato tempo due corpi percorrono spazj eguali, si dicono *equiveloci*. Ma se gli spazj percorsi sono diseguali, sono disegualmente veloci, e le loro celerità sono come gli spazj percorsi. Ma se in tempi diseguali due corpi percorrono spazj eguali, le loro celerità parimenti sono diseguali, in guisa che se a percorrere un dato spazio un corpo consuma doppio tempo di un altro, la celerità di quello è suddupla della celerità di questo; e se il tempo di quello è triplo, la sua celerità è suttripla, e generalmente qual è la ragione de' tempi, tal' è l'inversa delle celerità.

Co-

Corollario.

Dalle quali cose seguita essere le celerità in ragione composta diretta degli spazj, ed inversa de' tempi. Onde se la velocità di un corpo si dica V, e lo spazio percorso S, e il tempo T; ma la velocità di un altro si dica v, e il suo spazio s, e il suo tempo t, si avrà questa proporzione.

$$V : v = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$$

E perchè $V = \frac{S}{T}$; si avrà ancora $VT = S$; cioè lo spazio eguale al prodotto della velocità nel tempo, e si avrà $T = \frac{S}{T}$, cioè il tempo eguale allo spazio diviso per la velocità.

12. I gradi del moto, per cui un moto si paragona all'altro, si dicono la *quantità* del *moto*, ovvero il *momento*. Essi prendonsi da due diversi riguardi, e per la mole che dee muoversi, e per la celerità con cui dee muoversi. Se quando una mole 1 percorre spazio 1 si dice aver moto 1, una mole 2, che nello stesso tempo percorre lo spazio stesso, averà moto 2. Se restando la stessa mole si duplica lo spazio, parimenti averà moto 2.

Corollario.

Dalle quali cose seguita, che le quantità del moto sono tra se in ragione composta diretta delle moli, e diretta delle velocità; ovvero come i prodotti delle masse, e delle celerità respettivamente. Perlochè se la mole di un corpo si dica M, e la sua velocità V; ma la mole di un altro si dica m, e la sua velocità v; sarà la quantità di moto del primo alla quantità di moto del secondo, come MV : mv.

Laonde se per esempio vi sia una mole 3 mossa con velocità 4, ed un'altra 2 mossa con velocità 3, la quantità del moto della prima alla quantità del moto della seconda sarà come 12 : 6; ovvero come 2 : 1.

13. Quando un corpo può mettere in moto un altro corpo, si dice avere *forza motrice*, la quale se allora che principia ad esercitar la sua azione viene tosto impedita da una resistenza, che non può

può superare, si dice *niso*, *tendenza*, o *forza morta*. Ma se può esercitar la sua azione, e superare la resistenza, onde ne siegue moto attuale, si dice *forza viva*. Un sasso, che tende a muovere il terreno, sopra cui poggia, ma non lo può penetrare si dic' essere in *forza morta*; ma un sasso, che vibrato per l'aria si fa dar luogo da' corpi, che incontra, è in *forza viva*.

14. La retta, per cui tende il mobile si dice la *direzione* del moto.

15. Quando il mobile in tempi eguali percorre spazj eguali si dice aver *moto equabile*; ma quando in tempi eguali percorre spazj eguali si dice *aver moto inequabile*.

16. Quando le celerità crescono continuamente, il moto si dice *accelerato*.

17. Quando le celerità continuamente decrescono, si dice *ritardato*.

18. Se in tempi eguali si accrescono gradi di celerità eguali, si dice *equabilmente accelerato*.

19. E se in tempi eguali si perdono eguali gradi di celerità, si dice *equabilmente ritardato*.

Della esistenza del moto. Cap. II.

SEbben è cosa evidente per se, che siavi il moto in natura, ed è una vanità Pirronica il negarlo, contuttociò non mancarono alcuni Filosofi, che, non credo già perchè dubitassero, ma se non altro per far conoscere il loro ingegno, proposero alcuni Sofismi non facilmente risolubili per convincere, che non si dà moto nell'Universo.

Uno de' più celebri è quello di Zenone, il qual è questo. Siavi Achille distante da una Testudine un miglio, e si supponga essere quello cento volte più veloce di questa. Dunque mentre Achille percorre il miglio, ch'egli dista dalla Testudine, questa si avanzerà il centesimo di un miglio; mentre Achille percorre questo centesimo, la Testudine si avanzerà un diecimillesimo; e mentre Achille percorrerà questo diecimillesimo, la Testudine farà un milionesimo. Così se si vada seguitando in infinito non si troverà mai, che Achille possa superar la Testudine, il ch'è contra la sperienza.

Ma tale argomento, alla risoluzione del quale tanti concorsero indarno, facilmente si scioglie da quello, che ha un poco di conoscimento delle Serie (1) infinite, ed ha imparato come una serie

(1) *Vedete i nostri Elementi di Aritmetica Sez. 4.*

rie infinita può avere una somma finita, e perciò in un tempo finito si può percorrere. Imperocchè poniamo, che Achille abbia in un'ora percorso un miglio. Dunque il centesimo di un miglio lo percorrerà in un centesimo di ora, e il diecimillesimo di un miglio in un diecimillesimo di un'ora, e così seguitando.

Se un'ora insieme con un centesimo, indi con un diecimillesimo, indi con un milionesimo ecc. fosse un tempo infinito, Achille non potrebbe mai giugnere la Testudine. Ma $\frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{1000000}$ ecc. sono lo stesso, che $\frac{1}{99}$: Dunque Achille giugnerà la Testudine dopo un'ora, ed un nonagesimonono di ora.

Della causa originaria del moto. Cap. III.

SE il moto fosse essenziale alla materia, ogni materia sarebbe in moto per sè medesima, nè potrebbe mai ridursi alla quiete, il ch'è contro la sperienza. Dunque altri corpi essendo in moto, ed altri in quiete, bisogna che il moto sia in essi accidentale, e non necessario. Ma ciò che accade di nuovo, bisogna che abbia una estrinseca causa, che lo faccia accadere. La qual causa o è la materia, o noi, o ciò che non è nè la materia, nè noi. Non la materia; perchè una sostanza estesa è per se stessa un essere inerte e passivo, che può ben essere il soggetto del moto, ma non può darlo, se prima non l'abbia altronde ricevuto. Ed essendo la materia per se stessa indifferente a ricevere qualunque moto, e qualunque direzione, non vi sarebbe maggior ragione, per cui ella desse a se medesima piuttosto un grado di moto, che un altro, e piuttosto una determinazione, che un'altra; e per conseguenza è necessaria una causa esterna, che la determini. Ma nè pur noi; perchè se noi fossimo i produttori del moto potremmo ancor accrescere, o diminuire i suoi gradi, potremmo muovere noi stessi con qualunque velocità, e potremmo impedire il moto di qualunque corpo, come quello dell'Acque, de' Cieli, e de' Pianeti; il che a noi è impossibile. Dunque nascerà il moto da qualche altra causa, che essendo causa del moto, sarà causa ancora delle direzioni, e de' fini del moto, e di tutta la natura, che per mezzo del moto opera, e nel moto consiste; e tal causa sarà quella, che vuole, che può, che sceglie, ed in fine quella, da cui la Natura dipende. Ma tale causa è quella, che diciamo Dio. Seguita dunque, che il moto de' corpi non altronde possa derivar che da Dio.

Co-

Corollarj.

1. La forza motrice de' corpi non è altro, che un effetto della divina Forza, che trasporta i corpi, e gli determina a cangiar successivamente di luogo con una continuata azione contra tutto ciò, che loro resiste.

2. I corpi non sono propriamente la causa del moto, ma il soggetto del moto, e quando si dice che un corpo ha mosso l'altro, non si dee intendere che l'uno abbia prodotto di nuovo il moto nell'altro; ma che il moto di uno è passato nell'altro.

3. Il sommo Autore opera ne' corpi in due modi; o movendoli immediatamente per se stesso, o movendoli per mezzo di altri corpi. Perlochè due spezie di moto debbono distinguersi. L'uno introdotto da Dio per se, l'altro introdotto da Dio per mezzo di un corpo. Il primo si dirà *originario*, il secondo *derivativo*. Perchè il corpo C muova il corpo D è necessario, ch'egli sia mosso da B, e B da A sinochè si arriva al primo Motore, come nota ancor Aristotele (1). Il modo totale introdotto da Dio nell'Universo, è moto originario; le parti del moto, che passano da un corpo all'altro sono derivative.

Della causa della continuazione del moto. Cap. IV.

NON giudicarono difficile cosa i primi Filosofi, che un corpo possa esser mosso da un altro, ma non fu loro facile il concepire, come il corpo lontano dall'impression del movente possa continuare nel moto.

Risolse tale quistione speditamente il Cartesio (2). Imperocchè un corpo dovere senza dubbio restar sempre nello stato, in cui una volta fu posto, quando non vi sia una nuova cagion, che lo muti. Dunque in quella guisa che se una volta fosse stato in quiete doverebbe star sempre in quiete, quando non vi sia una causa, che lo metta in moto; così una volta posto in moto dovrà sempre restare in moto, quando non vi sia una causa, che glielo tolga, e lo riduca alla quiete.

Corollario.

Seguita da tali cose, un corpo in natura non continuar sempre nel moto perchè altri corpi colla loro resistenza lo riducono con-

(1) *Fis. L. 8.* (2) *De' Principj P. 1.*

continuamente alla quiete. Quando un sasso è vibrato in alto egli continuerebbe in infinito la sua direzione, se parte dalla gravità, parte dalla continua resistenza dell'aria non fosse ridotto alla quiete.

Del Moto Composto. Cap. V.

DEFINIZIONI.

1. SE ad un corpo si applica una sola forza motrice, che determina e dirige il suo movimento, il moto, ch'è prodotto, si dice *semplice*.

2. Ma se da più forze motrici è mosso, il suo moto si dice *composto*.

Proposizione I.

Sia il corpo A (1), che sia mosso da una forza verso il punto B, dico, ch'egli descriverà la retta linea AB.

Imperocchè si supponga descriver egli la curva ACB. E perchè la curva si allontana dal punto B con differenti direzioni, il corpo che la descrive avrà varie direzioni. Ma quello, che ha varie direzioni è necessario, che abbia varie forze direttrici. Dunque il corpo A avrebbe varie forze direttrici, ed una sola, il ch'è assurdo. E perciò una forza sola muove per una retta.

Proposizione II.

Sieno in secondo luogo due forze, che uniformemente muovano il corpo A (2) con due diverse direzioni, e per la prima debba egli percorrere la retta AB, e per la seconda nel medesimo tempo la retta AC. Compiuto il parallelogrammo ABCD, i cui lati sono come le velocità, che debbono essere impresse dalle due forze, dico, che il corpo A percorrerà la Diagonale AD. Imperocchè non può egli andar per la sola AB, per cui lo dirige la prima forza, perchè dee ubbidire ancor alla seconda forza, che lo dirige per AC. Per la stessa causa non può andar per AC sola, perchè dee ubbidire ancor alla prima forza, che lo dirige per AB. Dunque andrà per una terza direzione, che non può essere altra, che la diagonale AD; perchè solo con questa nel medesimo tempo ubbidisce alle due direzioni, come facilmente si conosce se si considera, che quando è arrivato al punto D si farà

 avan-

(1) *Fig. 1. T. 2.* (2) *Fig. 2. T. 2.*

avanzato e quanto importa la direzione AB, e quanto la direzione AC, il ch'è confermato dalla sperienza.

Corollarj.

1. Come le linee AB, AC sono la misura delle *semplici forze assolute*, così la diagonale AD è la misura della *forza composta*, o *relativa*. La quale non è eguale alle forze assolute, che la compongono; ma la diremo coll'Ermano (1) *equivalente*.

2. Se le due forze assolute sono eguali tra di loro, il corpo A percorrerà la Diagonale di un Quadrato (2) o di un Rombo (3) secondo che l'angolo delle direzioni è retto, ovver obliquo, come si vede nelle Figure.

3. Piucchè l'angolo delle direzioni è acuto, più lunga è la Diagonale AD (4), ed in conseguenza la forza relativa è maggiore. Ma meno che l'angolo è acuto, la forza relativa (5) è minore. Ciò nasce perchè nel primo caso le forze semplici sono più cospiranti; nel secondo meno.

4. Se l'angolo (6) si fa infinitamente acuto, cioè a dire se le forze semplici colla stessa direzione cospirano, allora la forza relativa si agguaglia alla somma delle due assolute.

5. Ma se l'angolo (7) è infinitamente ottuso, cioè a dire se le forze semplici sono contrarie, la forza relativa si agguaglia alla differenza delle forze assolute; onde se queste sono eguali diventa zero; cioè a dire l'una impedisce l'altra, e non si fa moto.

6. Come dall'azione delle due forze assolute ne risulta una terza, che corrisponde a ciò, che quelle due possono in tal maniera operando imprimere sul corpo A, se si prolunga in diretto la diagonale AD (8) in E, in maniera che AE sia eguale a AD; e siano tre forze, ovvero tre pesi traenti il corpo A per le linee AB, AC, AE, e sieno tali pesi tra se, come tali linee, è cosa evidente, che saranno tra se in equilibrio, cioè a dire non si farà moto nel corpo A; Imperocchè ciascuno equivale all'azione relativa degli altri due; e la impedisce colla sua trazione in contrario.

7. Come variano le diagonali AD secondo la varia direzione delle forze assolute, così varia ancora il moto, che da esse viene prodotto; onde ora si fa maggiore, or minore, ed ora diventa zero. Dalle quali cose deduce il Nevvton contro il Cartesio non conservarsi sem-

(1) *Foronomia L.* 1. (2) *Fig.* 3. *T.* 2. (3) *Fig.* 4. *T.* 2. (4) *Fig.* 5. *T.* 2. (5) *Fig.* 6. *T.* 2. (6) *Fig.* 7. *T.* 2. (7) *Fig.* 8. *T.* 2. (8) *Fig.* 10. *T.* 2.

sempre la stessa quantità di moto in natura, ma distruggersi, e di nuovo prodursi. Ma non avviene lo stesso delle forze motrici; perchè possono due forze impedirsi l'effetto senza che si distruggano, nè la diagonale AD è misura della forza assoluta; ma solo della relativa, che s'impiega dalle due assolute per produrre un effetto, cioè per muovere il corpo A.

Delle Curve, che nascono da' Moti Composti. Cap. VI.

Dalla diversa ragione, che hanno tra se le forze direttrici nascono diverse linee curve, che sono la via, per cui il mobile in tale supposizione si muove. E come in queste consistono le dottrine più sublimi del moto; così ne daremo alcuni esempj.

Sia perciò in primo luogo il corpo (1) A diretto per AB da una forza uniforme, per cui in tempi eguali percorre spazj eguali AB, e nello stesso tempo per AC da una forza difforme, per cui nel tempo primo percorre 1, come AO, nel secondo 3, come OO, nel terzo 5, come OC, e così seguitando pe' numeri impari. Per conoscere quale sarà la via, che in questo caso dee percorrere il corpo A si compiscano i parallelogrammi ad ogni tempo corrispondenti, e troverassi per ogni tempo il punto M, in cui sarà il corpo A. L'aggregato di tali punti AMM sarà la linea del detto corpo descritta, che in tale caso è la *Parabola* di Apollonio.

Sia in secondo luogo una data retta AB (2), a cui s'innalzi una perpendicolare AC. Se una forza muove un corpo per AB, ed un'altra nello stesso tempo per AC in guisa, che qualunque AO sia media proporzionale tra qualunque AN, e la residua BN, allora descriverassi la curva AMM, che in tale caso è un *Circolo*.

Sia in terzo luogo una indefinita AB (3), a cui s'innalzi la perpendicolare AC. Se una forza muova un corpo per AB, ed un'altra per AC in maniera che facendo le AN una serie Aritmetica, le AO facciano una Geometrica, allora il mobile descriverà la curva AMM, ch'è una *Logaritmica*.

Infinite curve in tale maniera possono prodursi dalla complicazione di diverse forze motrici in diverso modo moventi. In tale maniera i gravi gettati per l'aria descrivono le loro parabole, i Pianeti le loro elissi.

Quando un sasso è girato dentro una fionda, egli è sollecitato da due forze, l'una che lo tiene, e preme continuamente al centro del circolo, ch'è obbligato a descrivere, l'altra che lo spigne con-

(1) *Fig.* 9. *T.* 2. (2) *Fig.* 11. *T.* 2. (3) *Fig.* 12. *T.* 2.

continuamente in diretto per la tangente. La prima dicesi la *centripeta*, la seconda la *centrifuga*. Tosto che si lascia la fionda cessa la forza centripeta, che obbliga il sasso al centro, ed agisce solo la centrifuga, da cui è portato con empito per la tangente in diretto.

Del Moto riflesso. Cap. VII.

Quando un corpo urta in un altro, che non può penetrare, e da cui è obbligato a ritornare indietro, il moto, con cui è respinto, si dice *moto riflesso*. Tal è quando per esempio un pallone gonfio urta, ed è respinto da un muro.

Sia in primo luogo il corpo A (1), il quale cada perpendicolarmente sulla superficie liscia, e polita BC per la linea AD, e sia egli colla stessa forza respinto, con cui è caduto, è facile il conoscere, che ritornerà indietro colla stessa velocità e per la medesima linea, per cui è caduto, non essendovi alcuna causa, che lo determini a muoversi per altra direzione.

Ma se cade egli per la linea obliqua AD (2), ed è respinto colla stessa forza, con cui è caduto, dico, che si rifletterà per la linea DE in maniera che l'angolo della *riflessione* CDE sarà eguale all'angolo della *incidenza* ADB. Imperocchè la linea obliqua AD si può sempre considerare come una direzione composta di due direzioni procedenti da due forze motrici, una delle quali dirige per l'orizzontale AF, l'altra per la perpendicolare AB, le quali movendo insieme il corpo A l'obbligano a descrivere la diagonale AD. Quando il corpo è nel punto D è nuovamente sollecitato da due forze l'una orizzontale che persiste come prima, e lo muove per DC, l'altra perpendicolare eguale alla prima, ma contraria, che lo muove per DF, nel qual caso per le dottrine delle forze composte si conosce dover egli percorrere la diagonale DE, la quale per l'eguaglianza delle forze in amendue i casi debb'essere una diagonale di un rettangolo eguale al primo, ed in conseguenza dee agguagliarsi all'AD, e similmente inclinarsi.

Quanto minor è la forza, con cui dalla superficie BC è risospinto il corpo A, tanto minore si fa l'angolo della riflessione CDE, e si diminuisce la diagonale DE in guisa, che se la forza, con cui è risospinto diventa zero, cioè a dire se non è risospinto, la diagonale DE e l'angolo della riflessione CDE diventano zero; cioè a dire il corpo si ferma in D.

La forza, che risospigne i corpi, quando urtano in una superficie, è, come diremo a suo luogo, la elasticità, la quale secondo ch'è più,

(1) *Fig. 1. T. 3.* (2) *Fig. 2. T. 3.*

più, o meno perfetta gli risospigne con una ripercossa, che si accosta più o meno alla percossa.

Per la Legge della riflessione un pallone gonfio rimbalza con un angolo di riflessione presso ch'eguale a quello dell'incidenza: e una pietra gettata obliquamente sull'acque, come si veggono talvolta fare i fanciulli; e un raggio di luce obliquamente cadente sopra uno specchio, ecc.

Della Gravità. Cap. VIII.

DEFINIZIONI.

I. *Grave* dicesi un corpo A, che tende ad un punto C che si chiama il suo *centro*. (1)

II. *Gravità* dicesi quella forza, con cui il corpo A tende al centro C. Tale forza è determinata dalla celerità, con cui il grave tende al suo centro. E come i gradi di tale celerità possono variare in infinito, così infinite spezie di celerità potranno concepirsi. Così altra è la gravità, se il grave percorre 20. E se gli spazj percorsi sono come i quadrati de' tempi, o come i cubi, o qualunque altra potenza.

III. La gravità in tal modo considerata dicesi *Assoluta*.

IV. Ma se due corpi hanno la stessa gravità assoluta, e si paragonano tra se le quantità del loro peso in pari volume, allora la gravità dicesi *specifica*, o *relativa*.

Tutti i corpi a noi sensibili hanno la stessa gravità assoluta, ma in tutti è differente la gravità relativa. La loro gravità assoluta pende dalla velocità, con cui le parti tendono al centro, ch'è eguale in tutti. Ma la gravità relativa pende dal numero delle parti che in pari volume si trovano. Se una particella pesante fa un'impressione colla sua tendenza, due particelle, che hanno la stessa tendenza, ne faranno due. E generalmente la somma delle impressioni sarà come il numero delle parti.

Corollarj.

I. Se dunque due gravità specifiche si dicono G, g, ed i numeri delle parti pesanti in egual volume si dicono N, n, sarà

$$G : g = N : n$$

II. E perchè le densità sono come il numero delle parti contenute in egual volume, se le densità si dicono D, d si avrà G:

(1) *Fig. 3. Tavol. 3.*

$$G : g = D : d$$

III. E perchè il peso totale, dipende dal volume, e dalla densità, o numero delle parti, se due corpi si dicano P, p la densità D, d i volumi U, u sarà $P : p = DU : du$

Osservazione del Sig. Nevvton intorno la gravità.

I. Una delle principali proprietà della gravità stabilisce il Sign. Nevvton la *universalità*, per cui egualmente in tutti i corpi si diffonde; onde nessun corpo esser assignabile che a qualche centro non tenda, e colla medesima Legge. Così tutti i corpi terrestri colla stessa velocità tendono al centro della Terra, e tutti i Pianeti primarj al Sole, e tutti i Secondarj al loro Primario, ed in fine ogni corpo all'altro suo vicino.

II. Una seconda proprietà è la tendenza reciproca de' corpi tra se. Se il corpo A sta in conveniente distanza al corpo B, egli tenderà in B, ma reciprocamente B in A. Onde nasce una spezie d'universal Magnetismo, per cui tendono ad unirsi i corpi tra se in quel modo che si uniscono insieme la Calamita ed il Ferro. Se si considera la forza, con cui un grave tende in un altro dicesi *Gravità*, ma se si considera la forza, con cui un grave attrae l'altro, dicesi *Attrazione*. Così se A tende in B, la tendenza di A dicesi la gravità di A. Ma perchè B si può considerar l'attraente di A; la forza di B si dirà Attrazione. L'attrazione di B è sempre proporzionale alla gravità di A, e reciprocamente.

III. Tale forza decresce, quando crescono le distanze dal centro, e i decrescimenti sono come i quadrati delle distanze. Il che comprovasi da' Fenomini, perchè se ciò non fosse, non potrebbono i Pianeti descriver le orbite elittiche, come fanno, secondo le dottrine delle forze centrali.

Per questo se le gravità di due corpi si dicono G, e g, e le distanze da' loro centri D, e d si avrà $G : g = dd : DD$. Perciò se $d = D$, allora le gravità saranno le stesse, cioè a dire in tempi eguali si percorreranno spazj eguali; e se la differenza delle distanze è insensibile, sarà insensibile la differenza delle gravità; onde potrà assumersi per costante, come fa il Galilei. Imperocchè sia il diametro della Terra in miglia Inglesi 7935., sarà il quadrato del semidiametro 15740806. Se il grave sia distante dalla superfizie terrestre un miglio e mezzo sarà il quadrato della sua distanza 15802861. Essendo dunque la gravità in ragione inversa di tali quadrati, se la gravità nel primo caso è 10, nel secondo sarà $9, \frac{1510286}{1518231}$ che non fa differenza sensibile.

IV. Se

IV. Se si condera, che l'attrazione è una proprietà universale de' corpi, facilmente si conosce, che le forze attraenti saranno in ragion delle masse attraenti. Così un corpo duplo avrà attrazione dupla, e un triplo tripla. Onde se bene un sasso nel cadere attragge la Terra tanto però l'attrazione del sasso è minor dell'attrazione della Terra; quanto il sasso è della Terra minore.

Congetture de' Filosofi intorno la causa della Gravità. Capitolo IX.

LA causa per cui un corpo è grave per lungo tempo non ardirono di tentare i Filosofi. Pareva che Aristotele fosse per discoprire questo mistero al libro 4. del Cielo, dove riprende gli antichi, perchè del grave, e del lieve abbiano ragionato sol respettivamente, e non assolutamente, ma non fu egli il più felice degli altri. Imperocchè nulla pronuncia se non che i gravi appetiscono la forma del luogo inferiore, che il luogo inferiore è la perfezione de' gravi, che la direzione de' gravi, e de' lievi si fa per simiglianza, che i gravi tendono al basso per forza ingenita. I di lui vestigj seguitando la maggior parte degli altri nulla affermarono se non che in alcuni corpi vi è gravità, in alcuni leggerezza, essere queste qualità inerenti ne' corpi stessi. Quella obbligarli a discendere, questa ad ascendere.

Nè più si ha da Democrito, e da Epicuro, da' quali viene considerata la gravità come una legge naturale degli atomi. Essere tutti gli atomi gravi per loro natura, nè darsi leggerezza assoluta, ma ciò che dicesi lieve altro non essere che un meno grave. Onde Lucrezio al lib. 2.

Nonne vides etiam quanta vi ligna, trabesque
Respuat humor aquæ? nam quæ mage mersimus altè
Directa, & magna vi multi pressimus ægrè,
Jam cupide sursum revomit magis, atque remittit
Plus ut parte foras emergunt exiliantque.
Non tamen hæc quantum est in se dubitemus, opinor,
Quia vacuum per inane deorsum cuncta ferantur.

Forse non vedi ancor con quanta forza
Risospinge all'insù l'umor dell'acqua
Le travi, e gli altri legni? poichè quanto
Più altamente gli attuffiamo in essa,
E con gran violenza appena, uniti
Molti di noi ve li spigniam pel dritto,
Ella tanto più ratta e desiosa

Da ſe gli ſcaccia, e gli rigetta in alto
In guiſa tal che quaſi fuori affatto
Sorgon dall' onda, ed all' insù riſaltano.
Nè perciò dubitiamo al parer mio
Che per ſe ſteſſa entro allo ſpazio voto
Scendan le travi. e gli altri legni al baſſo.

Il Carteſio tentò di andare piu avanti, e cercò di ſpiegare codeſto oſcuro Fenomeno per mezzo della forza centrifuga dalla materia celeſte, che intorno al globo terracqueo gira velocemente. Qualunque corpo, che gira, tendere continuamente, ed allontanarſi dal centro per la tangente, come ſi eſperimenta in un ſaſſo girato velocemente con una fionda, il quale non è sì toſto laſciato in libertà, che toſto eſce dalla linea circolare, che deſcriveva, e ſi dirige per la Tangente. Dove vi è moto maggiore, ivi eſſervi maggior forza centrifuga, e dalla differenza di tali forze poter eſſer alcuni corpi obbligati al centro. Così ſe in un Circolo ſi confondono inſieme diverſi corpi eterogenei, quelli che hanno maggior moto vanno con molta celerità alla circonferenza, in tanto che gli altri reſtano al centro.

Tale congettura, che ſi reſe celebre per la dignità dell' Autore, fu abbracciata da una quantità di Filoſofi, tra' quali il principale fu l'Ugenio, che cercò poi di confermarla con nuovi ſperimenti, come ſi vede nel ſuo diſcorſo intorno alla cauſa della Gravità. Ma vi reſtarono ancora da ſuperar molte difficoltà, e due principalmente; la prima perchè non poteva capirſi, come nella rivoluzione della materia celeſte i gravi non foſſero ſpinti a un punto differente dall'aſſe, ma tutti andaſſero al centro; la ſeconda come col moto di tal Vortice ſi poteſſero conciliare le regole del Keplero, e i quadrati de' tempi periodici de' Pianeti foſſero come i cubi delle diſtanze. Per queſto tentò di ſuperare anche queſti obbietti l'acutiſſimo Sign. Abate de Molieres nella diſſertazione inſerita negli Atti dell' Accademia di Parigi 1737. di cui diremo il contenuto rimettendo il Leggitore deſideroſo di maggiore preciſione alla lettura della medeſima.

I. E prima ſe ſi concepiſca un fluido, le cui parti ſono tanti piccioli globi, rotare in un cilindro intorno il ſuo aſſe, dimoſtra il ſuddetto autore, come tutti i piccioli globi della ſteſſa ſuperficie avranno la ſteſſa forza centrifuga.

II. La forza d'un globo ſuperiore alla forza d'un inferiore ſarà in ragion reciproca della diſtanza dall'aſſe, e duplicata diretta della velocità come dimoſtra l'Ugenio. E così tutte le forze de' globi, che compongono una ſuperfizie ſuperiore a tutte le forze di quelli, che compongono un inferiore, cioè a dire ſomma a ſomma ſaranno nel-

nella ſteſſa ragione. Perciò ſe le ſomme delle forze ſi dicono S, s le velocità U, u, le diſtanze dall' aſſe D, d, ſi avrà
$$S : s = \frac{UU}{D} : \frac{uu}{d}$$

E perchè le ſuperfizie ſono come le diſtanze dall' aſſe, ſarà $S : s = \frac{UU}{S} : \frac{uu}{s}$, onde ſi cava $SS : ss = UU : uu$.

III. Ma eſſendo le parti equilibrate la ſomma delle forze nella ſuperior ſuperfizie ſi debbe eguagliare alla ſomma delle forme nella inferiore. Perciò $S = s$, e in conſeguenza $U = u$. Dunque perchè vi ſia equilibrio, biſogna che le parti del fluido ſi muovano con eguale celerità.

IV. Se invece di un cilindro ſi ponga una sfera, la preſſione di tutti i globuli fuori dell' Equatore proveniente dalla forza centrifuga è obliqua alla tangente della sfera. Biſogna adunque riſolverla, e conſiderar la ſola perpendicolare, che ſi dirà la *centrale*, cioè quella che tende al centro di tutta la sfera.

V. La forza centrale alla forza centrifuga di qualunque globo è come il raggio del parallelo deſcritto dal globulo al raggio della sfera. Dunque tutti i punti d'una ſteſſa ſuperficie sferica avranno la ſteſſa forza centrale.

VI. Per conſervar l'equilibrio biſogna che le forze centrali d'una ſuperfizie ſieno eguali alla ſomma delle forze centrali d' un' altra. Perciò ſe le forze centrali ſiano F, f, e le ſuperfizie S, s, ſarà $SF = sf$, onde naſce $S : s = f : F$, cioè a dire le ſuperſizie ſaranno in ragion reciproca delle forze.

Ma per Archimede le ſuperfizie sferiche ſono come i quadrati de' diametri. Dunque poſti i Diametri D, d ſi avrà $F : f = dd : DD$.

VII. Poſta una sfera, in cui le forze centrali ſono tutte in equilibrio, le celerità de' punti ſono come le radici inverſe delle loro diſtanze dal centro, e le loro forze centrali ſono come i quadrati delle loro celerità.

VIII. I tempi periodici de' punti della ſteſſa ſuperfizie sferica ſono come i raggi de' loro paralleli. E perchè tali raggi preſſo l' Equatore ſono poco differenti, così i tempi periodici de' circoli vicini all' Equatore ſaranno preſſo che eguali.

IX. I quadrati de' tempi periodici, che compongono l'Equatore ſono come i cubi delle diſtanze. Imperocchè nell' articolo 2.

$$S : s :: \frac{UU}{D} : \frac{uu}{d}$$

Dunque se $S = s$, $\frac{UU}{D} = \frac{uu}{d}$, e perciò $D : d = uu : UU$
ovvero ponendo le circonferenze C, c, i tempi T, t

$$D : d = \frac{cc}{tt} : \frac{CC}{TT}$$

E poichè le circonferenze sono come i diametri sarà

$$D : d = \frac{dd}{tt} : \frac{DD}{TT}$$

onde nasce

$$tt : TT = d^3 : D^3 :$$

ch'è la regola del Keplero.

De' Principj di Statica. Cap. X.

SIA (1) AB una verga rigida, e senza peso, che con un punto qualunque C poggi sopra un sostegno G. Se dall' estremità di essa verga pendano due pesi M, m, in guisa che nè l'uno, nè l'altro discenda, si diranno tali pesi in *equilibrio*, e 'l punto fisso C dirassi il *centro del loro equilibrio*, ovvero il *centro della lor gravità*.

Corollarj.

I. E' visibile, che il sostegno G sostenta in C il peso d'amendue i corpi; onde tutto il peso si può considerare raccolto nel punto C. E perciò il centro comune di gravità può ancora diffinirsi quello in cui sta raccolta la forza di tutto il peso.

II. Il peso di ciascun corpo può sempre concepirsi raccolto in un punto solo intorno cui si equilibra. E tal punto dirassi il centro di gravità del medesimo corpo. Dovrassi però distinguere il centro di gravità, ed il centro della grandezza. D'una sfera tutta omogenea il centro di gravità è lo stesso che il centro della grandezza. Ma s'ella è parte di una materia, e parte di un'altra il centro di gravità è diverso da quello della grandezza.

Osservazione fondamentale.

Siano due pesi (2) M, ed m in ragione reciproca delle loro distanze MC, mC dal punto fisso C, si osserva sempre farsi tra loro equilibrio. E sopra tale osservazione stà il principio della Meccanica. Per render ragione del qual principio nota tra gli altri il Galilei, ed il Cartesio doversi prender da due riguardi la forza di tali pesi, e dalla massa che dee moversi, e dalla celerità con cui dee moversi. Se per elevar una data massa ad una altezza data si ricerca una forza, per elevar una doppia massa alla medesima altezza si ricercherà doppia forza. E per elevar la medesima massa ad una dupla altezza si ricercherà parimenti dupla forza. Saranno dunque le forze elevatrici in ragione composta e delle masse, che deggiono elevarsi, e delle velocità con cui deggiono elevarsi.

(1) *Fig. 4. T. 3.* (2) *Fig. 5. T. 3.*

Tali cose poste seguita dunque doversi fare equilibrio tra due corpi, quando sono in ragion reciproca delle distanze dal punto fisso.

Imperciocchè sia M (1) doppio di m, ma la distanza mC dupla della distanza MC, sarà ancora l'arco mm duplo dell'arco MM. Dunque una forza non potrà vincer l'altra, perchè la stessa forza si ricerca per muovere massa 2 per arco 1; e per muovere massa 1 per arco 2.

Dunque se le masse si dicono M, m, e le velocità, per cui tendono siano U, ed u, tali forze saranno come MU : mu; e se MU = mu, allora si farà equilibrio.

E perchè quando MU = mu, si ha M : m = u : U, si fa dunque equilibrio, quando le masse da elevarsi sono in ragione reciproca delle loro celerità, ovvero distanze dal centro, ch'è il comune principio della Meccanica.

Applicazione del suddetto Principio alle Macchine.

Innumerabili sono le macchine per diversi usi ritrovate dagli Uomini, nè il descriverle tutte, e rendere ragione delle loro forze è nostro istituto. Come però altre sono le *semplici*, altre quelle che dalle semplici si compongono, e si dicono *composte*, così noi spiegheremo le semplici, dall'intelligenza delle quali dipende l'intelligenza delle composte. Tali sono la *Bilancia*, la *Stadera Romana*, il *Vette*, l'*Asse nel timpano*, le *Carrucole*, le *Ruote dentate*, il *Cuneo*, la *Chiocciola*, e il *Piano inclinato*.

Della Bilancia.

La *Bilancia* (2) costa di una rigida verga equabile, ed omogenea DE, il cui punto di mezzo C è sostenuto in guisa che intorno ad esso fisso ed immobile possono liberamente girare gli estremi D, ed

I ij

(1) *Fig. 5. T. 3.* (2) *Fig. 6. T. 3.*

ed E. Pendono da' due estremi le due *Lancie* A, e B egualmente pesanti. Se in una lancia A sia posto un peso, è necessario che trabocchi; ma se nell'altra lancia B è posto un peso eguale, vi sarà l'equilibrio, essendovi egual momento in amendue e per le masse, e per le distanze dal punto fisso. Ma se M sia maggiore di m, traboccherà.

Della Stadera Romana.

La *Stadera Romana* (1) costa di una verga rigida, di cui la grossezza da un estremo all'altro continuamente decresce. Sia il punto fisso C, per cui si sospende, non in mezzo della lunghezza; ma in mezzo del peso in maniera che la porzione AC si equilibra colla porzione CB. Se dall'uncino A, che sta un oncia distante dal punto fisso C pende un peso P per esempio di dodici libbre, e dal punto duodecimo, che sta distante dodici oncie, o pollici dallo stesso punto C penda il contrappeso D di una libbra, è necessario che si faccia equilibrio, perchè il peso P non può nella discesa percorrere uno spazio; se il contrappeso D non ascende dodici volte tanto, e perciò i momenti dell'uno sono eguali a' momenti dell'altro. Se il contrappeso sarà posto al numero tredici avrà tredici di momento, e perciò dovrà prevalere, e discendere; ma se sarà posto al numero undici avrà minore momento, e perciò sarà superato dal momento di P, e sarà obbligato ad ascendere.

Quanto più il contrappeso si allontana dal punto fisso, tanto più cresce il suo momento.

Del Vette.

Vette chiamano i Meccanici un lungo palo, che serve per muovere gran pesi, ed è di tre sorte. Il primo (2) è quello, in cui il mobile A è in un estremo, il movente B nell'altro estremo, e il punto fisso C tra' due estremi. Il secondo (3) è quello, in cui il punto fisso C è in un estremo, il movente B nell'altro estremo, e il mobile A tra' due estremi. Il terzo (4) è quello, in cui il punto fisso C è in un estremo, il mobile A nell'altro estremo, e il movente B tra' due estremi.

In tutti e tre questi vetti allora si fa l'equilibrio, quando i pesi sono in ragione reciproca delle loro distanze dal punto fisso; o, ciò ch'è lo stesso, delle loro celerità virtuali.

Imperocchè sia per esempio nel primo vette il peso A 2, e la sua distanza AC dal punto fisso 1; la forza B equivalente a peso 1, e la sua distanza BC 2. Se si facesse moto intorno il punto C, come so-

(1) *Fig.* 7. *T.* 3. (2) *Fig.* 8. *T.* 3. (3) *Fig.* 9. *T.* 3. (4) *Fig.* 10. *T.* 3.

sono le distanze, così sarebbono gli archi nello stesso tempo da' due corpi percorsi, e in conseguenza così sarebbono le loro velocità. Dunque in tale supposizione il momento di A sarebbe 2, e 2 parimenti quello di B. Tali momenti essendo eguali e contrarj le forze loro produttrici saranno eguali e contrarie, e perciò si resisteranno l'una coll'altra; cioè a dire si farà tra loro equilibrio.

Ma se la forza B è maggiore, o la distanza dal punto fisso C è maggiore, allora il suo momento è maggiore, ed in conseguenza traboccherà il peso B.

Le forze prementi noi le supponiamo per ora premere colla direzione de' pesi, cioè per una perpendicolare all'orizzonte.

Corollario.

E' facile il conoscere, che la Bilancia, e la Stadera Romana operano come il vette del primo genere. La forbice, e la tanaglia sono vetti doppj del primo genere. Le mascelle degli Animali, e il remo nell'acqua sono vetti del secondo.

Dell' Asse nel Timpano.

Sieno due sostegni immobili M (1), ed M, sopra i quali si appoggi l'*Asse* HH con intorno il *Timpano* S. Per mezzo de' *raggi* AB, CD girando il timpano intorno l'asse s'innalza il peso P attaccato con una corda al timpano. Per conoscere quando con tale macchina si debba far equilibrio, bisogna considerare, che il peso, da cui la corda è tirata egualmente in qualunque punto, sia nel punto in cui la corda tocca il timpano. Sia questo il punto S, dove sta tutta la forza del peso. Nel primo tempo, che il timpano gira, è necessario che il punto S descriva un piccolo arco intorno ad un punto dell'asse, come suo centro; e nello stesso tempo il movente, che sta all'estremità di un raggio descriverà un altro arco proporzionale alla sua distanza dall'asse, o alla lunghezza del raggio. Farassi dunque l'equilibrio quando tali forze saranno in ragione reciproca delle loro distanze dall'asse. Così se il peso è 4, e la sua distanza dall'asse, ovvero il semidiametro del timpano è 1; ma la forza premente in A è 1, e la sua distanza dall'asse è 4, si farà tra loro equilibrio. Ma se la forza premente in A si accresce, ovvero la sua distanza dall'asse, allora prevalerà, ed alzerà il peso P.

Del-

(1) *Fig.* 11. *T.* 3.

Delle Carrucole.

Carrucola dicesi una picciola ruota, come ABCD (1), che serve ad elevare, o a tirare i pesi. Questa non accresce la forza motrice, ma solo rende più facile l'innalzamento del peso. Componendo però molte carrucole, si aumenta la forza. Imperocchè siavi la prima AFI [2] attaccata al punto fisso F, e siavi la seconda BGD mobile, da cui penda il peso P. Se siavi una corda affissa al punto C, e rivolta intorno alle due carrucole, come in Figura, la forza Q traente per AQ si raddoppierà. La ragion è, ch'ella ha doppia velocità nel discendere di quella, che ha il peso P in ascendere, come facilmente si conosce, se si considera, che intanto che il peso P ascende sino alla carrucola immobile, la forza Q dee per doppia corda discendere. Se quattro saranno le carrucole, come in Figura (3), sarà quadruplicata la forza, e se fosser otto, sarà ottuplicata, e generalmente la forza crescerà secondo il numero delle carrucole.

Delle Ruote dentate.

Sia la ruota dentata AB (4), in cui vi siano venti denti, e dal cui asse C penda il peso P. Siavi una seconda ruota MN alla prima eguale, per cui tragga la forza R, il cui asse L abbia dieci denti in tal guisa posti, che i denti dell'una si adattino alle incavature dell'altra. Perchè la prima contiene venti denti, e la seconda dieci, come si suppone, è necessario, che la seconda faccia due rivoluzioni intanto che la prima ne fa una sola, cioè che la celerità di R sia doppia della celerità di P, ed in conseguenza si raddoppj la forza R. Se nella ruota AB i denti fossero cento, e nella MN dieci, la forza R diventa decupla; e così in qualunque altra ragione.

Siavi in secondo luogo la ruota G (5) di cento denti, dal cui asse G penda il peso P. E siavi una seconda ruota D, il cui asse E abbia dieci denti, e la circonferenza cento. Siavi per fine la terza ruota H, il cui asse C sia di cento denti, e per essa tragga la forza A. Per ogni rivoluzione della ruota G vi debbono essere dieci rivoluzioni della ruota E, e per ogni rivoluzione di E dieci di C, e per conseguenza per ogni rivoluzione di G ve ne saranno cento di C. La celerità adunque della forza A sarà centupla della celerità del peso P, ed in conseguenza sarà centuplo il

(1) *Fig.* 12. *T.* 3. (2) *Fig.* 1. *T.* 4. (3) *Fig.* 2. *T.* 4. (4) *Fig.* 3. *T.* 4. (5) *Fig.* 4. *T.* 4.

il suo momento; e in tal modo un peso 1 può far equilibrio a 100. Se si aggiugnesse colla stessa proporzione la quarta ruota, indi la quinta, la sesta, ecc. La forza A diventerebbe 1000, 10000, 100000, ecc.

Del Cuneo.

Cuneo si dice una macchina, che dal largo termina nell'acuto, e serve ad accrescere la forza per distaccare, e per dividere i corpi, come ABC (1) In tale macchina la potenza motrice si può concepire nel punto B, e la resistenza nel punto O. Quando tutto il cuneo è introdotto nel corpo FHGL, il movente ha precorso tutta la linea BM, e il mobile la linea AC. Dunque la forza del movente alla resistenza del mobile sarà come BM : AC; laonde, se per esempio BM è tripla di AC, la forza del movente diventa tripla.

Della Chiocciola.

Chiocciola (2) dicesi un cilindro, intorno cui sta scavata una spirale, come AB, alle cui incavature si adatta un prisma C, che facilmente si può girare d'intorno. Se tra il piano orizzontale e il piano di questo prisma sia posto qualche corpo pressibile, sicchè rivolgendo il prisma intorno le spire si faccia pressione, è da osservarsi, che intanto che il mobile è stato presso quanto che importa la distanza dall'una spira all'altra, il movente avrà descritta una intiera circonferenza di circolo determinato dal semidiametro del prisma, e perciò sarà la forza del movente a quella del mobile come tale circonferenza alla distanza delle spire. Laonde se la ragione di quella a questa è come 100 : 1, sarà centuplicata la forza.

Del Piano inclinato.

Il *Piano inclinato* è quello, che coll'orizzonte fa un angolo acuto, come AFT (3). Se sopra di quello sta un peso P, la sua gravitazione giù per lo piano inclinato, è minore di quello, che avrebbe discendendo liberamente; imperocchè una parte della forza è sostenuta dal piano. Per determinare tal forza, sia il peso P sopra il piano inclinato, e sia sostenuto in equilibrio dalla forza R col mezzo di una corda che passa per la carrucola T. E' da considerare, che se si facesse moto, e il peso P rotolasse giù per la linea inclinata FA, intanto R ascenderebbe perpendicolarmen-

(1) *Fig.* 5. *T.* 4. (2) *Fig.* 6. *T.* 4. (3) *Fig.* 7. *T.* 4.

mente per linea eguale alla FA. Ma perchè l'azion della gravità ſi dee ſolo ſtimare dalla perpendicolare, quando P è diſceſo per tutta la inclinata FA, il ſuo momento è lo ſteſſo, come ſe foſſe diſceſo per la ſola FH. Dunque la celerità del mobile alla celerità del movente ſarà come FH : FA; ovvero come l'altezza del piano alla ſua lunghezza, ovvero come il ſeno dell'angolo d'inclinazione CAT al ſeno totale; ed in tal ragione ſaranno le forze.

Corollarj.

1. Perciò ſe la lunghezza del piano è tripla della ſua altezza ſarà la gravitazione del peſo un terzo; onde per ſoſtenere 300 baſterà forza 100.

2. E perchè quanto più l'angolo dell'inclinazione è acuto tanto maggior ſi fa la ragione della lunghezza all'altezza, perciò tanto minore ſarà la ſua gravitazione, ed in conſeguenza tanto minore forza ricercheraſſi per fargli equilibrio; onde in fine ſe l'angolo diventa nulla, cioè a dire ſe il piano inclinato diventa orizzontale, niente di forza ſi ricerca per ſoſtentare il peſo; cioè a dire è ſoſtenuto egli intieramente dal piano.

Inteſa la forza di tali macchine non è difficile l'intendere la forza di molte altre, che ſervono ad uſo dell'uomo, che di queſte ſono compoſte; come del Molino da vento, e da acqua, del Cavafango, della Chiocciola ſenza fine, della Gru, e di altre molte, la deſcrizione delle quali ſi può vedere diffuſamente preſſo il Boeclero (1).

Nuovo principio di Statica ſecondo il Varignon. Cap. XI.

SEbbene col principio apportato ſi poſſono ſciogliere tutti i problemi intorno gli equilibrj in qualunque modo ſiano le trazioni, con tutto ciò parve al dottiſſimo Varignon eſſere coſa più ſpedita, e più facile il ridurre tutto alla dottrina delle forze compoſte: ſopra che dopo averne dato il progetto al pubblico lavorò la ſua eccellente Meccanica, che fu poi nel 1627. pubblicata; il che noi ora andremo eſponendo.

Aſſioma.

I momenti ſono come gli ſpazj da' corpi eguali in egual tempo precorſi.

Lem-

(1) *Teatro delle Macchine.*

Lemma I.

Il peſo A (1) eſſendo ſoſpeſo ad una corda EH in guiſa che la linea AH, che uniſce il ſuo centro di gravità A col punto fiſſo H, faccia qualunque angolo colla linea della direzione AK, queſto peſo diſcenderà da A verſo B, e dopo varie oſcillazioni ſtarà in quiete nel punto più baſſo B, e la linea AH coinciderà con BH.

Lemma II.

Il peſo MN (2) eſſendo ſoſtenuto dalle due corde PM, ed RN attaccate ai due punti fiſſi P, ed R, e convergenti in H, la ſua linea di direzione AK paſſerà per lo punto del contatto H.

La ragion è, che quella parte di forza, che agiſce contro il punto P, agirebbe anche contro il punto H, ſe la corda foſſe attaccata in H; e per la ſteſſa ragione la parte di forza, che agiſce in R agirebbe anche contra H. Dunque la forza totale del peſo MN agiſce tutta contro H. Ma la ſteſſa agiſce ancora contro K. Dunque HK è la linea della direzione.

Collo ſteſſo modo ſi conoſce nella Figura (3), che il peſo MN premerebbe tutto ſopra il punto H con tutta la ſua forza; ſicchè la linea della direzione AK dovrebbe anche in queſto caſo paſſare per lo punto del concorſo H.

Lemma III.

Se il centro di gravità del corpo A (4) è moſſo da due forze uniformi E, ed F, le quali ſono come le linee AC, ed AB, perfezionato il paralellogrammo, come in Figura, egli percorrerà la diagonale AD, come abbiamo dimoſtrato nelle dottrine del moto compoſto.

Lemma IV.

I tre lati di un triangolo (4) ſono come i ſeni degli angoli oppoſti.

De' Gravi ſoſpeſi colle corde, in qualunque numero ſieno, e con qualiſivoglia angoli.

Il grave A (2) ſoſtenuto colle corde PB, RQ dalle potenze P, ed R

K

(1) *Fig. 1. T. 5.* (2) *Fig. 2. T. 5.* (3) *Fig. 3. T. 5.* (4) *Fig. 4. T. 5.* (5) *Per la Trigon.* (6) *Fig. 5. T. 5.*

P, ed R in equilibrio è a ciascuna di esse come il seno dell'angolo PAR, che fanno le corde tra se, a ciascuno de' seni degli angoli RAK, PAK, che ciascuna corda fa colla linea della direzione AK reciprocamente.

Imperocchè le impressioni, che fanno le forze P, ed R sul punto A essendo le medesime, che se lo spignessero secondo le direzioni AP, AR, se si prendano AB, AQ come le forze traenti, seguita 1°. Che per il lemma terzo il punto A tenderà per la diagonale AD: 2°. Che questa diagonale coinciderà colla linea della direzione AK; altrimenti se queste due direzioni facessero qualche angolo tra se, ne risulterebbe una terza, per cui il grave si moverebbe, il ch'è contro la supposizione, perchè si suppone in equilibrio. 3°. La forza, con cui il grave è tirato per AD, si agguaglia alla forza, con cui tende per AK, cioè a dire si agguaglia a tutto il peso. AD dunque esprimerà tutto il peso, AB la forza P, AQ la forza R. Dunque il grave è alla forza P, come AD : AB; cioè per il lemma quarto come il seno dell'angolo DBA, ovvero PBD, ovvero PAR al seno dell'angolo BDA, ovvero RAD, ovvero RAK. Nello stesso modo si dimostrerà, che il grave è alla potenza R, come il seno dell'angolo PAR al seno dell'angolo PAK, ciò ch'era proposto.

Corollario.

Seguita, che le forze P, ed R sono tra se reciprocamente, come i seni degli angoli, che fanno le loro direzioni colla direzione del grave, e in conseguenza in ragione reciproca delle distanze delle loro direzioni da quella del grave, ch'è il principio comune della Meccanica.

Per le Carrucole, in qualsivoglia direzione sieno le forze traenti.

Sia il grave D (1) sospeso al centro della carrucola A, intorno cui passi la corda PMNR, di cui le due estremità sono tenute dalle due forze P, ed R, qualunque sia l'angolo MHN, che fanno tra se le parti MP, ed RN di questa corda prolungate fino che concorrono in H, il peso D sarà sempre a ciascuna delle forze P, ed R come il seno del detto angolo al seno della sua metà.

Imperocchè si può sempre riguardare questa carrucola, come un corpo, che tende verso D secondo la linea AD con una forza eguale al peso D; ma ch'è sostenuto dalle potenze P, ed R colle corde PM, ed RN tangenti della carrucola, e per conseguenza secondo le cose dette sarà la carrucola ovvero il peso D alle forze P, ed R,

(1) *Fig. 6. 7. 8. T. 3.*

P, ed R, come il seno dell'angolo MHN a' seni degli angoli NHA, MHA.

Ma perchè AH passa per lo centro della carrucola, ed MH, NH sono tangenti, gli angoli sopraddetti sono la metà dell'angolo MHN. Dunque il peso D a ciascuna delle forze P, ed R sarà come il seno di MHN al seno della sua metà.

Corollarj.

1. Seguita come nel primo caso, che le forze P, ed R sono tra se reciprocamente, come i seni degli angoli, che fanno le loro direzioni colla direzione del grave, ed in conseguenza in ragione reciproca delle distanze delle loro direzioni da quella del grave, ch'è il principio comune.

2. Se il grave (1) D è in equilibrio colla forza R per mezzo di molte carrucole, come in Figura, egli sarà alla forza R come il prodotto de' seni degli angoli H, K, L ecc. al prodotto de' seni delle loro metà. Imperocchè per le cose dette il grave D è alla forza della carrucola B, come il seno di H al seno della sua metà, la forza di B a quella di C come il seno di K al seno della sua metà, in fine la forza di C a quella di R come il seno di L al seno della sua metà, e così seguitando. Dunque moltiplicando per ordine i termini di questa proporzione, cioè gli antecedenti per gli antecedenti, e i conseguenti pe' conseguenti, si averà il grave D alla forza R nella ragione proposta.

Pe' gravi sostenuti in qualunque direzione sopra Piani in qualunque maniera inclinati.

In qualunque modo sia inclinata la superficie GH (2), e qualunque sia la direzione della forza R, il grave A è alla forza R, che lo equilibra, in ragione reciproca de' seni degli angoli, che fanno le loro linee di direzione con AD tirata perpendicolarmente dal punto A del loro concorso sulla superficie GH.

Imperocchè 1°. le impressioni particolari, che fanno sul punto A il peso del corpo, e la forza R, che lo trattiene sono come due forze, che obbligano il corpo a tendere per la diagonale AD del paralellogrammo ACDB da esse determinato. 2°. Tale diagonale AD dee essere perpendicolare alla superficie GH, altrimenti non resterebbe immobile il grave, come si suppone. 3°. La forza, con cui il corpo tende per AD, è alla forza R come AD : AB;

K ij cioè

(1) *Fig. 9. T. 5.* (2) *Fig. 1. T. 6.*

cioè come il seno dell'angolo DBA, ovvero BAC suo complemento al seno dell'angolo BDA, ovvero DAC. Per la stessa ragione essa è al peso totale, come AD : AC, cioè come il seno dell'angolo BAC al seno di BAD. E per conseguenza il peso totale sarà alla potenza R, come il seno dell'angolo BAD al seno dell'angolo BAC, ciò ch'era proposto.

Corollarj.

1. Il peso totale, la pressione sul piano, e la forza R sono come le linee BD, AD, AB, e perciò come i seni degli angoli, che loro si oppongono.

2. Se la direzione AB, con cui trae la forza R è paralella al piano inclinato, allora il triangolo ABD diventa simile al triangolo GHK; onde si ha questa proporzione AB : BD = HK : HG; cioè la forza R, o la gravità rispettiva alla gravità assoluta, come l'altezza del piano alla lunghezza, o come il seno dell'inclinazione del piano al seno totale.

3. Dunque se vi saranno due piani di eguale altezza, ma diversamente inclinati come (1) AC, AF, due gravi equilibrati B, ed E saranno come le lunghezze de' piani. Imperocchè supposta la gravità rispettiva x; si averà per le cose dette B : x = AC: AD; ed E : x = AF : AD. Dunque B : E = AC : AF.

4. E perchè B a x sta come seno totale al seno dell'angolo C; ed E sta come seno totale al seno dell'angolo F, seguita, che tali gravi saranno come i seni delle inclinazioni de' piani reciprocamente.

Per tutte le sorte di Vetti con qualunque possibile direzione.

Siano le forze (2) E, ed F applicate a' punti O, ed X del Vette MN, qualunque sia l'angolo OAX, che fanno tra se le linee della direzione di queste forze prolungate in A, queste forze faranno equilibrio sul punto fisso B di questo, per cui passa la diagonale AG del parallellogrammo RGSA, di cui le AS, ed AR sono come le forze traenti E, ed F.

Imperocchè si concepisca, che MAN sia la figura di questo vette, e sia il punto A tirato per AR dalla forza E, e nello stesso tempo per AS dalla forza F. Allora il punto A percorrerebbe la diagonale AG, e tale linea conterrebbe l'azione di amendue le forze. Se questa dunque cade sopra un punto fisso B, dovrà sostene-

(1) *Fig.* 8. *T.* 6. (2) *Fig.* 2. *e* 3. *T.* 6.

stenere egli solo l'impressione di queste sue forze sul vette. Se si toglie col pensiero la parte MAN in guisa che non resti più che il vette MN, è chiaro, che le forze E, ed F agiranno nello stesso modo di prima, e perciò tutta la loro azione caderà sul punto B.

Corollarj.

1. Le forze E, ed F sono in ragione reciproca delle linee BD, BP perpendicolari alle loro direzioni. Imperocchè E : F = GR: AR; cioè come il seno dell'angolo RAG, ovvero OAB al seno dell'angolo RGA, ovvero XAB. E perciò E : F = BP : BD.

2. Sono dunque in ragione reciproca delle distanze delle loro linee di direzione dal punto fisso, ch'è il comune principio della Meccanica.

Del centro di gravità. Cap. XII.

Proposizione I.

DAta la lunghezza del Vette (1) AB, e dati quantisivoglia pesi trovar il centro del loro equilibrio.

Sia il Vette AB = a, dalla cui estremità pendano primamente due pesi P, p, e sia AC = x. Il momento del peso P=Px. Il momento di p = ap — px. Ma per lo principio della Meccanica i momenti deggiono esser eguali.

Dunque Px = ap — px
dove si trova $x = \frac{ap}{P+p}$

Per aver dunque la distanza AC si moltiplichi il peso p per la lunghezza del vette, e si divida il prodotto per la somma de' pesi.

Siano in secondo luogo tre pesi (2) D, E, F, e sia da determinar il centro della loro gravità.

Si trovi prima il centro di gravità di E ed F; il quale sia P, e concepito in P il peso di E ed F, tra D e P si trovi nuovamente il centro di gravità C.

Sia in terzo luogo il vette (3) AR, e pendano da esso i pesi B, C, D, a diverse distanze dal punto fisso A, e sia da determinar il centro P

Siano le distanze AL, AO, AR a, b, c, & AP = x, saranno i momenti de' pesi Ba, Cb, Dc. E perchè tutto il peso dee raccoglier-

(1) *Fig.* 11, *T.* 6. (2) *Fig.* 12. *T.* 6. (3) *Fig.* 14. *T.* 6.

gliersi nel punto P, ſe tutto il peſo ſi dica P, ſarà il ſuo momento $= Px$

dunque $Px = Ba + Cb + Dc$

ed $x = \frac{Ba + Cb + Dc}{P}$

Per aver dunque la diſtanza cercata AP ſi divida la ſomma di tutti i momenti per la ſomma di tutti i peſi.

Propoſizione II.

Data qualunque figura geometrica (1) MAM determinar il ſuo centro di gravità C.

Se per mezzo di continue ordinate infinitamente proſſime come MM, mm ſi divida lo ſpazio di tal figura in tanti piccioli rettangoli, come MM mm potranno queſti conſiderarſi come tanti piccioli peſi poſti a diverſe diſtanze dall'aſſe RR. Moltiplicando dunque ciaſcun peſo per la ſua diſtanza, ſi avrà il ſuo momento, e dividendo la ſomma di tali momenti per la ſomma degli ſteſſi peſi avraſſi per la regola del terzo caſo il centro cercato.

Sia perciò l' Abſciſſa $AP = x$, $PM = y$, $Pp = dx$.

La diſtanza AC $= z$

il rettangolo MM mm $= 2ydx$

il ſuo momento $= 2xydx$

tutti i momenti $= 2Sxydx$

tutti i peſi $= 2Sydx$

Dunque $z = \frac{Sxydx}{Sydx}$

Poſto dunque il valore dell'ordinata y ſecondo l'equazione della curva, e ſoſtituito nel canone ſi avrà per mezzo del calcolo integrale la cercata z.

Così ſe ſia il triangolo (2) AMM di cui l'abſciſſa $AP = x$, l'ordinata $PM = y$. Poichè nel triangolo $y = \frac{bx}{a}$

ſarà $z = \frac{Sbxxdx}{a} : \frac{Sbxdx}{a}$

cioè $\frac{bx^3}{3a} : \frac{bxx}{2a} = \frac{2x}{3}$

cioè a dire due terzi dell'altezza AP.

Nella ſerie delle parabole poſta l'altezza 1, ſi troveranno le diſtanze eſpreſſe con queſta ſerie.

$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{7}{13}$ ecc.

Per

(1) *Fig.* 1. *T.* 6. 2.ª (2) *Fig.* 1. *T.* 6. 2.ª

Per un cono, e piramide $\frac{3}{4}$

Per una sfera $\frac{1}{2}$

Per un emisfero $\frac{3}{16}$

e così per ogni figura

Del Moto de' Gravi liberamente diſcendenti. Cap. XIII.

La diſceſa de' corpi gravi ſulla ſuperficie della terra ſi fa con tal Legge, che ſe nel primo tempo il grave percorſe uno ſpazio; nel ſecondo tempo ne percorre tre, nel terzo cinque, e così ſeguitando per la ſerie de' numeri impari. Il primo ad oſſervare tal legge fu il Galilei; il che fu poi confermato con ogni ſorta di eſperimenti dal P. Riccioli (1), dal P. Grimaldi (2), e dalle Accademie di Londra, e di Parigi. Come il Galileo fu il primo ad oſſervare tal legge, così fu il primo ancora a renderne la ragione, e a far vedere, che tale eſſer dee la legge di una forza continuamente applicata e coſtante.

Imperocchè ſe una forza in un tempo cagiona velocità 1, la ſteſſa forza ſuppoſta coſtante in un altro tempo eguale cagionerà parimenti velocità 1, e perciò ſaranno le velocità come i tempi. Potrà dunque la ragione de' tempi, e delle velocità rappreſentarſi per mezzo il triangolo ABC(3), in cui ſe le porzioni AB rappreſentano i tempi, le porzioni BC rappreſenteranno le velocità. E perchè, come abbiamo ſpiegato nella definizione della velocità, gli ſpazj percorſi ſono ſempre in ragione compoſta de' tempi, e delle velocità, gli ſpazj percorſi dal grave ſaranno eſpreſſi da' prodotti delle AB nelle corriſpondenti BC, cioè a dire ſaranno come i rettangoli ABBC; ovvero come i triangoli ABC, ovvero in ragione duplicata de' tempi AB. Dunque ſe in un tempo il grave percorrerà 1, in due tempi percorrerà 4, in tre tempi 9, in quattro 16, e in conſeguenza nel primo tempo percorrerà 1, nel ſecondo 3, nel terzo 5, nel quarto 7; e così ſeguitando com' era propoſto.

Corollarj.

1. I tempi adunque ſono come le radici quadrate degli ſpazj percorſi, e perchè le velocità ſono come i tempi, ſaranno ancora queſte come le radici degli ſteſſi ſpazj.

2. Se quella velocità, che in fine di un dato tempo è ſtata acquiſta-

(1) *Almag. P.* 1. (2) *Fiſ. P.* 2. (3) *Fig.* 4. *T.* 6.

ſtata dal grave, egli l'aveſſe avuta dal principio della ſua caduta, avrebbe nello ſteſſo tempo percorſo uno ſpazio duplo. Ciò ſi conoſce applicando la linea AD a cui è eguale BC, continuamente alla linea AB, per cui ſi vede generarſi il rettangolo ABCD duplo del triangolo ABC, il quale rappreſenta lo ſpazio percorſo dal grave colle velocità uniformemente creſcenti.

3. Se un grave ſia vibrato in alto colla velocità BC reſiſtendogli continuamente la gravità, ſi ritarda, e il ritardamento ſeguita la ſteſſa legge dell'accelerazione in contrario; onde in tal caſo gli ſpazj in egual tempo percorſi decreſcono per gli numeri impari. Se nel tempo AB la velocità per l'azione continua della gravità dal zero diventò BC diſcendendo; per la ſteſs'azione BC ſi ridurrà a zero aſcendendo, e come l'aree del triangolo corriſpondenti ai tempi preſe dal vertice alla baſe eſprimono gli ſpazj percorſi in diſcendere, le ſteſſe aree preſe dalla baſe al vertice eſprimeranno gli ſpazj percorſi in aſcendere. Suppoſto che un grave vibrato in alto debba percorrere in un dato tempo nove palmi aſcendendo, i quali per ogni tempo eguale replicherebbe ſe non foſſe una forza contraria, che diſtruggeſſe il ſuo moto, ſe nel primo tempo la gravità agiſce per un palmo, nel ſecondo per tre, nel terzo per cinque, e così ſeguitando per gli numeri impari, ſeguita, che tal grave in tal modo aſcendente al fin del primo tempo avrà perduto uno, al fin del ſecondo tre, al fin del terzo cinque, dopo di che la ſua velocità ſarà ridotta a zero; perchè tanta è ſtata l'azione della gravità in contrario, quanta era l'azione del grave contro la gravità.

4. Se la velocità BC comunicata nel principio dell'aſcendenza reſtaſſe ſempre coſtante, il grave percorrerebbe nel tempo AB uno ſpazio corriſpondente al rettangolo ABCD; e perchè tale rettangolo è doppio del triangolo ABC ſeguita, che ſe la gravità non ſi opponeſſe, e non diſtruggeſſe la forza del corpo aſcendente, egli percorrerebbe il doppio ſpazio di quello, che percorreva.

5. La ragione degli ſpazj percorſi alle velocità acquiſtate ſi può rappreſentare colla parabola. Se le parti dell'aſſe (1) AB ſi prendano per gli ſpazj dal grave percorſi, le normali BC rappreſenteranno le velocità corriſpondenti, eſſendo quelle per la natura della parabola come i quadrati di queſte.

6. E perciò dato il tempo, in cui un grave diſcende da una data altezza, ſi potranno conoſcere gli ſpazj, ch'egli percorre in qualunque tempo. La onde eſſendo, come oſſerva il P. Riccioli (2), percorſi da una sfera di creta ducenquaranta piedi in quattro ſecondi, conoſcendo, che gli ſpazj percorſi ſono come i quadrati

(1) *Fig.* 5. *T.* 6. (2) *Almag. Tomo I.*

drati de' tempi, ſi conoſcerà per le proporzioni qualunque ſpazio, che dee eſſere percorſo in qualunque dato tempo; e parimente per qualunque dato ſpazio ſi conoſcerà il tempo, che gli corriſponde.

Dato il tempo, in cui un grave percorre un dato ſpazio, determinare gli ſpazj, che in ciaſcuna parte egli percorre.
Probl. I.

Sia il tempo dato $= a$; lo ſpazio dato $= b$, e lo ſpazio percorſo nel tempo 1 ſia $= x$. Perchè gli ſpazj percorſi ſono come i quadrati de' tempi, ſi avrà queſta proporzione $aa : 1 = b : x$; dove ſi trova $x = \frac{b}{aa}$. E tale ſarà lo ſpazio percorſo nel primo tempo. E perchè gli ſpazj creſcono per la ſerie de' numeri impari, nel ſecondo tempo ſi percorrerà $\frac{3b}{aa}$, nel terzo $\frac{5b}{aa}$ ecc. La sfera dunque del P. Riccioli nel primo ſecondo avrà percorſo 15 piedi, nel ſecondo 45, nel terzo 75, nel quarto 105, che uniti inſieme ſono 240.

Dato il tempo, in cui un grave percorre un dato ſpazio, trovare il tempo, in cui percorrerà un altro ſpazio dato.
Probl. II.

Sia il tempo dato a, lo ſpazio percorſo b, lo ſpazio da percorrerſi c, e il tempo cercato x. Dunque ſi avrà $b : c = aa : xx$ dove ſi trova $x = \frac{\sqrt{aac}}{b}$.

Se ſi cerca dunque quanto ſpazio avrà percorſo la sfera del P. Riccioli in tre ſecondi, ſi troverà col metodo ſuddetto aver eſſa percorſo 135 piedi.

Datto lo ſpazio, che percorre un grave in un tempo dato, trovare lo ſpazio, che percorrerà in un altro dato tempo.
Probl. III.

Suppoſto lo ſpazio dato a, il tempo, in cui lo percorre b, lo ſpazio cercato x da percorrerſi in tempo c, ſi avrà queſta proporzione bb :

$bb : cc = a : x$; dove si trova $x = \frac{acc}{bb}$.

Così se si cerca quanto spazio ha percorso la sfera del P. Riccioli in due secondi, si troveranno 60 piedi.

Annotazione.

Che tale acceleramento non sia esatto una cagione è la resistenza dell'aria. Questa stessa fa, che se il grave cade da qualche notabile altezza dopo aver accelerato, finalmente cessa, e alla equabilità si riduce. Imperocchè la lunga resistenza dell'aria distrugge tutto ciò, che la gravità produce.

Un'altra cagione è la natura della gravità, la quale non è costante, come fu supposta, ma decresce come il quadrato della distanza dal centro.

Dalle quali cose si può intendere la ragione, per cui il P. de Chales (1) ritrovò qualche poco da tal legge mancanti le discese de' gravi.

Del moto de' Gravi discendenti per gli piani inclinati. Cap. XIV.

Proposizione I.

UN grave, che discende per un piano inclinato ha le medesime leggi a proporzione, che nel discender liberamente. Imperciocchè come un grave, che discende liberamente è sollecitato dalla forza assoluta; così nel discendere per un piano inclinato è sollecitato dalla rispettiva. Tali forze come abbiamo notato, sono sempre trà se in data ragione, e la prima alla seconda è come la lunghezza all'altezza del piano. Seguita dunque, che siccome la prima è una forza costante e continuamente applicata, così lo sarà ancor la seconda, e quelle leggi di moto, che si conservano nella prima, si conserveranno ancora a proporzione nella seconda.

Corollarj.

I. Dunque siccome nella prima i gradi di velocità acquistata sono come i tempi, così ancora nella seconda.

II. E come nella prima gli spazj percorsi sono come i quadrati de' tempi, così ancora nella seconda.

III.

(1) *Statica Mondo Matem.*

III. E nell'una, e nell'altra gli spazj saranno come i momenti impari.

IV. Ma come la forza rispettiva è sempre minore dell'assoluta; così gli spazj in egual tempo percorsi nella discesa inclinata saranno sempre minori degli spazj percorsi nella libera.

Proposizione II.

Lo spazio che percorre un grave discendendo per un piano inclinato è allo spazio, che egli percorrerebbe direttamente, come l'altezza alla lunghezza del piano.

Sia l'altezza (1) BD lo spazio che percorrerebbe il grave A discendendo direttamente, e sia BE lo spazio, che egli percorre per l'inclinata BC; dico che come lo spazio BD è allo spazio BE, così è la lunghezza del piano BC all'altezza BD. Imperocchè gli spazj nello stesso tempo percorsi sono come le forze acceleratrici, che gli producono. Ma la forza che produce BE alla forza, che produce BD, è come BD : BC. Dunque anco lo spazio BE allo spazio BD sarà come BD : BC.

Corollarj.

I. Dunque se dal punto D all'inclinata BC si tiri una normale DE, sarà BE lo spazio percorso dal grave A nell'inclinazione BC intanto ch'egli direttamente percorrerebbe BD. Imperocchè per la simiglianza de' triangoli, si ha BE : BD = BD : BC, cioè come l'altezza alla lunghezza del piano.

Per lo contrario se dal punto E si tira una perpendicolare, che tagli il cateto BD in D, sarà BD l'altezza percorsa nel tempo stesso in cui percorre BE.

III. E perchè nel semicircolo tutti gli angoli sono retti, se si tirano quante si voglia corde (2) CB, DB, EB, FB, il tempo, in cui ciascuna sarà percorsa, sarà sempre eguale al tempo, in cui si percorre AB, e perciò i tempi di ciascheduna saranno uguali tra se.

IV. E per la stessa ragione saranno eguali i tempi per qualsivoglia corde AC, AD, AE, AF.

V. Se vi siano due piani della medesima altezza ma diversamente inclinati, come (3) AC, AF, le normali BD, ED determineranno gli spazj AB, AE, in egual tempo percorsi. Ed essendo AB : AD come il seno dell'angolo BDA, ovvero C al rag-

(1) *Fig. 6. T. 6.* (2) *Fig. 7. T. 6.* (3) *Fig. 8. T. 6.*

raggio, ed AE:AD come il feno dell'angolo BDE, ovvero F al raggio, feguita che AB, ed AE faranno come i feni dell'inclinazioni de' piani.

Propofizione III.

Se per diverfi piani inclinati cadono diverfi gravi, le loro acquiftate celerità fono come gli fpazj nello fteffo tempo percorfi.

Imperocchè le linee (1) AB, AD, ed AE efprimono gli fpazj in egual tempo percorfi. Ma le celerità acquiftate per tali linee, fe fi rendano uniformi faranno percorrere nello fteffo tempo il doppio di tali linee. Dunque fono tra fe come il doppio di tali linee, ed in confeguenza come l'isteffe linee.

Propofizione IV.

Quando un grave per un piano inclinato (2) AC difcende, arrivato all'Orizzonte acquifta quella fteffa celerità, che acquifterebbe difcendendo liberamente per AB.

Imperocchè per l'antecedente la celerità acquiftata per AB, e quella acquiftata per AD è come AB : AD, ovvero come AC: AB. Ma la velocità acquiftata per AC a quella acquiftata per AD è per la propofizione prima come le radici di AC alla radice di AD, ovvero come AC : AB. Dunque la celerità per AC fi eguaglia alla celerità per AB.

Corollarj.

I. Cadendo dunque un grave per diverfi piani inclinati egualmente alti, al fine della caduta avrà acquiftata eguale celerità.

II. E cadendo per (3) AB avrà la fteffa velocità, che fe cadeffe per Am; ed in C quella che avrebbe cadendo per Bn, e finalmente in D quella che avrebbe per CO. Dunque cadendo pe' tre piani inclinati AB, BC, CD, avrà in fine la fteffa velocità, che cadendo per l'altezza AZ.

III. Dunque perchè le curve poffono confiderarfi come un aggregato d'infinite rette, per qualunque curva AR cadendo un grave, acquifterà in R quella velocità che avrebbe acquiftata difcendendo per l'altezza AZ. E perciò fe fiano quante fi voglia curve egualmente alte, infine di tutte la velocità acquiftata farà eguale.

Pro-

(1) *Fig. 8. T. 6.* (3) *Fig. 9. T. 6.* (3) *Fig. 10. T. 6.*

Propofizione V.

I tempi della difcefa per due piani egualmente alti (1) AC, AF fono come le lunghezze AC, AF.

Imperciocchè nello fteffo tempo, che il grave difcende per AC colla celerità crefcente, colla fteffa uniforme avrebbbe percorfo 2AC. Così nello fteffo tempo, che colla celerità crefcente percorre AF, colla fteffa uniforme avrebbe percorfo 2AF. Ma le celerità fono eguali per l'antecedente. Dunque i tempi faranno come gli fpazj percorfi, ovvero come le lunghezze AC, AF come era propofto.

Definizione.

Se due piani (2) AB, DE fanno gli fteffi angoli colle orizzontali AG. DH, i piani fono *fimilmente inclinati.*

Propofizione VI.

Se due gravi per due, o più piani fimili, e fimilmente inclinati AB, BC, e DE, EF difcendano, i tempi delle loro difcefe fono in ragion fudduplicata di AB + BC, e DE + EF.

Si prolunghino CB, FE, fino alle orizzontali in G, ed H, e per gli triangoli fimili fi avrà.

$$AB : DE = BG : EH$$
$$AB : DE = CG : FH$$

Il tempo per AB al tempo per DE è in ragion fudduplicata di AB : DE, la quale fi dica m : n

Dunque farà nella fteffa ragione anche il tempo per GB al tempo per HE, e nella fteffa il tempo per CG al tempo per FH. Dunque fottraendo fi avrà nella fteffa ragione il tempo per BC al tempo per FE, e finalmente fommando farà nella fteffa il tempo per AB + BC al tempo per DE + EF.

Corollario.

Perchè due curve fimili (3) AB, CD ponno confiderarfi come un aggregato d'infinite rette fimili, e fimilmente pofte, i tempi dunque della difcefa per tali curve faranno in ragion fudduplicata delle medefime.

Def-

(1) *Fig. 8. Tavol. 6.* (2) *Fig. 3. Tav. 6. 2.* (3) *Fig. 4. Tav. 6. 2.*

Definizione.

Se il circolo (1) BMD si arruoti sopra la retta AC, la curva ABC descritta dal punto B dicesi la Cicloide di Diocle.

Corollarj.

I. Seguita dalla genesi di questa curva, che la retta AC è sempre eguale alla circonferenza del circolo generatore, ed AD alla semicirconferenza, e qualunque sia la situazione l'arco Pd si eguaglia alla porzione Ad.

II. Se si tira qualsivoglia PM parallela alle AC si conoscerà, che PM è sempre eguale all'arco intercetto BM. Imperocchè si avrà Pd $=$ Ad per la generazion della curva. Perciò Pb $=$ Dd, ed NL $=$ Dd, PN $=$ ML. Dunque PN $+$ NM $=$ ML $+$ NM; ed in fine PM $=$ NL $=$ Dd $=$ Pb $=$ MB.

Dunque se l'arco BM si prenda per l'abscissa x, e PM per l'ordinata y; si avrà l'equazione alla Cicloide $x = y$.

Annotazione.

Una delle più celebri proprietà di questa curva è il suo *Isocronismo*, l'altra *la brevità del suo tempo*.

Se a qualunque punto di questa curva discenda un Grave, fu il primo a dimostrarlo l'Ugenio (2) che egli discende sempre nel medesimo tempo.

E di tutte le curve egualmente alte fu il primo Giovanni (3) Bernulli, che dimostrò farsi nella Cicloide la discesa nel minimo tempo.

Del getto de' gravi, dove si espongono i principj della Balistica. Capitolo XV.

Proposizione I.

UN grave vibrato con moto uniforme per linee orizzontali, o inclinate descrive la parabola Apolloniana. Imperocchè essendo secondo la direzione (4) AB mosso uniformemente, percorrerà in tempi eguali le rette eguali AO, OO ecc.

(1) *Fig. 6. T. 6. 2.* (2) *Orol. Oscil. Parte 4.* (3) *Atti di Lipsia 1696.*
(4) *Fig. 13. T. 6.*

Ma intanto per cagion della gravità descriverà gli spazj AP, AP, che saranno come i quadrati di AO. Dunque secondo le dottrine de' moti composti egli descriverà la curva Amm, in cui le abscisse AP saranno come i quadrati dell'ordinate PM, la quale è la parabola d'Apollonio.

Corollario.

Essendo il parametro della parabola terzo proporzionale geometrico all'abscissa AP ed ordinata PM; se l'una, e l'altra sia nota, sarà noto ancora il parametro.

Un grave secondo le osservazioni degli Accademici di Parigi percorre discendendo in un minuto secondo 15 piedi, e $\frac{1}{2}$: posto dunque che per la forza del getto percorra 20 piedi nel medesimo tempo, il parametro cercato sarà piedi 25, $\frac{25}{31}$

Definizioni.

I. La parabola (1) ADB, che il grave descrive, si dice il *suo Sentiero*.

II. La retta AB, ch'è sottesa all'arco parabolico ADB si dice *l'ampiezza della parabola*.

III. AC è la linea della direzione, ch'è sempre tangente alla parabola.

IV. L'angolo CAB fatto dall'ampiezza AB, e dalla linea della direzione AC si dice *l'angolo d'elevazione*.

V. Il punto D determinato da RD massima perpendicolare all'Orizzonte è *il punto della massima altezza*.

Proposizione II.

Data l'ampiezza della parabola, e l'arco d'elevazione determinar la parabola.

Sia ADB la parabola descritta dal grave, di cui l'ampiezza sia AB, e l'angolo d'elevazione BAC; e sarà BC il seno dell'elevazione, AB il coseno.

Il seno della elevazione sia b, il coseno c, il raggio r, il parametro cercato x.

(1) Fi...

E perchè BC è ad AB come il seno dell'elevazione al cosseno, si avrà

$$c : b = a : BC$$

Dunque BC, ovvero $AP = \frac{ab}{c}$. AB è ad AC come il cosseno al raggio.

Dunque $c : r = a : AC$

Perciò $AC = PB = \frac{ar}{c}$

Ma per la natura della parabola $PB^2 = xAP$ dunque $\frac{aarr}{cc} = \frac{abx}{c}$

onde si cava $\frac{arr}{bc} = x$

(1) *Canone Trigonometrico.*

Sia il seno d'un angolo dato $= b$, il cosseno $= c$ il raggio $= r$

il seno dell'angolo doppio $= \frac{2bc}{r}$

del triplo $= \frac{3bcc - b^3}{rr}$

del quadruplo $= \frac{4bc^3 - 4b^3c}{r^3}$

Poichè dunque $\frac{arr}{bc} = x$

proponenendo in proporzione si avrà $bc : rr = a : x$

ovvero $\frac{bc}{r} : r = a : x$

ovvero $\frac{2bc}{r} : r = a : \frac{x}{2}$

ma per Canone $\frac{2bc}{r}$ è il seno dell'angolo doppio.

Dunque si avrà come il seno dell'angolo doppio al raggio, così l'ampiezza al semiparametro cercato.

Corollarj.

I. Dunque se vi saranno due gravi gettati con eguali elevazioni, i parametri sono come le ampiezze.

II. Più che cresce il seno dell'angolo duplo, più crescerà l'ampiezza della parabola. E perchè il massimo seno è di 90. gradi, l'angolo di 45. darà la massima ampiezza.

III. E perchè due elevazioni egualmente distanti da 45 gradi hanno lo stesso seno, si avrà dunque la stessa ampiezza con due diverse elevazioni equidistanti da 45 gradi. Così l'angolo di 50, e quello di 40 daranno la stessa ampiezza, e quello di 70, e di 30.

IV. Mà perchè non possono darsi tre elevazioni, che abbiano lo stesso seno, perciò non sarà possibile una terza elevazione, che doni la stessa ampiezza.

Proposizione III.

Data l'ampiezza massima trovar la forza del getto.

Sia l'ampiezza massima 6000 piedi, (1) AP discesa del grave in un minuto secondo $15\frac{1}{2}$, AC forza del getto $= y$. Sarà il parametro per l'antecedente $= 12000$. Ma per natura della parabola il prodotto di AP nel parametro si eguaglia al quadrato di AC

Dunque $186000 = yy$

onde si cava $y = 431$ prossimamente.

Proposizione IV.

Data la forza del getto ritrovar l'elevazione per ferire il punto (2) S.

Essendo data la forza del getto sarà dato ancora il parametro.

Sia dunque egli $= p$

la distanza $AT = a$

l'altezza $TS = b$

Se nel triangolo AFT si prenda AT per raggio, sarà TF tangente dell'angolo cercato, la quale sia $= x$

Dunque $r : x = a : TF$

perciò $TF = \frac{ax}{r}$

ed $SF = \frac{ax}{r} - b$

Ma per natura della parabola $pSF^2 = AF^2 = AT^2 + FT^2$ dunque $apx - bp = \frac{aaxx}{rr} + aa$

La risoluzione della cui equazione darà due tempi, ed in consequenza due elevazioni per ferire lo scopo.

Che se il valore della tangente si fa immaginario, allora bisogna dedurre, che colla data celerità non si può ferire lo scopo.

Proposizione V.

Determinar la massima altezza RD, cui il progetto può ascendere. (1)

Sia l' ampiezza $AB = a$
la normale $BC = b$
$AR = x$, $RD = y$
E primieramente per gli elementi di Euclide $PB^2 = aa + bb$
E per gli triangoli simili $AB : BC = AR : RL$
cioè $a : b = x : \frac{bx}{a}$

Dunque $RL = \frac{bx}{a}$

Ma per la proprietà della parabola

$$PB^2 : MD^2 = AP : AM, \text{ o } LD$$

dunque $aa + bb : xx + \frac{bbxx}{aa} = b : \frac{bxx}{aa}$

perciò $LD = \frac{bxx}{aa}$

Dunque $RD = \frac{bx}{a} - \frac{bxx}{aa} = y$

Ma RD debbe esser massima. Si faccia dunque col metodo differenziale la sua differenza eguale a zero, e si avrà $\frac{bdx}{a} = \frac{2bxdx}{aa}$

e perciò $x = \frac{a}{2}$

Sarà dunque l'altezza massima alla metà dell'ampiezza; onde se in vece dell' x nell'equazione trovata si sostituisca $\frac{a}{2}$ si farà $y = \frac{b}{4}$

Corollarj.

I. Sia ora da determinare LD. E perchè per gli triangoli simili

$$AB : BC = AR : LR$$

siccome AR è la metà di AB, così LR sarà la metà di BC. Dunque $LR = \frac{b}{2}$. Ed essendo $RD = \frac{b}{4}$ sarà ancora $LD = \frac{b}{4}$.

(1) *Fig.* 5. *Tav.* 6. 2.ª

Perciò il punto massimo D sarà nella metà di RL.

II. Se se si fa $x = o$, nella suddetta equazione si trova $y = o$. E se si fa $x = a$, ritorna $y = o$; onde si conosce terminar la parabola al punto B.

III. Se si fa $x = \frac{a}{4}$, si trova $y = \frac{3b}{16}$; e lo stesso si trova se si prende $x = \frac{3a}{4}$. Il che essendo in tutti i punti equidistanti da RD, seguita che RD divide tale spazio parabolico in due parti simili ed eguali, e la curva che passa per un punto, passerà ancora per un altro egualmente dal mezzo distante.

Proposizione VI.

Data la celerità del getto, e l'ampiezza orizzontale, o inclinata, determinar l'angolo d'elevazione, che dee darsi al Mortaro.

Sia (1) AI l'ampiezza, AT l'orizzonte. S'innalzi AL perpendicolare all'orizzonte, e tanto alta, quant'è l' altezza, da cui dee discendere un grave per acquistar la celerità, che si suppone nel problema. Tirata allora LN parallela all'orizzonte, sia AN perpendicolare all'ampiezza, la quale divisa egualmemente in O col raggio AO si descriva il semicircolo AQN, che passerà ancora per L. Presa AR quarta parte dell'ampiezza AI, s'innalzi in R una perpendicolare indefinita, e i due punti B, b, dove tale linea interseca il circolo, daranno le due direzioni AB, Ab, amendue delle quali faranno passare il grave per lo punto I, com'era proposto.

Del moto de' pendoli Cap. XVI.

SE dal punto fisso (2) C penda per un filo il grave A, il quale vibrato in B percorra la curva BAD, tale grave dicesi *pendolo*, e tale moto dicesi la sua *oscillazione*.

Se il filo CA si muove liberamente intorno il punto C, la curva descritta è un arco di cerchio, come in figura.

Ma se nell'oscillazione il filo (3) è impedito da due curve, in mezzo delle quali egli oscilla, allora la curva BAD non è un arco di cerchio, ma cangia di spezie secondo che cangiano le curve che impediscono il moto al filo.

(1) *Fig.* 1. e 2. *Tavol.* 7. (2) *Fig.* 8. *Tavol.* 6. 2.ª (3) *Fig.* 9. *Tavol.* 6. 2.ª

Proposizione I.

Se due gravi (1) A, F oscillano per curve simili BA, GF i tempi delle loro oscillazioni sono in ragion sudduplicata delle curve descritte.

Imperciocchè si concepiscano tali curve come in aggregato d'infinitesime rette. E perchè sono supposte simili, saranno un aggregato di piani simili, similmente posti. Dunque per la proposizione terza de' piani inclinati, i tempi delle discese saranno in ragione sudduplicata di tali curve, com'era proposto.

Corollario.

Se tali curve saranno archi di cerchio, poichè si suppongono simili, saranno tra sè come i raggj AC, EF, cioè come le lunghezze de' pendoli. Dunque ne' pendoli, che oscillano per archi simili, i tempi delle discese saranno in ragione sudduplicate delle loro lunghezze . Perciò se la lunghezza CA sia quadrupla della lunghezza EF, l'oscillazione del pendolo A si farà in doppio tempo di quello che l'oscilzlaione di B.

Proposizione II.

Sia il pendolo (2) A, che oscilla tra due Circoli CB, CD simili, ed eguali, l'arco BAD è una Cicloide simile ed eguale.

Ciò fu il primo a scoprire l'Ugenio, di cui vedi la dimostrazione nell'Orologio Oscillatorio Part. 4. o nel Marchese dell'Ospital nella parte prima degl'infinitamente piccioli sessione quinta.

Corollarj.

I. Come dunque nella Cicloide tutte le discese d'un Grave, come abbiamo notato nelle dottrine de' piani inclinati, sono Isocrone, così saranno Isocrone ancora le Oscillazioni di tal pendolo.

II. E perchè come sta il diametro a tutta la circonferenza del circolo generatore; così è il tempo, che impiegherebbe il grave a discender per lo diametro; in tal ragione ancora sarà il tempo, che impiegherebbe il pendolo in discendere per l'altezza della Ci-

(1) *Fig. 10. Tav. 6. 2.* (2) *Fig. 11. Tav. 6. 2.*

Cicloide CF (ch'è la metà del filo) al tempo della sua oscillazione; cioè come 300 : 314 prossimamente.

III. Perciò se l'oscillazione d'un simil pendolo sarà più tarda in un luogo che in un altro, bisognerà concludere che più tarda ancora sarebbe la sua discesa dalla metà del filo, ed in conseguenza la sua gravità sarebbe in tal luogo minore.

IV. Per questo essendo le oscillazioni de'pendoli sotto l'Equatore più lente di quello che verso i poli, come osservò il Richer (1) nell'Isola di Cajania distante dall'Equatore cinque gradi, seguita ancora in tali luoghi esser minore la gravità, e perciò il grave esser più distante dal centro, cioè a dire, la Terra esser più allungata verso l'Equatore, che verso i Poli, secondo le dottrine del Sign. Nevvton.

V. Se il grave (2) A intorno il centro C descrive un picciolo arco di cerchio bb, egli combacerà la Cicloide, e perciò potrassi considerar come una porzione di Cicloide, e saranno anco in questo caso Isocrone per conseguenza le oscillazioni.

VI. E perchè quanto più lungo è il pendolo, tanto più il suo picciolo arco si adatta alla Cicloide, ne'pendoli più lunghi potrassi aver un più esatto isocronismo, che ne' più corti.

Proposizione III.

Siano due pendoli a Cicloide dico, che il numero delle oscillazioni del primo al numero delle oscillazioni del secondo in un tempo determinato è in ragion inversa de' tempi, in cui si fa l'oscillazione d'amendue.

Imperocchè si compisca l'oscillazione del primo in tempo 1, e quella del secondo in tempo $\frac{1}{m}$.

Saranno dunque i tempi come m : 1

In tempo dato a il numero delle prime oscillazioni sia a; e il numero delle seconde sarà ma.

Dunque numero a numero come a : ma; cioè come m : 1, come era proposto.

Proposizione IV.

Se due pendoli (3) CA, ca oscillino per le Cicloidi BAD, bad le altezze delle Cicloidi FA, fa sono in ragion duplicata dei tempi delle loro oscillazioni.

I tempi delle oscillazioni siano O, o

I

(1) *Atti di Lipsia 1695.* (2) *Fig. 12. T. 6. 2.* (3) *Fig. 13. T. 6. 2.*

I tempi della discesa per le altezze delle Cicloidi FA, fa siano T, t.

La ragion del diametro alla circonferenza del circolo sia m : n. E perchè come è il diametro alla circonferenza, così è il tempo della discesa per l'altezza FA al tempo dell'oscillazione BAD, si avrà

$$m : n = T : O$$

E per la stessa ragione $m : n = t : o$

Dunque come $T : t = O : o$

Ma perchè i tempi sono come le radici delle altezze, sarà

$$T : t = \sqrt{FA} : \sqrt{fa}$$

Perciò $O : o = \sqrt{FA} : \sqrt{fa}$

$$OO : oo = FA : fa.$$

Dunque i quadrati de' tempi delle oscillazioni saranno come le altezze FA, fa.

Corollario.

Se le lunghezze de' pendoli CA, ca sono il doppio delle altezze FA, fa, le lunghezze de' pendoli saranno in ragion duplicata de' tempi dell'oscillazioni; come osserva l'Ugenio che un pendolo, la cui oscillazione si fa in un secondo, ha di lunghezza 3 piedi, e 8 linee $\frac{1}{2}$. Cercasi qual debba esser la lunghezza di un pendolo, che in un secondo faccia due oscillazioni.

I tempi dunque delle oscillazioni saranno come 2 : 1

Dunque se la lunghezza cercata si dica x si avrà

$$4 : 1 :: \frac{99}{2} : x$$

e si avrà $x = 12 + \frac{3}{8}$

Definizioni.

I. *Pendolo semplice* dicesi quello, da cui pende un solo peso come (1) BA.

II. *Pendolo composto* quello, da cui pendono due, o più pesi, come (2) BCA.

Centro d'oscillazione chiama l'Ugenio quel punto, in cui se si raccoglie tutta la forza del pendolo composto le oscillazioni si fanno nello stesso tempo di prima. Onde segue esser lo stesso trovar il centro d'oscillazione d'un pendolo composto, che ritrovare un pendolo semplice, la cui oscillazione si faccia nello stesso tempo che quella del composto.

(1) *Fig.* 14. *T.* 6. 2.° (2) *Fig.* 15. *T.* 6. 2.°

Proposizione V.

Dati quanti si voglia pesi nel pendolo composto ritrovar il centro della loro oscillazione.

Lemma.

Se un Vette (1) AB è sostenuto da due forze agli estremi A, e B, e dal punto fisso C penda qualunque peso, ciascuna forza sostiene una parte del peso, e la parte sostenuta in A è alla parte sostenuta in B in ragion reciproca delle distanze, cioè come BC : AC secondo i principj della Meccanica.

Corollarj.

I. Dunque se la parte sostenuta dalla forza in A si dica a, e quella di B si dica b, si avrà $a : b = BC : AC$

e componendo $\overline{a+b} : b = AB : AC$

ed $\overline{a+b} : a = AB : BC$.

II. Dunque come il peso totale alla parte sostenuta da B, così il Vette alla distanza AC; e come il peso totale alla parte sostenuta in A, così il Vette a BC.

III. Se invece d'una forza in A si sostituisca un appoggio, egli sosterrà la stessa parte del peso, e l'altra parte sarà sostenuta dalla forza B nella suddetta ragione.

IV. Che se il punto C non è premuto da un peso ma tirato da un mobile M, che con qualunque velocità U tende a moverlo, allora in luogo del peso si sostituisca il momento MU, e le parti di tal momento si divideranno alle forze, o agli appoggj in A, e B nella sopraddetta ragione.

Sia ora il pendolo composto (2) AM, in cui pendano due pesi M, ed m diversamente dal punto A distanti, e si cerchi il loro centro d'oscillazione C.

Sia la distanza $mA = a$

la distanza $MA = b$

la distanza $CA = x$

Se tali corpi non fossero obbligati al pendolo, ma liberamente scendessero per la loro gravità, l'uno, e l'altro nello stesso tempo percorrerebbe con eguale spazio, ed acquisterebbe la stessa velocità. Se tali spazj si suppongono = 1; saranno ancor le celerità = 1, ed

(1) *Fig.* 19. *T.* 6 2.° (2) *Fig.* 17. *T.* 6. 2.°

ed i momenti M, m. Ma quando oscillano nel pendolo AM intanto che il peso M percorre l'arco MQ, il peso m percorre mq. Saranno dunque le loro velocità come tali archi, e si cangerà la ragion dei momenti.

Sia il momento del peso m nel pendolo $= y$

E perchè dividendo il momento per la massa si ha la celerità, sarà la celerità di m $= \frac{y}{m}$.

Ma la celerità di m alla celerità del centro d'oscillazione C è come l'arco mq all'arco CS, ovvero come la distanza Am alla distanza AC. Posta dunque la celerità del punto C $= 1$, si avrà $\frac{y}{m} : 1 = a : x$ ove si trova $x = \frac{am}{y}$.

Il momento del peso m, che per la sua gravità era m, è divenuto y. Dunque il momento perduto $= m - y$.

Ma tal momento si distribuisce parte al punto fisso A, e parte al peso M per il Lemma, e come MA : mA, così il momento totale alla parte che sta sopra M.

dunque $b : a = m - y : \frac{am - ay}{b}$

e tale sarà il momento acquistato da M

Il suo momento fuori del pendolo era M.

Dunque nel pendolo $= M + \frac{am - ay}{b} = \frac{Mb + am - ay}{b}$

Diviso tale momento per la massa, sarà dunque la celerità $= \frac{Mb + am - ay}{Mb}$

La celerità di m a quella di M, è come Am : AM.

Dunque $a : b = \frac{y}{m} : \frac{Mb + am - ay}{Mb}$

onde si cava $y = \frac{Mamb + aam}{Mbb + aam}$

sostituito il qual valore nell'equazione $x = \frac{ma}{y}$

si trova $x = \frac{aam + bbm}{am + bM}$

Collo stesso metodo se i pesi fossero tre a, b c, e le loro distanze dal punto fisso d, e f, si troverebbe la distanza

$$AC = \frac{add + bee + eff}{ad + be + ef}$$

e generalmente le distanze dal centro d'oscillazione dal punto fisso, ovvero la lunghezza del pendolo semplice equivalente si eguaglierà sempre alla somma de' prodotti di ciascun peso pel quadrato della sua distanza divisa per la somma di tutti i momenti.

Corollario.

Se i momenti ab, bc, ef si concepiscono come pesi P, Q, R, il canone diventa $\frac{Pd + Qe + Rf}{P + Q + R}$ ch'è lo stesso che quello del centro di gravità.

Siano per esempio tre pesi 4. 10. 20, le cui distanze siano 3. 8. 10, saranno i loro momenti 12. 80. 200. E di nuovo i momenti di tali momenti saranno 36. 640. 2000. Divisa dunque tale somma 2676 per la somma de' momenti 292. si avrà la distanza dal centro d'oscillazione $= 9 + \frac{12}{73}$

Proposizione VI.

Data qualunque figura geometrica ritrovar il centro della sua oscillazione.

Sia (1) ABC qualunque figura geometrica che sospesa dal punto A oscilla in modo, che qualsivoglia sua ordinata BC sia sempre parallela all'asse di oscillazione EF.

Se per mezzo delle sue ordinate infinitamente prossime si concepisca divisa in tanti piccioli spazj, come Bccb, potranno considerarsi tali spazj, come tanti piccioli pesi diversamente distanti dall'asse EF.

Sia R il centro di oscillazione, AP $= x$, BP $= y$, Pp $= dx$

il peso BCbc $= 3ydx$

il suo momento $= 2xydx$

Ma per le cose dette la distanza dal centro d'oscillazione dal punto fisso si eguaglia alla somma di tutti i momenti moltiplicati per le loro distanze, diviso il tutto per la somma degli stessi momenti. Dunque sarà AR $= \frac{2Sxxydx}{2Sxydx}$

Perciò se dalla equazione alla curva si prenda il valore dell'ordinata y, e si sostituisca nel Canone, si avrà per mezzo del calcolo integrale la distanza cercata AR del centro d'oscillazione. In tal

N mo-

(1) *Fig.* 18. *T.* 6. 2.

modo se la figura, che oscilla, è una linea, il centro d'oscillazione si trova $a\frac{2}{3}$

S'ella è un rettangolo $a\frac{2}{3}$

Una parabola Apolloniana $a\frac{5}{7}$

Una cubica $a\frac{7}{10}$

Una biquadratica $a\frac{10}{13}$

E così dell'altre.

Della forza Centrifuga, e centripeta. Cap. XVII.

DEFINIZIONI.

SE un mobile (1) A descrive intorno un punto C qual si voglia curva AD in guisa che nello stesso tempo, che dal punto A tende per la tangente in B, tenda ancora continuatamente verso il punto C ponno sempre distinguersi in esso due forme, l'una che tende sempre ad avvicinarlo al centro C, e l'altra che tende ad allontanarlo. E la prima dicesi Forza *Centrifuga*, la seconda *Centripeta*, ed amendue con nome comune si dicono le *Forze Centrali*.

II. Sia da un mobile (2) A descritto intorno il centro C il circolo ABDE. Se nel primo minimo tempo si concepisca ch'egli sia stimolato da due forze, l'una che per la tangente lo spinga in F, e l'altra, che verso il centro lo spinga in P, egli per le dottrine delle forze composte descriverà la Diagonale AG, la quale si confonde coll'arco. Dunque descrivendo egli tal arco, si potrà sempre risolvere le sue direzioni, l'una per la tangente, e l'altra al centro, una che lo allontana dal medesimo centro, e l'altra che lo avvicina.

III. Se si tira GF perpendicolare alla tangente AF, ella per la picciolezza dell'arco sarà lo spazio, per cui il mobile si allontana dal centro, e a tale spazio è sempre proporzionale la forza centrifuga. Ma allo spazio AP la centripeta; per lo che essendo GF=AP, sarà ancora nel circolo la forza Centripeta eguale alla Centrifuga.

Pro-

(1) *Fig.* 16. *T.* 6. 2.ᵃ (2) *Fig.* 20. *T.* 6. 2.ᵃ

Proposizione I.

Se un mobile descrive la circonferenza d'un circolo (1) ABDE la sua forza centrifuga è terza proporzionale al diametro AD, ed all'arco infinitesimo AG.

Imperciocchè essendo l'arco AG infinitesimo, si confonderà colla sua corda. Ma per gli Elementi di Euclide AP è terza proporzionale al diametro, ed alla corda AG. Dunque sarà ancora terza proporzionale al diametro, e all'arco.

Corollarj.

I. Dunque se l'arco AG $=dy$, e il diametro $=a$, e la forza centrifuga $=f$ si avrà $f=\frac{dy^2}{a}$

II. Se vi sia un altro circolo, di cui l'arco sia du, e il diametro A, e la forza centrifuga F, si avrà

$$F=\frac{du^2}{A}$$

Perciò $f:F=\frac{dy^2}{a}:\frac{du^2}{A}$

Dunque due forze centrifughe di due mobili che descrivono circoli differenti in egual tempo saranno in ragion diretta duplicata degli archi, ed inversa de' tempi.

III. E perchè gli archi in egual tempo descritti sono come le celerità, saranno dunque le forze in ragion duplicata diretta delle celerità, ed inversa de' diametri.

IV. Ma se le celerità sono eguali, allora gli archi in egual tempo descritti saranno eguali, onde saranno le forze come

$$\frac{1}{a}:\frac{1}{A}$$

cioè in ragion inversa de' diametri.

V. Che se i diametri saranno eguali allora le forze saranno come $dy^2:du^2$, cioè come i quadrati degli archi in egual tempo descritti, ovvero come i quadrati delle celerità.

VI. Se amendue descrivono il loro cerchio in egual tempo, allora gli archi sono come le circonferenze, ovvero i diametri. Dunque le forze saranno come $\frac{aa}{a}:\frac{AA}{A}=a:A$ cioè come i diametri.

 VII.

(1) *Fig.* 20. *T.* 6. 2.ᵃ

VII. Se le due forze siano eguali allora $\frac{dy^2}{a} = \frac{du^2}{A}$. Perciò $A : a = du^2 : dy^2$; cioè i quadrati degli archi in egual tempo descritti, ovvero i quadrati delle celerità come i diametri.

VIII. Se le celerità sono reciprocamente come i diametri, saranno tali ancora gli archi in egual tempo descritti. Dunque in vece degli archi si potranno sostituire reciprocamente i diametri, e le forze saranno come $\frac{AA}{a} : \frac{aa}{A}$, ovvero come $A^3 : a^3$, cioè come i cubi inversi de' diametri.

Proposizione II.

Se due mobili descrivono cerchi ineguali con forze eguali, i tempi sono in ragione sudduplicata de' diametri.

Siano i diametri (1) A, a, le circonferenze C, c, i tempi T, t, le velocità U, u

Sarà per lo corollario settimo $UU : uu = A : a$

Dunque $U : u = \sqrt{A} : \sqrt{a}$

Ma come sono le circonferenze, così sono i diametri;

Dunque $C : c = A : a$

Dividendo dunque proporzionali per proporzionali si avrà

$$\frac{C}{U} : \frac{c}{u} = \frac{A}{\sqrt{A}} : \frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{A} : \sqrt{a}$$

Ma gli spazj divisi per le velocità sono i tempi;

Dunque $T : t = \sqrt{A} : \sqrt{a}$

ciò che era proposto.

Corollarj.

I. Dunque $TT : tt = A : a$

II. E poichè dalle precedenti abbiamo $UU : uu = Aa : a$;

Dunque le velocità saranno come i tempi.

E perchè gli archi in egual tempo descritti sono come le celerità, il Canone generale diventa $F : f : : \frac{UU}{A} : \frac{uu}{a}$

E le velocità essendo come le circonferenze, o come i diametri divisi pe' tempi, si avrà

$$F : f = \frac{AA}{ATT} : \frac{aa}{att}$$

Dunque le forze saranno in ragion composta diretta de' diametri, ed inversa duplicata de' tempi.

Se

(1) *Fig. 6. T. 1.*

Se i tempi sono come i diametri, allora $F : f = \frac{1}{T} : \frac{1}{4}$

Perciò le forze saranno in ragion inversa de' tempi.

Proposizione III.

Se un mobile descrive un cerchio (1) ABCD con quella celerità che avrebbe acquistata cadendo dall'altezza RA, la sua forza centrifuga sarà alla forza della gravità, come due altezze al raggio.

Sia il diametro del cerchio $AC = a$, l'altezza $AR = b$, l'arco $AF = dy$.

E perchè per le dottrine de' gravi nel tempo stesso, che il mobile accelerando ha percorso AR colla velocità acquistata in A percorrerebbe uniformente 2RA; il tempo dunque impiegato a percorrere l'arco AF, a quello impiegato a discendere per RA, sarà come l'arco AF alla doppia altezza 2RA, cioè come $dy = 2b$.

Ma nella discesa de' gravi gli spazj sono come i quadrati de' tempi. Dunque se si cerca lo spazio percorso in discendere nello stesso tempo, ch'egli percorre l'arco AF, e si dica x

sarà $4bb : dy^2 = b : x$

e si avrà $x = \frac{dy^2}{4b}$

Le forze sono come gli spazj in egual tempo percorsi. Dunque la forza della gravità sarà alla forza centrifuga, come lo spazio percorso da quella allo spazio in egual tempo percorso da questa.

Lo spazio percorso per la gravità $= \frac{dy^2}{4b}$

Quello percorso per la forza centrifuga $= \frac{dy^2}{a}$

Dunque la gravità alla forza centrifuga è come $\frac{dy^2}{4b} : \frac{dy^2}{a}$, cioè coma a 4b, e perciò come il diametro a quattro altezze, ovvero il raggio a due, siccome era proposto.

Corollarj.

I. Dunque se un mobile percorre un cerchio con quella celerità ch'egli avrebbe acquistato cadendo dalla metà del raggio, il momento della forza centrifuga sarebbe eguale al momento della sua gravità.

Così

(3) *Fig. 7. T. 1.*

Così se il diametro è 100, e la celerità del mobile 5 cui risponde l'altezza 25, allora la forza centrifuga sarà eguale alla gravità, cioè a dire egli nulla più sforzerà il filo, che lo ritiene di quello che se liberamente dal filo pendesse.

II. Il tempo impiegato a descrivere tutto il cerchio al tempo impiegato a discendere per l'altezza b è come la circonferenza a 2b. E perchè quando la forza centrifuga si eguaglia alla gravità 2b si eguaglia al raggio, saranno allora i tempi tra se come la circonferenza al raggio, ovvero come 314 : 50.

Della comunicazione del Moto, dove si stabiliscono i Principj della Dinamica Cap. XVIII.

UNA delle più importanti cognizioni nella Filosofia naturale è quella della comunicazione de' moti. Come l'Universo è tutto pieno di moto, così nessuna cosa ci è più familiare quanto il veder corpi mossi da altri corpi. Ma come quello, ch'è in quiete si pone in moto da un corpo, ch'è in moto, così quello ch'è in moto o si riduce alla quiete da quello, ch'è in quiete, o si riduce ad un più lento moto. Le leggi colle quali ciò si fa, lungo tempo giacquero ignote, nè ci è restata memoria alcuna degli antichi che ce le manifestasse, se pure ve ne fu alcuno, che le abbia conosciute.

Il primo a cercarle fu il Cartesio, ma non a ritrovarle. Il primo che diede le vere leggi de' corpi duri fu Giovanni VVallis Professor Saviliano, e le registrò nelle transazioni Inglesi, dove ancora spiegò la vera causa della riflessione de' corpi. Non molto dopo Cristoforo VVrenio, e Cristiano Ugenio presentarono separatamente le leggi del moto de' corpi perfettamente elastici all'Accademia di Londra determinate nella stessa maniera, sebbene uno non sapeva dell'altro. Dopo di che il Nevvton, il Mariotte, il Carrè, ed altri acutissimi Filosofi le stesse leggi in diversa maniera esposero, e con una quantità grande di esperimenti le confermarono.

Noi l'esporremo in una delle maniere, che crediamo più facili; e come in natura possiamo distinguere due sorte di corpi; altri che compressi, ed ammaccati conservano le loro ammaccature, e chiamansi *molli*; altri che dopo la compressione al loro stato primiero ritornano, e chiamansi elastici, così le leggi per amendue tali corpi stabiliremo. E perchè l'urto si può fare in due forme o *direttamente*, o *indirettamente*, così per l'uno e per l'altro caso saranno da noi esposte.

Urto diretto si dice quello, che si fa, quando il centro della percossa del corpo, che urta si muove per una linea perpendicolare alla superficie del corpo urtato.

Urto obliquo, quando la linea del centro della percossa è obliqua alla superficie del corpo urtato.

Centro della percossa è il punto, in cui sta la massima forza dell'urto. Tale centro è lo stesso, che quello della gravità, quando i corpi si muovono liberamente ed è lo stesso che quello della oscillazione, quando si muovono come i pendoli.

Leggi della comunicazione del moto nell'urto diretto de' Corpi perfettamente molli.

Corpo perfettamente molle si dice quello, che quando è stato compresso, ed ammaccato resta esattamente nella sua ammaccatura senza alcuna energia, o efficacia di restituirsi; come prossimamente è l'argilla, e il sevo.

La *quantità del moto* è il prodotto della massa, che si muove, nella velocità, con cui si muove; laonde se la massa si dice M, e la velocità V, si esprimerà per MV, come abbiamo notato nella Definizione 12 del Cap. 1. E perciò se la quanità del moto è data, in quella guisa che dividendola per la velocità V, si avrà per quoto la massa M; così dividendola per la massa M si avrà la velocità V.

Per determinar le leggi de' moti ne' corpi molli avanti di ogni ragionamento metafisico, e colla sola sperienza io mi metto a considerare come vanno i loro moti ne' casi più semplici. Dove osservo in tre maniere e non più, potersi fare un urto di due corpi. La prima, quando amendue i corpi si vengono incontro, e si percuotono l'uno coll'altro; la seconda quando l'uno sta in quiete, e l'altro lo viene a percuotere; la terza quando amendue si muovono dalla medesima parte, e il più veloce sovragiugne, e percuote il più lento.

Sperienza prima pel primo caso.

Se due sfere (1) di argilla molle M, ed m amendue di massa 1; colle velocità MP, mp eguali ad 1 si vengono incontro nel punto P, dopo l'urto restano senza moto in P.

Spe-

(1) *Fig. 3. T. 7.*

Sperienza seconda.

Se una sfera (1) di argilla molle M di massa 2 si muove colla velocità MP eguale a 1; e gli viene incontro la sfera m di grandezza 1 colla velocità 2 dopo l'urto fatto in P restano amendue senza moto.

Sperienza terza.

Se una sfera di argilla molle M (2) di massa 1 si muove colla velocità MP eguale a 2, e gli viene incontro la sfera m di grandezza 1 colla velocità mP eguale a 1; dopo l'urto fatto in P la più veloce trasporta la più lenta, e vanno amendue colla velocità PQ egual a $\frac{1}{2}$

Sperienza pel secondo.

Se una sfera di argilla (3) molle M di massa 1 si muove colla velocità MP eguale a 1, contro una sfera di grandezza 1, e posta in quiete in P, dopo l'urto amendue unite si muovono verso Q colla velocità PQ eguale a $\frac{1}{2}$

Sperienza pel terzo.

Se una sfera di Argilla (4) molle M di massa 1 si muove colla velocità MP eguale a 2, ed un' altra sfera molle m ad essa eguale si muove dalla medesima parte colla velocita mP eguale a 1; dopo l'urto fatto in P, si muovono amendue unite verso Q colla velocità eguale a $\frac{3}{2}$

Dalle tre sperienze del primo caso io conosco, che le quantità di moto eguali e contrarie si elidono, e si distruggono. E dalle sperienze del secondo e terzo caso io trovo, che non si distrugge alcuna parte di moto; ma quanto moto vi era avanti l'urto, tanto ve n'è dopo l'urto.

Imperocchè se si prendono i moti della prima e seconda sfera nelle due prime sperienze del primo caso, si trovano in questa e in quella esser 1, ma dopo l'urto sono zero, essendosi l'uno coll' altro distrutti; perchè contrarj. Nella terza sperienza il moto della

(1) *Fig.4.T.7.* (2) *Fig.5.T.7.* (3) *Fig.6.T.7.* (4) *Fig.7.T.7.*

la prima sfera è 2, il moto della seconda è 1; e in conseguenza il moto totale è 3. Dopo l'urto il moto totale è 1; distruggendosi le quantità eguali contrarie; e restando solo l'eccesso con cui il moto maggiore supera il minore.

Ma nella sperienza del secondo caso io trovo essere il moto totale avanti l'urto 1; e dopo l'urto parimenti 1; e perciò niente esservi di distrutto; perchè niente vi è di contrario. Così parimenti nella sperienza del terzo caso la quantità del moto avanti l'urto è 3; e dopo l'urto parimenti 3.

Tali leggi della Natura osservate in tali sperienze servono di regola a costruire i canoni generali della comunicazione del moto pe' corpi molli.

Problema Primo.

Dati due Corpi perfettamente molli, che si vengono ad urtare l'uno contro l'altro direttamente, e data la loro celerità avanti l'urto, determinar la loro celerità dopo l'urto.

Sia un corpo, che urta M, e la velocità con cui urta V; e sia l'altro m, e la sua velocità v. Sarà la quantità del moto nel primo MV, e nel secondo mv. Nel punto dell'urto i due corpi ch'erano separati diventando uniti formeranno un corpo solo, in cui distruggendosi una parte del moto dal moto contrario, e non restando altro che la differenza de' moti, sarà il moto totale $MV-mv$. Dividendo tal moto per la massa totale $M+m$ si avrà la celerità ricercata dopo l'urto ad amendue i corpi comune, che sarà $\frac{MV+mv}{M+m}$.

Problema Secondo.

Dati due Corpi perfettamente molli, l'uno de' quali urta direttamente nell' altro posto in quiete, determinar la loro celerità dopo l'urto.

Sia il corpo, che urta M, e la sua velocità V; e sia l'urtato m, e la sua velocità zero. La quantità del moto nel primo sarà MV; e nel secondo zero. Nel punto dell'urto i due corpi, ch'erano separati diventando uniti formeranno un corpo solo, in cui, non essendovi moti contrarj, che si distruggano, resterà la stessa quantità di moto di prima, che sarà MV, la quale divisa per

per la massa totale $M+m$ darà la celerità ricercata comune ad amendue i corpi dopo l'urto, che sarà $\frac{MV}{M+m}$.

Problema Terzo.

Dati due corpi perfettamente molli, l'uno de' quali urta direttamente nell'altro, che si muove verso la medesima parte, determinar la loro celerità dopo l'urto.

Sia il corpo, che urta M, e la sua velocità V, e sia l'urtato m, e la sua velocità v. La quantità del moto nel primo sarà MV, e nel secondo mv. Nel punto dell'urto i due corpi, ch'erano separati diventando uniti, formeranno un corpo solo, in cui, non essendovi moti contrarj, che si distruggano, resterà la stessa quantità di moto di prima, che sarà $MV+mv$ la quale divisa per la massa totale $M+m$ darà la celerità ricercata comune ad amendue i corpi dopo l'urto, che sarà $\frac{MV+mv}{M+m}$.

Annotazione.

L'ultimo canone può servire per tutti e tre i casi osservando di far negativo mv, quando le direzioni sono contrarie, e zero quando il corpo urtato è in quiete; ed in tal maniera secondo tutte le circostanze possibili saranno determinate le celerità dopo l'urto de' corpi molli.

Esempio per lo primo caso.

Sia la sfera (1) M 2, e la velocità V 2; e gli venga incontro la sfera m 1 colla velocità v 2. Dopo l'urto fatto in P la loro celerità comune si troverà $\frac{4-2}{3}=\frac{2}{3}$; e con tale celerità moveranno insieme verso Q.

Se dal canone nasce un numero negativo, seguita, che il corpo che urta è risospinto, e trasportato indietro dalla forza maggiore del corpo urtato.

Esem-

(1) *Fig.* 8. *Tavol.* 7.

Esempio per lo secondo caso.

Sia la sfera (1) M 2, e la velocità V 2; e la sfera urtata m 1, e la velocità v zero. Dopo l'urto fatto in P andranno insieme in Q colla velocità $\frac{4}{3}$

Esempio per lo terzo caso.

Sia la sfera (2) M 2 e la velocità V 2; e la sfera urtata m 1, e la velocità v 1. Dopo l'urto fatto in P andranno insieme in Q colla velocità $\frac{4+1}{3}=\frac{5}{3}$.

Annotazione.

Quando due corpi molli si muovono l'uno contro l'altro con moti eguali, è necessario, che si fermino, Perchè se non si fermano, o è necessario che prevalga una delle due direzioni, e secondo quella si muova no, o che ritornino amendue indietro. Non il primo, perchè l'eguale vincerebbe l'eguale. Non il secondo, perchè un corpo non può muoversi per una direzione nuova, se non vi è una nuova causa, che lo determini.

„ Il est clair (dice il Sig. Fontanelle (3)) par la seule Meta„ physique, & independemment de l'experience, que deux forces „ egales etant opposèes, elles empechent absolument l'action l'une „ de l'autre, & se detruisent mutuellement autant qu' elles sont „ forces agissantes, qu' elles ne se detruisent nullement si elles ne „ sont nullement opposèes, & que si deux forces sont inegales, „ & opposèes, il ne reste de leur combat, que l'excès de la plus „ grande sur la plus petite. E' chiaro per la sola Metafisica, e „ senza dipendere dalla sperienza, che due forze eguali essendo „ opposte s'impediscono assolutamente l'azione l'una dell'altra, „ e si distruggono scambievolmente inquanto ch'elle sono forze „ agenti, ch'elle non si distruggono in alcun modo se non sono „ in alcun modo opposte, e che se due forze sono ineguali, ed „ opposte, non resta del loro contrasto che l'eccesso della più grande sulla più piccola.

Tale comunicazione di moto non si fa tutta in un tempo; perchè, come osserva ancora il Leibnizio, la Natura non opera

O ij per

(1) *Fig.* 9. *T.* 7. (2) *Fig.* 10. *T.* 7. (3) *Mem. dell' Accad.* 1720.

per falto, ed afcende alle quantità finite fempre per le fue infinitefime. Nel primo minimo tempo, che un corpo urta un altro gli comunica un grado del fuo moto, e gli dà una velocità conveniente alla fua azione, ed alla refiftenza di quello ch'è percoffo. E perchè intanto egli perde moto, ed il corpo percoffo ne acquifta, nel fecondo tempo gli comunica un altro grado minore del primo, nel terzo un'altro grado ancora minore, e così feguitando per gradi continuamente decrefcenti; finochè con tanta velocità gli fugga davanti il corpo percoffo con quanta egli lo fegue, nel qual tempo l'ultimo grado di comunicazione diventa zero.

Corollario.

Se la celerità del corpo urtato *m* acquiftata dopo l'urto fi moltiplica per la fua maffa *m* fi avrà la fua quantità di moto dopo l'urto, che farà $\frac{MVm+mmv}{M+m}$ Sottraendo da quefta il moto, che egli aveva avanti l'urto, fi avrà la quantità del moto comunicato, che farà $\frac{MVm+mmv}{M+m} - mv = \frac{MVm-Mmv}{M+m}$. Il qual canone ferve per tutt'i cafi cangiando fegno al termine Mmv allorachè le direzioni fono contrarie, e cancellando lo fteffo termine, quando il corpo percoffo era in quiete avanti della percoffa.

Leggi della comunicazione del moto nell'urto diretto de' Corpi perfettamente elaftici.

Corpo perfettamente elaftico fi dice quello, che dopo di effere ftato compreffo nella percoffa fi reftituifce efattamente alla fua primitiva figura. Tal è proffimamente una sfera di criftallo, di avorio, e di acciajo.

Date le leggi de' molli, non è difficile il conofcere quelle degli elaftici. Per determinarle io confidero, che un corpo elaftico intanto agifce, in quanto patifce, e la mifura della fua azione è la fua paffione. Un arco per efempio intanto vibra la faetta, in quanto è ftato piegato, e la mifura della fua vibrazione dipende dalla fua compreffione. La compreffione, che patifce un corpo elaftico non avendo altra caufa, che la quantità del moto, che in effo s'imprime, ed effendo gli effetti fempre proporzionali alle loro caufe, feguita che la quantità del moto comunicata farà la mifura della compreffione del corpo elaftico, e in confeguenza della fua azione. Quando una sfera di avorio percuote direttamente un' altra sfera di avorio, con quella quantità di moto, che le comunica, con quella la comprime; e perchè l' azion è uguale alla reazione, per quefto colla fteffa mifura refta compreffa. Se i corpi foffero molli, le celerità dopo l'urto andrebbono conforme i canoni de' molli. Ma perchè fono elaftici fi reftituifcono alla loro primitiva figura con quella forza, con cui fono ftati compreffi; onde nafce una nuova azione, dalla quale nafcono le leggi differenti.

Problema univerfale.

Dati due corpi perfettamente elaftici, e date le loro celerità avanti l'urto, determinar per qualunque cafo le loro celerità dopo l'urto.

Sia il corpo, che urta *M*, e la fua velocità *V*, il corpo urtato *m*, e la fua velocità *v*. Se foffero molli la quantità del moto comunicata dal primo al fecondo farebbe $\frac{MVm-Mmv}{M+m}$. E perchè con quefta fteffa mifura faffi la compreffione di amendue nella percoffa; fi reftituirà dunque l'elaterio del primo con quefta fteffa mifura, ed in confeguenza comunicherà altrettanto moto al fecondo, e perciò il moto che riceve il corpo fecondo farà $\frac{2MVm-2Mmv}{M+m}$. Ma prima dell'urto aveva egli la quantità di moto mv. Dunque il fuo moto totale farà dopo l'urto $\frac{2MVm-2Mmv}{M+m} + mv = \frac{2MVm-Mmv+mmv}{M+m}$. Dividendo tal moto per la maffa *m* fi avrà la celerità ricercata del corpo percoffo *m* dopo l'urto $= \frac{2MV-Mv+mv}{M+m}$.

Per conofcere poi la celerità del corpo *M* io confidero, che la quantità del fuo moto perduto per l'urto è $\frac{MVm-Mmv}{M+m}$. Ed altrettanta ne diftrugge l' elaterio del corpo *m*. Dunque il fuo moto per-

perduto è $\frac{2MVm-2Mmv}{M+m}$. Il suo moto prima dell'urto era MV. Dunque il moto, che dopo l'urto gli resta, è

$$MV-\frac{2MVm+2Mmv}{M+m}=\frac{MMV+2Mmv-MVm}{M+m}.$$

Dividendo tal moto per la massa M si avrà la sua celerità dopo l'urto

$$=\frac{MV+2mv-mV}{M+m}.$$

Tali canoni servono per tutti e tre i casi cangiando segno ai termini, dove si contiene la lettera v, quando i corpi s'incontrano, e cancellando gli stessi termini, quando il corpo percosso stava in quiete.

Esempio per lo primo caso.

Sia la sfera (1) M 2, e la sua velocità 1; e le venga incontro la sfera, m 1 colla velocità 2. Dopo l'urto fatto in P la celerità della sfera M si troverà per lo canone essere -1, la quale essendo negativa, mentre prima era positiva, significa, che la sfera M ritornerà indietro colla velocità 1 in Q. La velocità della sfera m si trova per lo canone essere 2, la quale essendo positiva, mentre prima era negativa, significa, che la sfera m ritornerà indietro colla velocità a in R.

Esempio per lo secondo caso.

Sia la sfera (2) M 2, e la sua velocità 1; la sfera m 1, e la sua velocità zero. Dopo l'urto fatto in P, la celerità della prima sarà $\frac{1}{3}$; e della seconda $\frac{4}{3}$. E perciò intanto che la prima andrà in Q, la seconda andrà in R.

Esempio per lo terzo caso.

Sia la sfera (3) M 1, e la sua velocità 6, la sfera m 8, e la sua velocità 1. Dopo l'urto fatto in P la celerità della prima sarà $-\frac{26}{9}$, colla quale ritornerà indietro in Q, e la celerità dell'altra sarà $\frac{19}{9}$, colla quale avanzerà in R.

Le

(1) *Fig.* 11. *T.* 7. (2) *Fig.* 12. *T.* 7. (3) *Fig.* 13. *T.* 7.

Le quali cose sono tutte conformi alla sperienza con quei difetti però, che dipendono dalla imperfezione degli elaterj, che non sono mai perfetti ne' corpi, che adoperiamo per fare gli sperimenti.

Corollarj.

1. Se una sfera (1) elastica M percuote un'altra sfera elastica m di massa eguale, e posta in quiete in P, la prima dopo l'urto resta senza moto in P, e la seconda si muove colla celerità della prima in Q. Dalle quali cose segue, che se una sfera (2) M percuote un'altra m, cui sta congiunta una terza n supposte tutte eguali, M comunicherà tutto il suo moto a m; ed m a n; e perciò non si moverà, che n, andando in Q colla celerità di M Per questa stessa ragione se due (3) percuotono in tre, le due ultime delle tre si muovono come un corpo solo; e se tre percuotono in quattro, si muovono le tre ultime, ed il numero delle mosse è sempre eguale al numero delle moventi.

2. Se due sfere elastiche eguali s'incontrano direttamente con celerità eguali, ritorneranno amendue indietro colle stesse celerità.

3. Se due sfere elastiche eguali con ineguali celerità si vengono incontro, dopo l'urto ritorneranno colle celerità cambiate.

4. Se una sfera elastica più veloce sovragiugne un' altra sfera elastica eguale meno veloce, dopo l'urto avanzeranno amendue colle celerità cambiate.

5. Se s'incontrano due sfere, le cui masse sono in ragione reciproca delle celerità, dopo l'urto ritorneranno indietro colle medesime celerità.

6. Se una sfera finita M urta in una sfera infinita m posta in quiete, il canone $\frac{MV+2mv-mV}{M+m}$ diventa $-V$. Imperocchè nel numeratote svanisce prima il termine $2mv$; perchè v si suppone zero; indi il termine MV per riguardo a $-mV$, ch'è infinito; e nel denominatore svanisce M per riguardo a m ed in conseguenza diventa $-\frac{mV}{m}=-V$. Onde si deduce ritornar indietro la sfera M dopo l'urto con tutta la sua velocità.

Una superficie insuperabile elastica può considerarsi come una massa infinita, e perciò si può facilmente conoscere, che una sfera perfet-

(1) *Fig.* 14. *T.* 7. (2) *Fig.* 15. *T.* 7. (3) *Fig* 16. *T.* 7.

fettament'elastica, che urta in essa, dovrà ritornare indietro colla sua intiera celerità; e come tal ritorno non si farebbe se i corpi fossero molli, seguita, che la cagione di tali ritorni non altra sia che l'elaterio, come osservò il dottissimo VVallis.

7. Quando il corpo m era in quiete, la sua velocità dopo l'urto diventa $\frac{2MV}{M+m}$; e come tal valore è minor di $2V$, seguita che la velocità dal corpo urtato acquistata è sempre minore del doppio di quella, che aveva il corpo urtante. Più che s'impiccolisce il corpo m; la sua velocità acquistata più si avvicina a $2V$, in guisa che diventando m infinitamente piccolo, o M infinitamente grande, diventa esattamente $2V$.

8. Se vi sono cento sfere perfettamente elastiche in progressione dupla, e il moto si principia dalla massima, come propone l'*Ugenio* (1), la celerità della prima alla celerità dell'ultima sarà secondo che determina Giovanni Bernulli (2) come 1: 23385000000000.

Definizione.

Velocità rispettiva diceſi quella, che agisce nella percossa dei corpi. Quando i corpi si muovono verso la medesima parte, è chiaro, che non agisce allora nella percossa se non l'eccesso della velocità maggiore sulla minore; perchè se amendue si movessero con eguale velocità in maniera che quanto l'uno è veloce in seguire, tanto l'altro fosse veloce in fuggire, non vi sarebbe percossa, e la velocità rispettiva sarebbe nulla. Ma quando si vengono incontro, allora la velocità di amendue agisce nella percossa, e perciò la loro velocità rispettiva è allora la somma stessa delle loro velocità.

9. Nell'urto diretto de'corpi perfettamente elastici si conserva sempre la stessa velocità rispettiva, cioè a dire la differenza delle loro celerità, quando si muovono verso la medesima parte; e la loro somma, quando si muovono d'incontro. Ciò si deduce dai sopraddetti canoni. Imperocchè se si muovono amendue i corpi verso la medesima parte, la loro celerità rispettiva è $V-v$. Dopo l'urto la celerità del corpo m è $\frac{2MV-mV+2mv}{M+m}$ e la celerità di M è $\frac{MV-mV+2mv}{M+m}$. Sottraendo questa ch'è minore, da quella ch'è maggiore, si ha $\frac{MV+mV-Mv-mv}{M+m}$; cioè $V-v$. Se si vengono incontro, allora la celerità del corpo m è $\frac{MV-mV-2mv}{M+m}$; e quella del corpo M è $\frac{2MV+Mv-mv}{M+m}$. Prendendo la differenza di quella da questa (ch'è lo stesso, che prendere la loro somma riguardo ad una medesima direzione, si avrà $\frac{MV+Mv+mV+mv}{M+m}$ cioè $V+v$; ch'era la loro celerità rispettiva.

(1) *Trattato della Percossa*. (2) *Discorso del Moto*.

Lemma.

Dati due corpi, che in qualunque maniera per la stessa retta si muovano, determinar la celerità del loro centro di Gravità.

Sieno i due corpi (1) M, ed m, de'quali C è il centro di gravità, e primamente si muovano amendue verso la medesima parte, il primo in B; il secondo in b, e siasi da determinar la celerità CD del loro centro di gravità C. Sia $MC=A$; $mC=a$; $MB=V$, $mb=v$; $CD=x$; sarà $BD=A-V+x$, e $bD=a-x+v$. E per la condizione del centro della gravità si avrà questa equazione $MA-MV+Mx=ma+mv-mx$, dove sottraendo i termini MA, ed ma, che per la supposizione, sono eguali, si ritrova $x=\frac{MV+mv}{M+m}$. Se si venissero incontro, allora v diventa negativo, e la celerità del centro di gravità $=\frac{MV-mv}{M+m}$. Dalle quali cose seguita, che per aver la celerità del centro di gravità bisogna moltiplicar le masse per le loro celerità, e divider la somma dei prodotti in caso, che i moti sieno alle medesime parti, ovvero la differenza, in caso che i moti sieno contrarj, per la somma delle masse.

(1) *Fig.* 17. *T.* 7.

10. Se si moltiplicano le masse di due corpi perfettamente elastici per le loro celerità avanti l'urto, la celerità del loro centro di gravità si trova essere $\frac{MV+mv}{M+m}$, quando i moti sono verso le medesime parti, e $\frac{MV-mv}{M+m}$, quando sono contrarj. Se si moltiplicano le stesse masse per le loro celerità dopo l'urto, e si divide la somma, ovvero la differenza de' prodotti per $M+m$, si ritrova lo stesso valore. Seguita dunque essere la stessa la celerità del centro della gravità avanti l'urto di quello, che dopo l'urto.

11. Se si prendono le quantità del moto avanti l'urto, e dopo l'urto non si ritrovano esser sempre assolutamente eguali. Così se una sfera 1 con celerità 1 si muove contro una sfera 2 posta in quiete, dopo l'urto ritornerà la prima indietro con celerità $\frac{1}{3}$, e la seconda andrà avanti con $\frac{2}{3}$. Perciò nella prima vi sarà quantità di moto $\frac{1}{3}$, nella seconda $\frac{4}{3}$; mentre prima non vi era, che 1. Ma se si moltiplicano le masse ne' quadrati delle velocità tanto prima, quanto dopo l'urto si trovano essere sempre eguali i valori. Così nel nostro caso moltiplicando la massa 1 nel quadrato 1 della velocità avanti l'urto, il valor è 1. Moltiplicando la prima massa nel quadrato della sua velocità dopo l'urto si ha $\frac{1}{9}$, e moltiplicando la seconda per lo quadrato della sua velocità, si ha $\frac{8}{9}$, la somma de' cui valori è 1. Lo stesso si ritrova in ogni altro caso.

12. Una sfera di avorio mossa con celerità 1 contro un'altra sfera simile ed eguale posta in quiete, le comunica la sua celerità intiera, dopo di che perde ella tutto il suo moto. Quando si muove con celerità 2, ed incontra una sfera 3 le comunica un grado della sua celerità; indi incontrandosi in una sfera 1 le comunica l'altro grado, dopo di che si estingue il suo moto. Se si muove con celerità 3 ed incontra una sfera 5, le comunica un grado della sua celerità, indi ad una sfera 3 il secondo grado; in fine ad una sfera 1 il terzo; dopo di che si estingue il suo moto. In tal modo procedendo per gli numeri impari; si conosce, che se si muove con celerità 4 può comunicar celerità 1 a massa 16, e con celerità 5 a massa 25, e generalmente può comunicarsi celerità 1 ad una massa

sa che si ha come il quadrato della velocità. Si deduce da tali cose essere la *Forza*, ovvero l'*Efficacia* della percossa come il quadrato della velocità.

Annotazione.

Prima del Leibnizio non si è mai pensato, che in altra maniera possano essere le forze motrici, che come le velocità o come le quantità del moto. Egli fu il primo, che giudicò doversi distinguere le forze de' corpi, che si equilibrano, da quelle de' corpi, che sono in moto liberamente, o per parlare co' suoi termini, le forze *morte* dalle forze *vive*: quelle essere come il prodotto della massa nella velocità; queste come il prodotto della massa nel quadrato della velocità. Egli provò il suo sentimento col perfetto accordo, che ha colla regola del Galilei per l'accelerazione de' gravi, per cui si vede, che un grave, il quale ha due gradi di celerità può ascendere quattro volte più alto di quello, che ne ha un solo, e se ha tre gradi nove volte più alto, e sedici, se ne ha quattro. Si sono fatti molti contrasti col Signor Papin, e l'Abate Catelano in Francia, indi in Inghilterra col Signor Clarche, e per lungo tempo fu rigettato il suo sentimento. Uno de' primi dopo ventotto anni in circa a dichiararsi del suo partito fu Giovanni Bernulli, e col suo esempio l'Ermano, dopo de' quali una gran quantità di Filosofi, tra' quali il Volfio, il Gravesande, e negli Atti di S. Pietroburgo Daniello Bernulli, il Bulfingero, ed altri. Ciò che principalmente persuase tali Filosofi, fu la forza della percossa de' corpi perfettamente elastici; la quale si conosce colla sperienza ascendere al quadrato della velocità. Che se si assume, come par ragionevole, che quella forza, che si estingue nell' incontro di tali corpi, di nuovo si restituisca in guisa che siavi la stessa forza avanti l'urto di quello che dopo l'urto, ciò si vede esattamente osservato dalla natura, se si considerano le forze, come i prodotti delle masse nel quadrato della celerità, come abbiamo notato nella undecima osservazione, ma non già se si prendono come la quantità del moto.

Tale sentenza fu confermata con molte altre sperienze. Imperocchè se si lasciano cadere diversi gravi da diverse altezze sopra l'argilla molle, le fosse, che si formano nell'argilla, sono sempre proporzionali alla altezze, cioè a dire al quadrato della velocità. Il che maggiormente ha posto in chiaro col suo celebre sperimento il Sig. Marchese Poleni. Imperocchè sieno due sfere di metallo con diametro eguale, ma di peso diverso, onde l'una per esempio pesi una libbra, e l'altra quattro libbre. Se si lasciano cadere sull'argilla molle, o sul sevo da altezze, che sono in ragione ne reciproca de' loro pesi, si vedono sempre farsi le fosse eguali; il che non può farsi se la forza della percossa non è come il quadrato della velocità.

A tali cose si aggiugne lo sperimento del Signor Gravesande, in cui lasciato cadere sull'estremo di una bilancia un peso, ha egli forza d'innalzare un peso proporzionale all'altezza, da cui discende, cioè a dire al quadrato della velocità; come si può vedere negli elementi (1) della sua Fisica.

Non resta però, che ancora non durino gravissime discordie intorno tale estimazione di forze; e ciò principalmente per due ragioni. La prima perchè per comparare le forze non basta, come affermano, il misurare i loro effetti in qualunque tempo prodotti; ma bisogna misurar quelli, che nella stessa quantità di tempo si fanno. La seconda è non potersi spiegare nel Sistema del Leibnizio, come due corpi molli, ne' quali le masse sono in ragione inversa delle velocità incontrandosi direttamente, dopo di aversi urtato si fermino nel punto dell'urto; perchè dovrebbe prevalere quello, in cui la velocità è maggiore. Sopra di che molte ingegnose dissertazioni sono state scritte da molti, come dal Sig. Cavalier de Louville (2), dal Sig. de Crousatz (3), dal Sig. Pemberton (4) e in fine dall'ingegnosissimo nostro P. D. Francesco (5) Maria Baldini.

Leggi della communicazione del moto tanto pe' corpi molli, quanto per gli elastici, quando gli urti sono obliqui.

Sia il corpo (6) M, che urta obliquamente il corpo N per la retta MO. Per determinar la comunicazione del moto bisognerà concepire la retta MO, come una direzione composta di due direzioni, l'una perpendicolare come RO, l'altra orizzontale come MR. E perchè alla MR non resiste il corpo urtato N, e la sola resistenza è per RO, si riguarderà l'urto fatto come per la sola RO, secondo la quale si faranno le mutazioni, restando immutabile la MR.

Supposto dunque per esempio che il corpo M (7) sia perfettamente elastico, e dopo aver percosso, come se direttamente si movesse per RO, debba fermarsi, ed intanto il corpo N debba muoversi colla celerità di quello, che lo ha urtato, allora fatta OQ eguale alla OR,

(1) *Lib. 1. cap. 23. Scolio 3. Ediz. 2.* (2) *Memorie dell' Accad. 1700.* (3) *Discorso del moto.* (4) *Transazioni Anglicane.* (5) *Raccolta di Opuscoli T. 4.* (6) *Fig. 18. T. 7.* (7) *Fig. 19. T. 7.*

OR, ed OT eguale alla MR, sarà il corpo M nel punto T, ed N nel punto Q.

Ma se M (1) dovesse avanzarsi in B, ed N in Q, allora fatta OD eguale alla MR, e tirata la diagonale OT, intanto che M andrà nel punto T, N andrà nel punto Q.

Finalmente se M (2) dovesse retrocedere in B, e N dovesse avanzarsi in Q, allora fatta OD eguale alla MR, e tirata la diagonale OT, intanto che M andrà in T, N andrà nel punto Q.

Fine del Secondo Libro.

(1) *Fig. 20. T. 7.* (2) *Fig. 21. T. 7.*

LIBRO TERZO.

Del Moto de' Fluidi.

DEFINIZIONI.

Fluido si dice quel corpo, le cui parti cedono facilmente ad una leggiera impressione. Tale proprietà nasce dalla divisione, e distaccamento in cui stanno le parti, che lo compongono. Quando le parti, che compongono un corpo stanno unite e legate insieme, qualunque sia la cagione di tale unione, lo diciamo *solido*, o *duro*; ma quando stanno distaccate e divise, lo diciamo *fluido*. Per questo facilmente cede alle più leggiere impressioni. Imperocchè in un corpo solido e consistente non può muoversi una parte, se non si muovono tutte insieme a cagione della loro coerenza; ma in un corpo fluido qualunque parte può muoversi senza che le altre sien obbligate a seguitare quel moto. Da questo nasce, che a *qualunque figura si adattano i fluidi, e si uniformano*, come parla Aristotele, *a' termini altrui senza conservare i proprj*. E da questo nasce, che a qualunque direzione ubbidiscono, e si muovono per qualunque differenza di luogo. Se un solido si riduce a tale distaccamento di parti, si riduce in fluido; e per lo contrario se in un fluido si congiungono insieme, e si attaccano le parti, qualunque di ciò sia la cagione, si riduce in solido. Quando per l'azione del fuoco incominciano a muoversi le parti di un metallo, e l'una dall'altra a distaccarsi, diventa fluido. Per lo contrario quando le parti dell'acqua si attaccano, e si comprimono l'una coll'altra, diventa ella un solido, qual è il ghiaccio.

Le particelle, delle quali costano i fluidi, non sono fluide; altrimenti sarebbono attualmente divisi quanto lo possono essere, e perciò sarebbono tutti della stessa natura, e sottigliezza, il ch'è contrario alla sperienza. Tutta la loro differenza nasce dalla differenza delle parti, che gli compongono, le quali in uno sono per esempio sferiche, nell'altro elittiche, nell'altro piramidali, in uno sono di maggiore, nell'altro di minore grandezza.

Tali parti non meno, che quelle, che compongono un solido, sono gravi, e colla stessa legge di gravità tendono al centro. Ma perchè sotto eguali dimensioni diverso numero di parti in diversi fluidi si contiene, per questo un fluido ha una specifica gravità, ed uno un'altra, e le loro specifiche gravità sono tra se come il numero delle parti, che in egual volume si contengono. Così perchè una sfera di acqua contiene in circa ottocento volte più parti di quello, che una sfera eguale di aria, per questo la specifica gravità dell'acqua è ottocento volte maggiore della specifica gravità dell'aria.

2. *Fluidi omogenei* si dicono quelli, le cui parti sono della stessa natura, e figura, e grandezza, come sono due porzioni di acqua, o di aria.

3. *Fluidi eterogenei* sono quelli, le cui parti sono di natura diversa, come l'Acqua, e il Mercurio.

Dell' equilibrio de' Fluidi dentro i tubi comunicanti, dove si stabiliscono i primi fondamenti dell' Idrostatica. Cap. I.

DEFINIZIONE.

Se ne' tubi comunicanti ABCD (1) s'infondono due fluidi qualunque, l'uno nel tubo AB, l'altro nel tubo CD, e l'uno di questi impedisca la discendenza dell'altro, e non facciasi moto, si dicono in *equilibrio*.

Proposizione prima.

Se dentro un tubo comunicante s' infonda qualunque fluido, una parte di esso fluido passerà nell'altro tubo, e sarà obbligata ad ascendere finochè si farà equilibrio.

Imperocchè sieno i due tubi comunicanti (2) AB, CD, e vi s'infonda in AB Mercurio per l'apertura A, discenderà egli primieramente nel punto più basso B a cagione della sua gravità. Ma le parti inferiori non si fermeranno in B a cagione che sono premute dalle superiori. E perchè non possono far resistenza alla massa, che le preme, e tende a discendere, saranno obbligate a cedere, ed in conseguenza ad entrare nel tubo CD, dove per la stessa ragione saranno obbligate ad ascendere; perchè se queste non ascendessero in CD, non potrebbero discendere quelle, che sono in AB. E tale ascendenza durerà finochè quanto premono le parti in AB, tanto resistono quelle in CD, nel qual punto si farà tra loro equilibrio.

Pro-

(1) *Fig.* 1. *T.* 8. (2) *Fig.* 1. *T.* 8.

Propofizione Seconda.

Pofti due tubi di figura cilindrica, e di eguale diametro tra loro comunicanti, fe vi s'infonde un fluido omogeneo, quando in amendue fia ridotto ad eguale altezza, allora fi farà l'equilibrio.

Imperocchè fieno i cilindri comunicanti (1), AB, CD, e vi s'infonda in AB Mercurio, pafferà egli, com'è ftato offervato nella propofizione precedente, entro il tubo CD, dove farà obbligato ad afcendere, e dopo diverfi bilanciamenti cagionati dalla velocità acquiftata, a poco a poco fi ridurrà alla quiete, e fi metterà in equilibrio. Il che dico farfi quando in amendue i tubi faranno eguali le altezze. Imperocchè allora due forze fi equilibrano, quando fono eguali. Ma nella noftra fuppofizione allora fono eguali le forze, quando fono eguali le altezze. E perciò nelle altezze eguali fi farà l'equilibrio, com'era propofto.

Propofizione terza.

Pofti due cilindri ineguali tra loro comunicanti, fe vi s'infonde un fluido omogeneo dico, che anche in quefto cafo fi farà l'equilibrio ad altezze eguali.

Imperocchè per lo principio comune della Meccanica allora fi fa l'equilibrio, quando le maffe, che deono muoverfi, fono in ragione reciproca delle celerità, con cui deono muoverfi. Se fi fuppone il tubo CD (2) doppio del tubo AB, la maffa fluida in CD farà doppia della maffa fluida in AB. Ma non può difcendere il fluido in CD per lo fpazio EF, fe in AB non afcende per lo fpazio GH doppio del primo. Saranno dunque le celerità in ragione inverfa delle moli, ed in confeguenza fi farà l'equilibrio, com'era propofto.

Propofizione Quarta.

Pofti due cilindri comunicanti di egual diametro (3) AB, CD, de' quali AB è inclinato, e CD è perpendicolare, fe vi s'infonde un fluido omogeneo, fi farà l'equilibrio nelle eguali altezze BE, DF.

Ciò fi conofce dalle dottrine de' piani inclinati, dove fi dimoftra, come abbiamo detto a fuo luogo, e la gravitazione farfi folo per la perpendicolare, ed in confeguenza tanta effere la gravitazione nel cilindro inclinato AB quanto nel perpendicolare CD.

(1) *Fig.* 1. *T.* 8. (2) *Fig.* 2. *T.* 8. (3) *Fig.* 3. *T.* 8.

Propofizione Quinta.

Lo fteffo vale fe i due tubi comunicanti fono amendue inclinati.

Propofizione Sefta.

E lo fteffo per le leggi della Meccanica fe i diametri fono ineguali.

Corollarj.

1. Da tali cofe s'intende la ragione, per cui in qualunque vafo fe vi s'infonde un liquore, fi riduce efattamente a *livello*, ovvero ad altezza eguale. Il che fi conofce dover accadere in qualunque modo fi concepifca il liquore come in tante colonne divifo. Imperocchè fe fi divide in colonne tutte eguali, e diritte, fi dovrà ridurre ad eguali altezze per la feconda, fe in colonne difeguali per la terza; fe in colonne inclinate eguali, o difeguali lo fteffo fi conofce dover accadere per la quarta, quinta, e fefta.

2. Perciò i nuotatori non fentono il pefo del fluido, entro cui nuotano a cagione dell'equilibrio, in cui ftanno le parti, che compongono il fluido.

3. Quando un faffo è gettato nell'acqua, preme egli con empito le parti che percuote; ed obbliga l'acqua, che lo circonda, a follevarfi, che poi col proprio pefo difcendendo come per un piano inclinato fi fpande in ampie e diftefe circolazioni, come veggiamo.

4. Sia il vafo (1) ABCD pieno di acqua, e largo due o tre piedi, cui fi connetta il tubo ftretto EF alto dodici, o quindici piedi. Se fulla fuperficie del vafo fi pone (come offerva il Mariotte (2)) un pefo di fette, ovvero ottocento libbre, fi piegherà effa, e fi farà concava, come AMD. Verfando poi dell'acqua nel tubo EF, fi vedrà la fuperficie AMD innalzarfi a poco a poco col pefo delle ottocento libbre, e non folo giugnere al fuo primiero ftato AED, ma ancora prendere una curvatura conveffa, la quale crefce fecondo che fi verfa acqua nel tubo EF. Onde fi conofce, come la poca acqua, ch'è nel tubo, ha tanta forza per elevare quefto gran pefo, quanto fe foffe un tubo della medefima larghezza del vafo ABCD. E perciò una piccola porzione di acqua nel tubo EF elevata fino in F farà equilibrio con un pefo,

(1) *Fig.* 4. *T.* 8. (2) *Del Moto dell' Acque P.* 1.

so, ch'equivale ad un tubo di acqua, il cui fondo è lo stesso, che il fondo del vaso, e l'altezza è la stessa che EF.

5. Con questo principio inventò il suo tubo Anatomico il Volfio (1). Consiste questo in un cilindro di metallo, cui sta congiunto un piccolo tubo. La superficie superiore costa di una pelle, che facilmente si tende. Se dentro il tubo s'infonde un fluido, distende questo con molta forza la tunica superiore, cui se viene applicata qualche membrana Anatomica, è facile che si conoscano le sue minime parti.

Annotazione.

Quando i tubi sono assai sottili, non si osserva questa esatta eguaglianza di altezze, che per altro in tutti gli altri casi per le leggi dell'idrostatica si osserva.

Di ciò la cagione giudica il Nevvton essere la *Forza Attrattiva*, con cui l'acqua e il vetro si attraggono, la quale principalmente nelle minime distanze è assai efficace. Da questa stessa cagione nascere, che l'acqua ascenda tra due lame di vetro inclinate, e dove più sono tra esse vicine, più altamente s'innalzi.

Proposizione Settima.

Posti due cilindri di eguale diametro (2) AB, CD, se vi s'infondono due fluidi eterogenei, come Acqua, e Mercurio, si farà tra loro equilibrio, quando le loro altezze saranno in ragione reciproca delle loro specifiche gravità.

Imperocchè allora è necessario, che si faccia equilibrio, quando in amendue i tubi le forze contrapposte si agguagliano. Ma allora solo si agguagliano, quando le altezze di tali fluidi sono in ragione reciproca delle loro specifiche gravità. Dunque in tal caso, e non in altri, si farà l'equilibrio.

Così per esempio se da una parte s'infonde Acqua, e dall'altra Mercurio, essendo il Mercurio quattordici volte più pesante dell'acqua, per far equilibrio è necessario, che la sua altezza sia quattordici volte minore.

Proposizione Ottava.

Se i due cilindri (3) AB, CD sono d'ineguale diametro, e vi s'infondono due fluidi eterogenei, dico, che ancora in questo caso per far tra loro equilibrio bisogna, che le loro altezze sieno in ragione reciproca delle loro specifiche gravità.

Se

(1) *Hidrost.* (2) *Fig. 5. T. 8.* (3) *Fig. 6. T. 8.*

Se in AB s'infonde Mercurio, in CD acqua, allora si equilibreranno tra se, quando l'altezza del Mercurio sarà quattordici volte minore di quella dell'acqua. Imperocchè se nel cilindro AB s'infondesse Acqua in vece di Mercurio si dovrebbe far equilibrio ad eguali altezze per la terza. Ma se in vece di Acqua s'infonde Mercurio, per avere la stessa forza, bisogna, che il Mercurio sia quattordici volte men alto. Dunque ecc.

Della Pressione de' Fluidi. Cap. II.

Proposizione Prima.

SE dentro il cilindro (1) ABCD si contiene qualche fluido, tutta la base BC è dal suo peso totale premuta.

Il che si conferma colla sperienza; perchè se BC è un fondo, che possa rimuoversi e distaccarsi, sostenuto coll'estremo di una Bilancia, fa equilibrio precisamente con un peso eguale al peso totale del fluido, che dentro lo preme.

Proposizione Seconda.

Ma se nella base BC (2) vi è un'apertura qualunque E, non gravita sopra la parte E se non la colonna EF corrispondente a tale apertura, gravitando il resto del fluido sopra il resto della base BC.

Il che parimenti si conferma colla sperienza, per cui si vede, che applicandovi all'apertura E l'estremo di una Bilancia si fa precisamente equilibrio con un peso eguale alla colonna EF.

Proposizione Terza.

Se nel medesimo vaso restando sempre la stessa base BC cresce l'altezza, e si forma il vaso aBCd, allora cresce la gravitazione sul fondo in proporzion dell'altezza.

Imperocchè quanto cresce la massa del fluido, tanto cresce la gravitazione sul fondo. Ma la massa nel nostro caso cresce secondo che cresce l'altezza. Dunque in tale proporzione crescerà la gravitazione sul fondo.

Proposizione Quarta.

Ma se restando la medesima altezza cresce la base, cresce parimenti la gravitazione sul fondo, e cresce in ragion della base.

 Im-

(1) *Fig. 7. T. 8.* (2) *Fig. 7. T. 8.*

Imperocchè anche in questa supposizione cresce la massa gravitante sul fondo, e cresce in ragion della base.

Corollario.

Seguita dunque essere le gravitazioni sul fondo esercitate da' fluidi rinchiusi dentro i vasi cilindrici come le basi, e come le altezze, cioè a dire in ragione composta di quelle e di queste. Perlochè se un fluido rinchiuso in un simil vaso gravita sopra il fondo una libbra, un altro fluido rinchiuso in un altro vaso, di cui è doppia l'altezza, restando la base eguale, graviterà il doppio, e se la base sarà doppia restando eguale l'altezza, sarà parimenti doppia la sua gravitazione. Ma se l'altezza del vaso è doppia, ed è parimenti doppia la base, sarà quadrupla la gravitazione del fluido sul fondo.

Annotazione.

Ciò che si è detto de' cilindri, si dee applicare a qualunque prisma.

Proposizione Quinta.

Se nel vaso convergente (1) ABCD s'infonde un fluido, dico, che la gravitazione sul fondo sarà la stessa, come se il vaso fosse un cilindro della stessa base, e della stess'altezza, qual'è aBCd.

Imperocchè sia l'apertura AD dieci volte maggiore dell'apertura ad, ovvero BC. Intanto che il fluido nel vaso convergente rinchiuso discende per lo spazio di un pollice, se fosse rinchiuso nel vaso cilindrico discenderebbe per lo spazio di dieci pollici. Sarebbono dunque le moli in ragione reciproca delle celerità, ed in conseguenza per le leggi della Meccanica saranno eguali le forze prementi; ed in conseguenza avrassi tanta pressione sul fondo nel vaso convergente, quanta si avrebbe nel cilindro aBCd; come si era proposto.

Proposizione Sesta.

Per la stessa ragione se nel vaso divergente (2) ABCD s'infonde un fluido, dico, che la gravitazione sul fondo sarà la stessa, come se il vaso fosse un cilindro della stessa base ed altezza, qual è aBCd.

Imperocchè sia l'apertura AD un decimo dell'apertura ad, ovvero BC. Intanto che l'acqua nel vaso divergente rinchiusa discende dieci

(1) Fig. 8. T. 8. (2) Fig. 9. T. 8.

dieci pollici, se fosse rinchiusa nel cilindro discenderebbe un solo pollice. Dunque ancora in questo caso le celerità sono in ragione reciproca delle moli, ed in conseguenza le forze della pressione sono eguali.

Corollario.

Tali cose potendosi applicare a qualunque vaso di qualunque figura, seguita generalmente non doversi nella pressione de' fluidi sulle basi considerar punto le loro masse, ma la base, che premono, e l'altezza cui sono elevati, ed in ogni caso essere le pressioni in ragione composta diretta delle altezze, e diretta delle basi.

Proposizione Settima.

Quando un fluido è rinchiuso in un vaso, esercita la sua pressione egualmente non solo per linea perpendicolar sulla base; ma verso i lati, e da basso in alto, e per qualunque direzione.

Ciò dalla natura della fluidità dipende; perchè le parti di un fluido essendo dalle superiori compresse sono pronte a muoversi per qualunque differenza di luogo. E si conferma colla sperienza. Imperocchè sia, come osserva il Mariotte (1), il cilindro incavato ABCD (2), di cui le basi AD, BC sono di legno, il contorno di pelle, e la base BC immobile; ma la base AD può alzarsi, ed abbassarsi. Se sopra la base AD si pone un peso P, e si fa un'apertura N nel fondo, graviterà sopra tale apertura una porzione di peso, che sarà al peso totale, come tale apertura alla base totale BC. Se si fa un'apertura eguale in K, la stessa pressione intieramente si sente, come si conosce se si applica tanto all'una quanto all'altra l'estremo di una bilancia, per far equilibrio, al quale tanto nell'uno quanto nell'altro caso è necessario che si ponga nell'altro estremo un egual peso.

Proposizione Ottava.

Quando un fluido è in un vaso rinchiuso, in qualunque sito sia l'apertura, per far equilibrio alla pressione ch'è fatta sull'apertura, è sempre necessario un peso, che si agguaglia ad un cilindro dello stesso fluido, la cui base è la stessa, che l'apertura, e la cui altezza è la stessa, che l'altezza del fluido.

Imperocchè sia il tubo ABC (3), e si riempia di un fluido qualunque. Se si considera applicato all'apertura C il tubo comunicante DE, si può facilmente conoscere dalle cose dette, che il fluido in AB

(1) Del Moto dell' Acque P. 2. (2) Fig. 10. T. 8. (3) Fig. 11. T. 8.

AB tende sempre a discendere, ed in conseguenza ad innalzare il fluido, che passa in DE, finochè sono eguali le altezze, cioè a dire finochè gli resiste il cilindro DE. Tale cilindro dunque è la misura dell'azione sull'apertura C.

Benchè la direzione dell'apertura C fosse obliqua, sarebbe però la stessa la pressione, perchè proveniente dalla stessa forza, e la sua azione sarebbe sempre equilibrata dallo stesso cilindro, come si è conosciuto ne'tubi comunicanti, ne'quali un obliquo fa equilibrio con un retto, quando le basi, e le altezze sono eguali.

Corollarj.

1. Da tali cose s'intende la cagione de'getti; cioè a dire perchè un fluido esce dall'apertura del tubo (1) ABC velocemente ascendendo, e le altezze alle quali ascende crescono secondo che crescono le altezze, dalle quali discende. Imperocchè se vi fosse in D il tubo comunicante DE, dovrebbe il fluido, come si è dimostrato, essere alzato sino in D. Ma la stessa forza vi è ancora, se si leva lo stesso tubo. Dunque dovrà essere alla medesima altezza portato.

Ma che di fatto non arrivi a tale altezza molte sono le cause. Una è la tenacità delle parti, che si osserva in qualunque fluido sensibile. Un'altra è la frizione, che patisce il fluido nell'uscire dall'apertura. Ed una terza è la resistenza dell'aria, che continuamente impedisce l'ascesa, e diminuisce il moto. Dalla resistenza principalmente dell'aria nasce, che perdendo le parti superiori continuamente il moto, impediscono la direzione delle inferiori; ed in conseguenza il getto, che sarebbe un esatto cilindro, più che ascende in alto, più si allontana dalla sua figura, e più si sparge, ed allarga.

2. E come per le dottrine del Galilei, perchè un grave ascenda ad una data altezza, è necessario, che abbia dal principio quella velocità, che avrebbe acquistata cadendo dalla medesima altezza, si dee dedurre, che quel fluido, che ascende, abbia quella stessa velocità, che avrebbe acquistato cadendo dall'altezza, a cui ascende, cioè dall'altezza stessa del tubo.

3. E perchè le celerità di un grave cadente sono come le radici dell'altezza, da cui cade, perciò le celerità, che vengono ai fluidi comunicate, quando sono spinti fuori delle aperture de'tubi, saranno come le radici degli stessi tubi. Onde se da un tubo, la cui altezza è 1 esce un fluido colla celerità 1; perchè abbia celerità 2 è necessaria un'altezza 4, e per celerità 3 altezza 9.

Del-

(1) *Fig.* 11. *T.* 8.

Delle Quantità fluenti fuori dei Tubi. Cap. III.

Proposizione Prima.

SE da diversi tubi d'ineguale altezza, e di aperture eguali esce un fluido, le quantità in un dato tempo fluenti (supposta sempre conservata la stessa altezza ne' tubi) sono come le radici delle altezze.

Per conoscere ciò, bisogna considerare quale porzione di fluido in una piccola porzione di tempo esca fuori dell'apertura, e si ritrova essere questa un cilindro, la cui base è determinata dall'apertura, e la cui lunghezza dallo spazio in tal tempo percorso dal fluido, cioè a dire dalla velocità del medesimo fluido. Poste dunque eguali le aperture saranno tali cilindri come le loro lunghezze, cioè come le velocità dei fluidi, che escono; cioè come le radici delle altezze de' tubi.

Proposizione Seconda.

Se sono eguali le altezze, ed ineguali le aperture, saranno le quantità fluenti come le aperture.

Imperocchè allora i cilindri, che in dato tempo escono, sono egualmente lunghi, perchè le velocità sono eguali, ed in conseguenza stanno come le loro basi, cioè a dire come le aperture.

Proposizione Terza.

Ma se sono eguali le altezze, e le aperture, ed ineguali i tempi, le quantità fluenti saranno come i tempi.

Imperocchè se nello stesso tempo escono sempre eguali cilindri, come seguita dalla supposizione, è chiaro, che in duplo, e triplo tempo usciranno due, e tre cilindri, ed in conseguenza quantità dupla, e tripla, e generalmente le quantità saranno come i tempi secondo che si era proposto.

Corollario.

Sono dunque le quantità fluenti in ragione composta del tempo, delle aperture, e delle velocità. Dove però noi facciamo astrazione dalle altre cause, che possono alterar queste proporzioni.

Pro-

Proposizione Quarta.

Se si vota il cilindro (1) ABCD per mezzo dell'apertura E, gli spazj in tempo eguale votati decrescono pe' numeri impari.

Questo vago Teorema, ch'è del dottissimo Torricelli (2), dipende da ciò, che abbiamo dimostrato, che le celerità, colle quali esce un fluido da un'apertura, sono come le radici delle altezze del fluido. Nel votarsi del vaso tali celerità continuamente decrescono, perchè decrescono le altezze del fluido, ed in tempi eguali i loro decrescimenti sono eguali. Potranno dunque rappresentarsi per mezzo le ordinate della parabola AC, le porzioni del cui asse corrispondenti a ciascuna ordinata rappresenteranno gli spazj percorsi. E come in tale curva ai decrescimenti eguali *VV* delle ordinate corrispondono gli spazj BO, OO, OC decrescenti per gli numeri impari, si conoscerà ancora, che a' decrescimenti eguali delle celerità del fluido ch'esce, cioè a dire ai tempi eguali della sua uscita, corrispondono spazj, che per gli numeri impari decrescono.

Corollarj.

1. Seguita da ciò, che colla stessa legge discende un fluido da un vaso, colla quale ascende un grave nell'aria, e come secondo i Galilei se non decrescesse la celerità di un grave, che ascende, percorrerebbe nello stesso tempo uno spazio doppio; così ancora se non decrescesse la celerità di un fluido, che discende, percorrerebbe nello stesso tempo uno spazio doppio, cioè a dire si voterebbe nello stesso tempo un doppio vaso.

2. Perciò se si mantiene sempre col soccorso di nuovo fluido l'altezza stessa nel vaso ABCD, restando allora la celerità sempre costante, si voterà doppio fluido nello stesso tempo, ovvero lo stesso fluido nella metà del tempo.

Proposizione Quinta.

Se vi sono due cilindri dello stesso diametro, e della stessa altezza, ma con diverse aperture, i tempi dell'evacuazione sono in ragione inversa delle aperture.

Imperocchè si supponga per maggiore facilità essere l'apertura del primo doppia di quella del secondo, e conservarsi sempre la medesima altezza col soccorso di nuovo fluido. Essendo eguali le altezze de' cilindri, saranno ancora eguali le celerità nell'uscita, ed in conseguenza in tempi eguali usciranno quantità di fluido, che saranno come le aperture. Dunque dal cilindro secondo uscirà la metà di fluido intanto che dal primo esce tutto quello, che in lui si conteneva. Si ricercherà dunque doppio tempo, perchè ne esca l'altra metà, ed in conseguenza l'evacuazioni si faranno in tempi, che sono in ragione inversa delle aperture. Ma per le cose dette, non essendovi il soccorso di nuovo fluido, l'evacuazioni si fanno in doppio tempo. Dunque ancora in questo caso i tempi dell'evacuazione saranno come le aperture reciprocamente.

(1) *Fig.* 12. *T.* 8. (2) *Del Moto dell' Acque.*

Proposizione Sesta.

Se vi sono due cilindri d'ineguale diametro, ma di eguali altezze e di eguali aperture, i tempi dell'evacuazione sono come le loro basi.

Sia la base di uno doppia dalla base dell'altro. Se si conserva sempre lo stesso fluido, in tempi eguali usciranno da ciascuno quantità eguali. Ma il primo si suppone doppio del secondo. Dunque intanto che tutto il fluido di uno è uscito, uscirà solo la metà del fluido dall'altro, e perciò si ricercherà doppio tempo, perchè ne esca l'altra metà; ed in conseguenza i tempi delle evacuazioni saranno come le basi. Ma sebbene non vi è il soccorso di nuovo fluido, i tempi sono nella stessa ragione. Dunque ecc.

Proposizione Settima.

Posti due cilindri di eguale diametro, di eguali aperture, ma di altezze diverse, i tempi dell'evacuazione sono come le radici delle altezze, ovvero come le celerità primitive.

Sia l'altezza di uno quadrupla dell'altezza dell'altro. Se si conserva sempre la stessa quantità di fluido, essendo nella nostra supposizione la celerità del primo doppia della celerità del secondo, in tempi eguali il primo verserà doppio fluido di quello che il secondo. Ma perchè contiene quattro volte tanto, si ricercherà dunque altrettanto tempo, perchè versi tutto il fluido, che contiene, ed in conseguenza i tempi dell'evacuazione saranno come 2 : 1, cioè come le celerità. Ma nella stessa ragione sono i tempi, quando non vi è il soccorso di nuovo fluido. Dunque ecc.

Annotazione.

Determinar i tempi dell'evacuazione, qualunque sia la figura del vaso, in cui si contiene il fluido.

Sia qualunque figura (1) ACH, il cui asse CG sia retto all'orizzonte, e dalla sua rivoluzione intorno l'asse si formi la sua conoide, ovvero il vaso ACH. Per l'apertura C discenda il fluido, la cui discesa in ogni tempo avrà diversa velocità a cagion dell'altezza diversa. E siasi da determinare il tempo, in cui la superfizie del fluido discenderà dal punto G a qualunque punto dell'asse E.

Sia GE $= x$, GC $= a$, BE $= y$, l'apertura C $= bb$, la ragion, che ha il raggio del circolo alla circonferenza $r : c$. L'elemento dunque del fluido, che in un tempo infinitesimo uscirà dal vaso sarà $= cyydx : 2r$, il quale diviso per l'apertura bb darà la lunghezza dello spazio in tal tempo da tale quantità di fluido con equabile velocità percorso. Tale velocità è per tutto espressa dalla ordinata ED della parabola CD, il cui asse è CE, il parametro m, la qual ordinata è $\sqrt{am-mx}$. Perchè dunque gli spazj, che con equabile velocità si percorrono divisi per la velocità danno il tempo, si avrà il tempo infinitesimo, in cui esce tal elemento di fluido $= cyydx : 2rbb\sqrt{am-mx}$; e la somma di tutti tali tempi sarà il tempo ricercato (2).

Della immersione de' Solidi più gravi dentro i Fludi meno gravi. *Cap. IV*.

SIA il vaso (3) ABCD ripieno di fluido, e si concepisca diviso in due colonne ABMN, e MNCD. Se nella prima colonna s'immerge il solido P è necessario, che si escluda, e si obblighi ad ascendere una mole di fluido ad esso eguale. Tutte le altre parti delle due colonne stando in equilibrio, il contrasto è tra il solido P, e il fluido Q di mole ad esso eguale. Se il peso P è maggiore egli discenderà, ed obbligherà ad ascendere la parte del fluido Q. Se è minore, sarà obbligato egli stesso ad ascendere. Ma se amendue pesano egualmente, staranno in equilibrio; perchè l'eguale non può vincer l'eguale.

La porzione del fluido esclusa dicesi la *mole antagonista*.

Pro-

(1) *Fig.13.T.8.* (2) *Vedi lo Stancario Carte Matematiche*. (3) *Fig.14.T.8.*

Proposizione.

Un solido più grave immerso in un fluido meno grave perde una parte del suo peso, e come si ha la gravità del fluido alla gravità del solido, così si ha la parte perduta a tutto il peso.

Sia nel vaso ABCD immerso il solido P doppiamente più grave del fluido, in cui sta immerso. E perchè resiste al solido una mole eguale di fluido, la metà del solido sarà equilibrata dalla mole antagonista del fluido, e l'altra metà non avrà resistente. Se la gravità del fluido fosse il terzo della gravità del solido, un terzo di peso sarebbe nel solido P equilibrato colla mole antagonista, e generalmente se la gravità del fluido a quella del solido fosse come $1 : n$, la parte equilibrata, ovvero perduta sarebbe $\frac{1}{n}$, com'era proposto.

Corollarj.

1. Dunque più grave, che sarà il fluido, in cui s'immerge il solido P, maggior parte di peso sarà perduta dal solido. E perciò se due corpi stando immersi dentro un fluido omogeneo erano in equilibrio, in due fluidi eterogenei non più si equilibrano.

2. E da tal principio si prende il metodo di conoscere il peso specifico di qualunque fluido. Imperocchè s'immerga in esso un solido, come un cubo di piombo, il cui lato sia un pollice, e per mezzo di una bilancia si noti la parte di esso perduta. Quanto è il peso perduto, tanto è il peso di un cubo eguale del fluido, in cui sta il piombo immerso. Onde segue potersi in tale maniera calcolare la ragione delle specifiche gravità, che hanno i fluidi tra se. Imperocchè le gravità specifiche de' fluidi sono tra se come le parti del peso, rispettivamente perdute. Così se il piombo cubico perde nel fluido A due libbre, e nel fluido B una libbra, la gravità specifica del fluido A è doppia di quella del fluido B.

In tal modo il dotto Eisenschimidio trova i pesi de' fluidi tanto in tempo di estate, quanto in tempo d'inverno, come stanno nella seguente tavola.

Tavola delle gravità specifiche de' Fluidi calcolate secondo un pollice cubico di Parigi.

	ESTATE.			INVERNO.		
	Once	*Grossi*	*Grani*	*Once*	*Grossi*	*Grani*
Mercurio	7	1	66	7	2	14
Olio di vitriolo		7	59		7	71
Spirito di vitriolo		5	33		5	38
Spirito di nitro		6	24		6	44
Spirito di sale		5	49		5	55
Acqua forte		6	23		6	35
Aceto		5	15		5	21
Aceto distillato		5	11		5	15
Vino di Borgogna		4	67		4	75
Spirito di vino		4	32		4	42
Oglio di tartaro		7	27		7	43
Birra bianca		5	1		5	9
Birra nera		5	2		5	7
Latte di vacca		5	20		5	25
Latte di capra		5	24		5	28
Olio di oliva		4	53		si congela	
Olio di terebinto		4	39		4	46
Acqua marina		6	12		6	18
Acqua di fiume		5	12		5	13
Acqua di pozzo		5	11		5	14
Acqua distillata		5	8		5	10

3. Da tale principio seguita ancora potersi conoscer la ragione delle gravità specifiche de' solidi. Imperocchè sia un solido *P*, il quale immerso in un fluido perda un quarto del suo peso, ed in conseguenza sia quattro volte più grave del fluido, in cui sta immerso, e sia un altro solido *p*, che perda un terzo, ed in conseguenza sia tre volte più pesante del fluido. Sarà dunque la gravità del solido *P* a quella di *p* come 4 : 3.

Tavola delle Gravità specifiche di molti solidi secondo gli sperimenti del Signor Petit.

Oro	100	Stagno comune	39
Mercurio	$71\frac{1}{2}$	Stagno puro	$38\frac{1}{4}$
Piombo	$60\frac{1}{2}$	Calamita	26
Argento	$54\frac{1}{2}$	Zolfo	$12\frac{1}{2}$
Rame	$47\frac{1}{3}$	Marmo	21
Bronzo di Cipro	45	Cera	5
Ferro	42		

4. Se a diverse altezze s'immerge un solido, si può conoscere se vi ha differenza di peso. Tentò questo sperimento il P. Francesco Lana (1) riempiuto di acqua un vaso, la cui altezza era di due piedi, ed immergendovi un solido pendente da un crine di cavallo in varie altezze senza trovarvi alcuna differenza di peso.

Della immersione de' Solidi meno gravi dentro i Fluidi più gravi. Cap. V.

PROPOSIZIONE.

Se un solido meno grave s'immerge per forza dentro un fluido più grave, lasciato in sua libertà salirà in alto finochè la parte immersa sarà a tutto il solido, come la gravità specifica dello stesso alla gravità specifica del fluido, in cui sta immerso. Sia il solido P (2) immerso per forza nel fluido ABCD, e si supponga essere la sua gravità un terzo della gravità del fluido. Dico primamente, che sarà obbligato ad ascendere per la forza della mole antagonista; perchè la forza maggiore dee vincere la minore. Dico in secondo luogo, che ascenderà finochè starà col terzo della sua mole immerso. Perchè allora non può più ascendere; quando fa equilibrio colla mole antagonista del fluido. Ma un

(1) *Magistero della Natura, ed Arte.* (2) *Fig. 15. T. 8.*

un terzo di grandezza di fluido fa con tutto esso equilibrio. Dunque quando sarà esclusa tanta mole di fluido, quanto è il terzo della grandezza del solido, cioè a dire quando un terzo del solido starà immerso, si farà l'equilibrio. Il che applicandosi ad ogni altra supposizione, si fa evidente ciò ch'era proposto.

Corollarj.

1. Quanto maggior è la ragione della gravità del fluido a quella del solido, tanto minor parte resta immersa del solido. Se il fluido è doppiamente grave del solido, allora sta immersa la metà del solido; ma se il fluido è tre volte più grave, vi sta immersa solo la terza parte.

2. Se la gravità del solido sarà la stessa, che la gravità del luido, in qualunque sito s'immerga il solido, resterà in equilibrio.

3. Se vi sono due solidi omogenei, ma di grandezza differente, e nello stesso fluido s'immergono, le parti immerse saranno come i loro volumi. Imperocchè sia P duplo di p, e sieno immersi in un fluido tre volte più grave. Perchè in amendue dee stare immersa la terza parte, e le parti aliquote simili sono come i loro tutti; sarà dunque la parte immersa del primo doppia della parte immersa del secondo, e lo stesso vale per ogni altra supposizione.

4. Ma se sono due solidi eterogenei di eguale grandezza, che nello stesso fluido s'immergono, le loro parti immerse saranno come le loro specifiche gravità. Sia la gravità del solido P suddupla di quella del fluido, e quella di p suttripla; e perciò sieno tra loro come $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; ovvero come $3 : 2$. Per lo teorema sopraddetto la parte immersa di P sarà $\frac{1}{2}$, quella di p $\frac{1}{3}$. Dunque la parte immersa di P a quella di p sarà come $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; cioè come $3 : 2$; cioè come le loro specifiche gravità.

5. Anche in questo caso dalla diversa immersione del solido si possono conoscere le diverse specifiche gravità di diversi fluidi, ne' quali s'immerge; onde nasce il metodo di costruire le bilance idrostatiche. Tal è per esempio ABC. Consiste (1) questa in una sfera vota B di vetro, e di un tubo cilindrico Ab in eguali parti

(1) *Fig. 16. T. 8.*

parti diviso. Sotto la sfera B se ne aggiugne un'altra minore C parimenti di vetro, e vota, parte di cui si riempie di mercurio, affinchè con tal peso discenda la macchina verticalmente ne' fluidi. Secondo le densità diverse de' fluidi essa discende più o meno, e le densità de' fluidi sono in ragione rovescia delle parti immerse, il che in tal modo si determina.

Sia il peso di tutta la macchina 500 grani, ed immersa nell'acqua discenda fino al punto a, nel qual caso un volume di acqua eguale alla parte $CBba$ valerà 500 grani. Si appenda all'estremo di una bilancia la macchina, e dall'altro estremo pendano 20 grani, e la macchina immersa discenda solo fino al punto b. Allora l'acqua sostiene solo 480. grani, e perciò la mole di acqua corrispondente alla parte ba vale 20 grani. Diviso dunque lo spazio ba in 10 parti eguali, e continuando la divisione tanto sopra il punto a, quanto sotto il punto b ciascuna parte valerà 2; e perciò si conoscerà quanto è la mole immersa, ovvero quanta è la mole antagonista del fluido, che si equilibra. Posto dunque, che in un fluido tutto il cilindro si scopra, e in un altro sia immerso fino al punto h, sarà la mole immersa nel primo 476, nel secondo 480. E in tal ragione saranno le moli fluide, che fanno equilibrio alla macchina. Ma per le leggi idrostatiche le gravità specifiche sono in ragione rovescia delle moli egualmente pesanti. Dunque la gravità specifica del primo alla gravità del secondo saranno come $480 : 476$.

6. E se in uno stesso fluido s'immergono diversi solidi, dalle diverse loro immersioni s'intenderanno parimenti le loro specifiche gravità.

7. Quando per forza si tiene sommerso un solido meno grave dentro un fluido più grave, la mole antagonista del fluido lo risospigne in alto all'eccesso della sua gravità. Così quando le moli di ghiaccio si attaccano a' pilastri de' ponti sono sforzati i ponti, come osserva il Mariotte, dall'eccesso della gravità, con cui l'acqua supera il ghiaccio; che è intorno un decimo.

Della resistenza de' Fluidi. Cap. VI.

IL Galilei, che prima di ogni altro ha considerato la legge de' moti, ha dovuto prescindere dalle resistenze de' mezzi per non conoscerne la legge, con cui resistono. Fu il primo il VVallis che mise mano a tale materia, e determinò, che le resistenze fossero come le velocità deducendo da tale principio molti teoremi col calcolo delle sue serie interpolate. Cristiano Ugenio mutò legge, ge, e facendo riflessione, che quanto il corpo solido più velocemente si muove nel tempo stesso caccia di luogo maggiore massa, e con maggior velocità, giudicò, che le resistenze fossero come i quadrati delle velocità. Dopo di che il Nevvton nella prima edizione de' suoi principj accoppiò insieme le due mentovate leggi considerando, che in ogni fluido oltre la massa da muoversi vi è ancora la viscidità, che lega insieme le sue parti, da superarsi: per lo primo capo essere la resistenza come il quadrato della velocità secondo la legge Ugeniana, e per lo secondo come la velocità secondo quella del VVallis. Ma nell' ultima edizione de' suoi principj ha cangiato egli sistema prendendo in conto tre elementi, che si oppongono al moto de' solidi dentro de' fluidi, cioè la massa, che resiste come il quadratro della velocità, la tenacità, ch'è costante, e la frizione, che si oppone colla legge del VVallis. L'accuratissimo s'Gravesande (1) assicura di non avere ritrovato i suoi esperimenti troppo mancanti dalla legge del Nevvton. Imperocchè considerando essere la stessa cosa, che un solido si muova contro di un fluido; o un fluido contro di un solido, dopo di avere immerso un peso dentro dell'acqua, e tenutolo attaccato all'estremo di una bilancia vide che secondo le varie velocità, con cui usciva l'acqua dal vaso, e nell'uscire agiva contro il corpo immerso, era necessario per far equilibrio all'azione dell'acqua appendere all'altro estremo della bilancia pesi che prossimamente erano come quadrato della velocità dell'acqua, ed insieme come la stessa velocità.

Io non voglio rammemorare tutti que' Geometri, che hanno dalle suddette leggi cavati i loro teoremi, tra' quali i più eminenti sono il Leibnizio, il Varignon, l'Ermano; avvertirò solamente, che il Signor Conte Riccato in una sua Dissertazione stampata ne' Supplementi al Giornale de' Letterati d'Italia giudica non poter ammettersi la legge del VVallis senza che s'incontri l'assurdo; imperocchè oscillando un pendolo in una cicloide, e resistendo il mezzo come la semplice velocità, seguita, che il pendolo non può reciprocare; ma compiuta una semivibrazione egli si dee mettere in quiete nella linea verticale, e nel punto infimo della cicloide. Da ciò deduce essere parimenti falsa la legge del Nevvton; mentre quando si ammetta un grado di resistenza, che sta come la velocità, si dà sempre nell'assurdo suddetto. Quale sia però tal legge egli in tal luogo non determina, nè in altri luoghi finora ha determinato.

Dè

(1) *Fisic. Lib. 2. c. 11.*

De' Fenomeni dipendenti dagli equilibrj dell'Aria Cap. VII.

Esperienza Prima.

SIA il globo di metallo AB (1) di dentro incavato, cui sia fermato con una vite il tubo CDA costruito con una chiavetta D, con cui si dà, e si toglie l'ingresso dell'aria dentro il globo. Se aperta la chiavetta D si preme con forza per mezzo dello stantuffo EF l'aria contenuta nella cavità DA, è obbligata questa ad entrare nel globo, da cui, quando si chiude la chiavetta, non può uscire. Ciò replicatamente facendo, molta copia se ne introduce nel globo, e allora confrontando per mezzo di una bilancia il peso che ha, con quello che aveva, si ritrova essere accresciuto di peso, ed in tal modo si deduce essere l'aria un fluido pesante. Se si apre la chiavetta D, si vede uscir l'aria con empito, ed il globo ricuperar il suo peso primiero; onde si deduce la sua elasticità.

Queste due proprietà dell'aria non si può dire, che fossero ignote agli antichi, tra' quali Aristotele nota espressamente esservi negli otri gonfi e ripieni di aria maggiore peso di quello, che ne' voti; e della elasticità dell'aria un elegante trattato ci lasciò Erone di Siracusa (2). Giacquero però tali dottrine per lunga serie di secoli sepolte nell'obblio, finochè ne' nostri tempi furono restituite, o per dir meglio di nuovo inventate.

Proposizione Prima.

Se si divide il fluido aereo in colonne eguali, o diseguali, saranno in equilibrio tra se.

Ciò seguita dalle leggi dell'idrostatica di sopra accennate.

Corollario.

Perciò non è sensibile il peso della colonna aerea, il che ha cagionato in molti l'errore di credere, che non abbia peso.

Proposizione Seconda.

L'elaterio dell'aria è sempre eguale al peso della colonna aerea premente.

S Quan-

(1) *Fig. 17. T. 8.* (2) *Spirit.*

Quanta è la forza del peso, tanta è la forza, con cui l'aria resta compressa. Perciò una forza, che non può superare il peso della colonna aerea sovrastante, non potrà comprimere la massa di aria, che alla stessa colonna sta sottoposta.

Corollario.

Dalle quali cose seguita essere lo stesso l'aver forza di comprimere una massa di aria, e l'aver forza di elevare la colonna aerea che le sovrasta.

Esperienza Seconda.

Siavi un tubo, la cui altezza sia maggiore di trentadue piedi, e per la bocca superiore si riempia di acqua. Se dopo di essere stato riempiuto si rivolta colla bocca aperta all'ingiù, discende l'acqua sinochè giunta a trentadue piedi di altezza resta sospesa e non fa più moto.

La cagione di tale fenomeno è la gravità dell'aria. Imperocchè non può discendere l'acqua, ed uscire per la bocca aperta, se non innalza, come ne' tubi comunicanti, una colonna di aria, la cui base si agguaglia alla bocca del tubo. Perciò finochè il peso dell'acqua supera il peso dell'aria, dee discendere l'acqua; ma subito che il peso dell'acqua si agguaglia al peso dell'aria, si fa l'equilibrio, il che accade all'altezza di trentadue piedi.

Primo fu il Galilei, il quale intese non poterli sospendere l'acqua più che all'altezza di trentadue piedi. Aveva egli osservato, che a maggiore altezza non potevano farla ascendere i ricercatori delle fontane dentro i tubi. Ma la teoria di tali fenomeni non ci espose; e il primo a manifestarla fu il Torricelli suo discepolo.

Esperienza Terza.

Imperocchè avendo preso l'anno 1643. un tubo di vetro (1) AB lungo quattro piedi aperto in A, e sigillato all'usanza di Ermete in B, ed avendolo riempiuto di mercurio, dopo avere immerso nel vaso D l'orificio A, vide equilibrarsi il mercurio a ventotto pollici in circa, il quale sperimento avendo nell'anno 1644. molte volte ripetuto in Francia il P. Mersenno, e avendolo sempre ritrovato costante, lo pubblicò, il che diede occasione a Biagio Pascal di fare nel 1647. gli sperimenti, che si leggono nel suo eccellente trattato dell'equilibrio de' fluidi.

Espe-

(1) *Fig.* 18. *T.* 8.

Esperienza Quarta.

Tra i quali uno de' più insigni fu quello fatto sulle cime del monte chiamato *le Puy de Domme* nell'Alvergna. Imperocchè presi due tubi di vetro di egual diametro, riempiutili di Mercurio, e nella solita maniera rinversati, osservò in uno de' tubi posto alla radice del monte starsi il Mercurio sospeso all'altezza di ventotto pollici e tre linee; ma nell'altro posto sulla cima del monte, il cui perpendicolo era di 3000. piedi, starsi il Mercurio a ventitre pollici e tre linee.

Le quali cose evidentemente dimostrano essere la causa di tali fenomeni non altra, che la gravità dell'aria. Imperocchè essendo il Mercurio quattordici volte più grave dell'acqua, dee l'altezza della colonna Mercuriale essere la decimaquarta parte della colonna acquea, ed in conseguenza dove l'acqua per far equilibrio alla colonna dell'aria è necessario, che sia ad un'altezza di trentadue piedi, bisognerà, che il Mercurio non abbia altra altezza, che ventotto pollici. E perchè sulle cime del monte la colonna aerea è più breve, e perciò meno pesante, la colonna Mercuriale antagonista è necessario, che sia minore.

Esperienza Quinta.

Ma per maggiormente assicurarsi, che di tali fenomeni la cagione è la gravità dell'aria, fece il suddetto Autore lavorar il tubo ricurvo (1) ABCDE sigillato in A all'usanza di Ermete; ed aperto in D, otturando l'apertura con una piccola vescica. Avendolo riempiuto di Mercurio, e nella maniera ordinaria avendolo rinversato nel vaso F, discese il Mercurio nel tubo DEF sino al punto E, e nella parte curva restò sospeso in equilibrio ad eguale altezza in C, e B. Ma tosto che punse con un ago la vescica, entrandovi all'improvviso l'aria, fu cagione, che nel tubo DEF il fluido precipitasse; ma in CBA s'innalzasse fino al punto A.

Se obliquamente si pone il tubo, allora parimenti resterà sospeso il Mercurio alla medesima altezza, cioè allo stesso perpendicolo riguardo all'orizzonte. Imperocchè, come abbiamo detto, la gravità non agisce se non perpendicolarmente, e tanto gravita un liquore in un tubo obliquo, quanto in un perpendicolare, quando sieno eguali le basi, ed eguali le altezze.

S ij Se

(1) *Fig.* 19. *T.* 8.

Se la colonna aerea, che preme il Mercurio, e lo sospende acquista per qualche Fisica causa maggiore o minore forza, essendo il resto pari, sarà maggiore o minore l'altezza, cui egli resta equilibrato. Perciò hanno giudicato i Filosofi potersi prendere tale stromento come il vero, e certo criterio del maggiore, o minor peso dell'Atmosfera, e l'hanno chiamato *Barometro*, cioè misuratore della gravità. Le mutazioni de' tempi cagionano per l'ordinario le mutazioni di peso nell'Atmosfera, osservandosi nel tempo piovoso farsi più leggiera, e nel sereno più grave. La cagione per cui ciò si fa, congetturano, che sia la rarefazione introdotta in essa da quella stessa calida esalazione, che ha innalzato i vapori. E' però da osservare, che a tali cangiamenti di altezza non poco contribuiscono i venti, onde allora si fa maggior ascendimento del Mercurio, quando spira un vento dall'alto al basso, come succede per l'ordinario nello spirar de' venti da' monti, e minore quando spira un vento dal basso all'alto, come accade quando spirano i venti dal mare.

Se nel Barometro vi resta qualche porzione di aria rinchiusa, allora il Mercurio resta a minor altezza sospeso. Imperocchè l'elaterio dell'aria rinchiusa agisce sopra il Mercurio, e sforza a cedere la colonna dell'aria esterna, che sostenta il Mercurio; perchè col suo peso natural non discenda. Ma perchè l'aria rinchiusa, più che discende il Mercurio, più si dilata, e perciò più perde di forza, non può interamente far discendere il Mercurio, ma solo fino ad una determinata altezza, la quale ora stabiliremo.

Data qualunque quantità di Aria dentro il Barometro, determinar l'altezza, a cui starà sospeso il Mercurio dentro il tubo.

Lemma.

Gli spazj, ne' quali una data massa di aria si spiega, e distende, sono in ragione reciproca delle forze, che la comprimono.

Ciò si conosce colle osservazioni, ed è confermato dal Boile, Mariotte, P. Reineau, ed altri.

Sia dunque la lunghezza del tubo $= l$, la quantità dentro rinchiusa $= a$, la pressione di una colonna aerea (che pesa quanto una colonna egualmente grossa di Mercurio alta ventotto pollici) $= f$. L'altezza incognita, in cui dee stare sospeso il Mercurio $= x$, ed in conseguenza lo spazio, in cui si dilaterà l'aria rinchiusa $= l - x$. La forza della colonna aerea sarà diminuita, quanto importa l'altezza x del Mercurio. Dunque per il Lemma avrassi questa proporzione $f : f - x = l - x : a$; e perciò $af = fl - fx - lx + xx$, la risoluzione della qual equazione fa conoscere l'altezza ricercata.

Posta perciò la lunghezza del tubo 40 pollici, e la quantità dell'aria rinchiusa $2 + \frac{2}{7}$ si troverà l'altezza del Mercurio essere di 26 pollici.

Corollarj.

Intesi bene i principj, che abbiamo spiegato, non è difficile il rendere ragione di quantisivoglia fenomeni dipendenti dalla gravità dell'aria, di alcuni de' quali noi renderemo ragione, perchè servano di esempio agli altri.

1. Spiegar la forza del Sifone.

Il Sifone è uno stromento composto di due tubi comunicanti ABCD (1) l'uno de' quali come CD è più lungo dell'altro. Se la bocca A s'immerge nell'acqua contenuta nel vaso EE, e fuori della bocca D si estragge l'aria suggendo, ascende l'acqua nel tubo AB, e quando l'altezza non supera trentadue piedi, è obbligata l'acqua ad entrare nel tubo CD, dove col suo peso discende, e si continua la discesa finochè l'acqua è tutta cavata dal vaso.

La cagion di tal fenomeno è la gravità dell'aria. Quando si sugge l'aria, i muscoli del torace si dilatano, e si esaltano, e s'innalza la colonna aerea, che preme sovra i polmoni; onde trabocca la colonna esterna, che sta sull'acqua del vaso EE, dalla cui pressione è obbligata l'acqua di ascendere, e riempiere tutto il tubo AB finochè passa in CD. Dopo di che col suo peso discende, e tale discesa continua finochè vi è acqua nel vaso EE. Imperocchè non può discendere l'acqua dal tubo CD, che non s'innalzi la colonna, che preme sulla bocca D; ma quando questa s'innalza, trabocca l'altra, che preme sull'acqua EE, ed in conseguenza è obbligata l'acqua di ascendere, il che non finisce se non col finire dell'acqua.

2. Spiegar la forza delle Trombe idrostatiche.

Due sorte di trombe idrostatiche si distinguono; una *premente*, l'altra *aspirante*. Premente è il tubo ABCDE (2). La parte ABC s'immerge nell'acqua, e nella cavità interiore vi sta lo stantuffo AB, che facilmente può alzarsi, ed abbassarsi. Mentre lo stantuffo s'innalza, l'acqua col proprio peso entra nella cavità del tubo pe' fori che sono in C, e riempie lo spazio BCD. Mentre

(1) *Fig.* 20. *T.* 8. (2) *Fig.* 21. *T.* 8.

tre poi lo stantuffo si abbassa, è obbligata l'acqua di ascendere per l'animella D, per la quale può entrar l'acqua, ma non uscire, ed in tal modo passa nella cavità DE. Così continuamente alzando, ed abbassando lo stantuffo, s'introduce nello spazio DE quant'acqua si vuole, onde può uscire per l'apertura E a qual uso si voglia.

L'altra sorta è l'aspirante, come ABCDEF (2). Sta nella sua cavità lo stantuffo AB, il quale facilmente s'innalza, e si abbassa, ed ha un'animella in C, per cui può ascender l'acqua, ma non discendere. La parte del tubo EF sta immersa nell'acqua, e sta in D un'altr'animella, che parimenti ammette l'entrata, ma non l'uscita. Quando s'innalza lo stantuffo AB, allora s'innalza la colonna dell'aria, che gli sta sopra, e trabocca in conseguenza l'esterna colonna. Dalla pressione di questa è obbligata l'acqua di ascendere nel tubo FD, e sforzare l'animella D per passare nella cavità DC. Allora se si abbassa lo stantuffo, è obbligata l'acqua di nuovo a passare per l'animella C dentro la cavità BA. E così continuamente alzando, ed abbassando resta finalmente riempiuta la cavità BA. E può derivarsi l'acqua per l'apertura M a qual uso si voglia.

3. Collo stesso principio s'intende la ragione del nobile sperimento di Ottone Guerichio (2) Consolo di Maddeburgo. Egli prese due Emisferi di bronzo interiormente escavati, il cui diametro era quattro piedi, e dopo avergli esattamente congionti cavata l'aria di dentro non hanno potuto essere separati dalla forza di sedici cavalli, otto de' quali traevano dall'una parte, ed otto direttamente dall'altra. La ragione è perchè da amendue le parti era necessario il superar la pressione d'una colonna di aria equivalente ad una colonna di acqua, la cui altezza è trentadue piedi, e il diametro quattro.

4. Per la stessa ragione due marmi liscj, ed uno coll'altro congiunti non possono se non con fatica separarsi direttamente; e con una forza, che supera il peso di una colonna di acqua alta trentadue piedi, la cui base si agguaglia alla superficie del marmo, che dee separarsi.

5. Spiegar la forza del Fonte di Erone.

Sia il vaso ABC (3), cui si adatti il tubo di metallo AC costruito colla chiavetta B. Si riempia di acqua lo spazio AB, la quale per mezzo di uno stantuffo si spinga per forza per lo foro della chiavetta, e si chiuda poi la chiavetta, perchè non possa più uscire. Di nuovo si riempia di acqua lo spazio AB, e s'introduca collo stesso modo dentro del vaso. Se ciò replicatamente si faccia, può esserne in-

(1) *Fig. 22. T. 8.* (2) *Dello Spazio Vacuo.* (3) *Fig 23. T. 8.*

introdotta molta quantità, nel qual caso l'aria ch'era dentro il vaso, resta a minore spazio compressa. Se per esempio si divide in dodici parti eguali le capacità del vaso, e undici se ne riempiano di acqua, sarà l'aria ridotta al duodecimo del suo spazio, e in conseguenza resa dodici volte maggiore la forza del suo elaterio. Aperta la chiavetta mentre l'aria tende con forza a dispiegarsi, e ridursi al suo primo stato, spigne fuori del tubo CA l'acqua dentro il vaso rinchiuso; e si fa un getto proporzionale alla forza premente.

6. Spiegar la forza dello Schioppo Pneumatico.

Sia il tubo di metallo ABCDEH (1), e collo stantuffo AB costruito con un'animella in B si spinga l'aria dentro lo spazio CE per l'animella C, per cui quando una volta l'aria è entrata, non può più uscire. Replicando l'azione s'introdurrà nello stesso spazio molta copia di aria. Nella stessa cavità siavi un altro piccolo tubo di metallo, colla chiavetta F. Se per l'apertura H s'introduce una palla di piombo dentro il tubo fino in E, allor'aperta la chiavetta l'aria con grand'empito dispiegandosi vibrerà il globo.

Tale macchina dicesi lo Schioppo Pneumatico.

7. Se dentro il Recipiente della Macchina Pneumatica (2) si pone una piccola vescica quasi vota di aria, dappoichè fu cavata l'aria dal Recipiente, incomincia con molta forza a gonfiarsi. In tale sperimento osservò il Bojle sostentarsi da essa cinquanta libbre di peso. Se l'aria lasciata dentro la vescica è in maggior copia, la dilatazione si fa più forte onde in fine la vescica si rompe.

Dalle quali cose si conosce quanta efficacia sia nella elasticità dell'aria.

8. Se nel Recipiente della stessa macchina si pone un vaso di acqua, subito che s'incomincia ad estrarre l'aria, veggonsi uscire con empito fuori dell'acqua alcune piccole bolle, le quali secondo che l'aria si cava, si fanno sempre maggiori, e maggiori. Esse non sono altro, che particelle di aria dentro i pori dell'acqua rinchiuse, e compresse. Lo stesso negli altri fluidi si sperimenta.

9. Per la stessa causa nasce, che lo spirito del vino, estratta l'aria, incomincia nel Recipiente ad agitarsi, le tuniche de' corpi si dilatano, le frutta rugose si tendono, e compariscono più fresche.

An-

(1) *Fig. 24. T. 8.* (2) *Tale macchina fu inventata dal Gureichio, e si può vederne la sua discrizione presso l' Hauksbee.*

Annotazione.

Per rappresentarsi all'imaginazione come tale elasticità possa ritrovarsi in un corpo fluido, si rappresenta il dottissimo Guglielmini (1) essere le parti dell'aria a guisa di tante spirali intorno una figura sferica rivoltate; Imperocchè in tal modo intendesi la sua fluidità, compressibilità, ed elasticità.

Qualunque figura però abbiano le sue parti, ciò che massimamente è da osservarsi, è la loro maravigliosa compressibilità, per cui, come nelle sperienze d'Inghilterra fu osservato, può ridursi fino alla sessagesima parte del suo spazio; e parimenti la immutabilità del suo elaterio, per cui per quanto tempo resti compressa non perde mai la sua forza, ed energia, come si vede nello schioppo pneumatico, che per quanto lungo tempo sia stato teso, agisce sempre colla medesima forza.

Fine del Terzo Libro.

L I-

(1) *Misure dell'acque correnti.*

LIBRO QUARTO.

De' diversi stati de' Corpi sensibili, e delle diverse sensazioni, che per la loro azione vengono in noi eccitate.

Dalla diversa costruzion delle parti, dalla diversa grandezza, figura, e moto, con cui vengono determinate, in fine dalla diversa combinazione, e costruzione delle medesime avviene, che in molte maniere ci muovano i corpi, ed agiscano su' nostri organi, onde varie sensazioni vengano in noi eccitate; e sentiamo per esempio ora il caldo, ora il freddo; ora veggiamo il verde, ora il rosso, ora il ceruleo; ora udiamo un suono acuto, ora un grave; il che da quali corpi si faccia, e come si faccia, e con quai leggi si faccia, conviene ora stabilire. Imperocchè da tali cose dipende una delle più nobili parti della Filosofia.

Delle Sensazioni in genere.

DEFINIZIONI.

1. *Corpo sensibile* si dice quello, che ha facoltà di eccitare in noi qualche sensazione. Tali sono tutti i corpi, che veggiamo, tocchiamo, o sentiamo.

2. *Corpo insensibile* è quello, che non ha facoltà di eccitar in noi sensazione. Tali sono tutti que' minimi corpi, che giudichiamo esistere, ma non hanno per cagion della loro piccolezza alcun'azione sugli organi nostri, nè gli sentiamo, udiamo, o veggiamo, sebbene riguardo agli organi di altri piccoli animali possono essere veduti, uditi, e sentiti, e però riguardo a loro sono sensibili.

3. *Sensazione* si chiama un'affezione, o passione dell'anima per mezzo di un'affezione, o passione di qualche organo esterno eccitata, il qual è mosso dalla forza di un corpo esterno sensibile.

4. *Stato del corpo sensibile* si dice quella costruzione, o determinazione di parti, cioè quella misura, moto, e figura, che si ricerca per eccitare questa, o quella sensazione.

5. *Organo esterno* si dice quella costruzione di nervi, e fibre, nelle quali si fa l'azione, e l'impressione della forza de' corpi esterni sensibili. A cinque comunemente sono ridotti gli organi esterni. Il primo è l'*occhio*, da cui dipendono le sensazioni della luce, e de' colori. Il secondo è l'*orecchio*, da cui dipendono quelle de' suoni.

Il terzo è la *lingua*, onde i sapori; il quarto le *narici*, onde gli odori derivano. Il quinto finalmente abbraccia tutte le altre parti nervee, ovvero fibrose, dai movimenti delle quali dipendono tutte le sensazioni tattili, come il caldo, il freddo, la durezza, la mollezza, l'asprezza, e simili.

6. *Organo comune* è quello, a cui si riducono tutte le impressioni degli organi esterni; ed è il termine di tutti i moti, dalle affezioni del quale immediatemente vengono determinate le sensazioni dell'anima. Tal organo è dagli Anotomici chiamato il *Cerebro*.

7. *Spirito animale* si dice un sottilissimo fluido, che dal cerebro quasi da suo fonte si diffonde, e si sparge a dar moto a tutte le parti del corpo per mezzo de' nervi, per gli quali scorre a guisa di tanti canali, ovvero tubi.

Per intendere bene le quali cose è prima necessario il notare (ciò che dagli Anotomici è dimostrato) esservi nel corpo umano oltre un gran numero di parti, come il tronco, le mani, e i piedi, oltre il grand'apparato degli organi esterni, ed altre innumerabili costruzioni, che servono tutte ad una sì maravigliosa economia, esservi, dico, una grande quantità di vasi, o tubi, per gli quali scorrono i fluidi, che danno moto a tutta la macchina, e nel moto de' quali la nostra vita consiste. Tali vasi a tre spezie si riducono, *arterie*, *vene*, e *nervi*. Le arterie nascono tutte, e si diramano da quella, che si chiama l'*arteria grande*, ovvero l'*aorta*, la quale sta unita al sinistro ventricolo del cuore; ed è come una sua produzione. Le vene parimenti nascono tutte dalla vena, che dicesi *cava*, la quale si distende dal ventricolo destro del cuore. Esce il sangue fuori del ventricolo sinistro con regolate pulsazioni spinto dentro l'aorta, e da questa passando sempre in arterie minori, e minori, arriva finalmente alle parti estreme del corpo, da dove per la continua pressione, che gli viene dal cuore è obbligato per occulte, ed anguste vie entrare in alcune sottilissime vene, che perciò diconsi le *capillari*, dalle quali passa in altre vene sempre maggiori, e maggiori fino che giugne alla vena cava, e passa per essa nel destro ventricolo del cuore. Allora per l'*arteria polmonare* passa ne' polmoni; indi per la *vena polmonare* si restituisce al sinistro ventricolo; onde di nuovo per le arterie scorre alle parti esterne del corpo, perchè poi dalle parti esterne ritorni per mezzo delle vene al cuore. Se due once di sangue si suppone, secondo l'osservazione dell' Arveo, indi del Lovver, uscire per ogni pulsazione dal cuore, contandosi quattromila pulsazioni in circa in un' ora, usciranno dunque ottomila once in un' ora, cioè cinquecento libbre di sedici once; e supposto che la quantità del sangue in un corpo umano sia di libbre venticinque, si faranno dunque in un'ora venti circolazioni totali, ed in un giorno quattrocentottanta.

In tale maravigliosa circolazione, di cui la scoperta da altri viene attribuita all'Arveo, da altri a Fra Paolo Sarpi, è da osservare, che subito che per mezzo dell'arterie, che chiamano *carotidi* è stato al cerebro condotto, allora nelle glandule di quello a guisa di *filtri* si fa di esso una depurazione, e dalle parti più grosse restano separate le più sottili, delle quali si forma una pura, e vivace sostanza, che chiamano lo *spirito animale*. Tale sostanza, che ha la sua origine, e la sua sede prima nel cerebro, è quella, ch' entra per tutti i nervi, e scorrendo per essi a guisa di tanti canali, o tubi, si distende a tutte le parti esteriori, ed interiori del corpo, e si comunica a tutti gli organi.

In tale sostanza come consistono tutti i moti tanto spontanei, quanto non ispontanei, e tutte le facoltà motrici col lungo uso acquistate, che diconsi *abiti*, così massimamente consiste la comunicazione delle impressioni, dalle quali dipendono le sensazioni dell'anima. Ciò dipende dalla maravigliosa legge, con cui il Sommo Autore ci ha costruiti, per cui, come continuamente veggiamo farsi, alle *passioni del nostro corpo si accompagnano le passioni del nostro spirito; e vicendevolmente alle passioni del nostro spirito si accompagnano quelle del corpo*. La quale corrispondenza di due eterogenei principj, cioè a dire di materia, e di spirito non l'avremmo potuta mai penetrare, se colla sperienza non l'avessimo veduta. L'organo esterno è diversamente mosso secondo la condizion dell'esterno movente. La mozione dell' organo è comunicata per mezzo degli spiriti animali al cerebro, dalla cui affezione dipende quella dell'anima.

Il che in quante maniere possa nascere chiaramente si vede, se si considera quanto varia è la tessitura de'nervi, e delle fibre, delle quali gli organi nostri sono composti, ed in quante maniere diverse possono essere dagli agenti esteriori commosse. Perlochè se a ciascuna mutazione dee corrispondere una distinta passione dell'anima, si può conoscere quanto ampia sia la fonte delle nostre sensazioni, e quanto diversi stati possano in noi introdursi. In quella guisa che, come nota il Cartesio (1), negli organi musicali secondo che si muovono diversi tasti, vi corrispondono diversi tubi, dentro de' quali l'aria diversamente mossa cagiona diversi suoni; così ancora nelle impressioni sensibili. Secondo, che dall'esterno movente

(1) *Dell'Uomo.*

vente sono mosse diverse fibre, che a guisa di corde sonore elastiche stanno tese, diversa impressione viene comunicata al cerebro, onde diverse sensazioni conseguono.

Se dall'organo esterno all'organo interno viene per qualche Fisica causa la comunicazione impedita, come accade negli Apopletici, allora per quanta mozione si faccia dall'esterno movente, non nasce la sensazione. Dalle quali cose seguita, che l'organo proprio, e vero delle sensazioni è il cerebro, dalla cui mutazione dipendono le mutazioni dell'anima.

Non è necessario l'investigare (ciò ch'è difficile da scoprire) se il senso comune risieda, come crede il VVillis ne'due piccoli corpi, ch'egli chiama i corpi striati in quella guisa che le specie della memoria stanno nelle sinuosità del cerebro, e l'imaginazione nei corpi callosi; o pure se, come pensa il Fernelio, ciò sia nella pia madre, che inviluppa il cervello, o nella glandula pineale, come credeva il Cartesio, o finalmente in qualche altra parte a noi fin ora incognita. Basta l'intendere che l'organo del senso sia il cerebro, e nel cerebro.

Ma perchè gli oggetti esterni non possono agire sul cerebro, se non agiscono prima sulle parti esteriori del corpo, per questo le parti esteriori sono ancora esse chiamate organi delle sensazioni.

I nomi, co' quali si esprimono le sensazioni sono quasi tutti equivoci. Imperocchè tanto significano l'affezione, che noi sentiamo per l'azione dell'esterno movente, quanto la facoltà stessa, che hà l'esterno movente di eccitare tal affezione. *Calore* per esempio si dice tanto per riguardo a noi, quanto per riguardo al fuoco. Riguardo a noi è la passione stessa che sentiamo per l'azione del fuoco; riguardo al fuoco è la facoltà, che ha il fuoco di farci sentire tale passione colla sua azione. Nello stesso modo è voce equivoca il freddo, l'odore, il sapore, il suono, la luce, il colore, ed altre simili. Ma non è equivoca per esempio la voce di *dolore*, il quale sentiamo per la puntura di un ago; e come diciamo il calore del fuoco, l'odore di un fiore, il sapore di una vivanda, così non diciamo il dolore di un ago.

Delle Legge più generali, colle quali si fanno in noi le Sensazioni.

Una prima Legge è, che gli organi esteriori sieno tesi affinchè sieno capaci di ricevere l'impressione dall'esterno movente. Altrimenti non più si fa l'effetto di quello, che da una corda elastica, che non sia tesa si faccia il suono. Tale tendenza si fa per mezzo degli spiriti animali, che dal cerebro entrano copiosamente ne' nervi organici. Per mancanza di tale tensione non si fa per esempio ne' sordi la sensazione del suono; quando è troppo rilassata la loro membrana timpanica. E per la stessa causa non si accorge talvolta degli oggetti, che ha sotto gli occhi quello, che per la troppa attenzione occupa gli spiriti animali in qualche altro oggetto.

Un'altra legge è, che sebbene la sensazione è una passione dell'anima, che nasce in noi per la passione del cerebro, con tutto ciò non al cerebro si riferisca, ma al suo esterno movente. Così il calore lo riferiamo al fuoco, il freddo al marmo che tocchiamo, il suono a' musicali stromenti che sentiamo, il colore agli oggetti colorati ecc.

Una terza è, che si riferisca la sensazione al di fuori sempre per linea retta. Se con un bastone torto tocchiamo la terra molle sentiamo la mollezza in quella stessa maniera, che se il bastone fosse diritto. Così parimenti quando dall'oggetto all'occhio ci vengono raggi rifratti, la sensazione nostra si fa sempre per raggi diretti.

Della quantità delle Sensazioni.

L'acutissimo Signor Conte Riccato (1) è il solo, ch'io sappia, che siasi proposto d'investigare la proporzione fra le affezioni de' nostri sensi, e la forza degli oggetti esterni. Considera egli le fibre nervose, di cui sono tessuti i nostri organi, a guisa di tante funicelle tese sollecitate dall'azione degli oggetti, che le stirano, e piegano in minime curve elastiche, le quali confondendosi colle loro tangenti, egli è lo stesso, come se tutta la impressione fosse diretta contro il punto di mezzo; e perciò le sensazioni sono più vigorose, o più languide a misura che le fibrelle soggiaciono ad un maggiore, o minore impulso, e rispondono in proporzione alle distensioni. E perchè i tremiti delle corde sonore percosse con forze diverse, non ostante ciò, si fanno tutte in tempi prossimamente eguali, la qual legge non ha luogo se non quando le potenze tendenti serbano la ragione delle distensioni, ciò tanto più si verifica nelle fibre sensorie, quanto esse sono più picciole, e conseguentemente più isocrone le loro restituzioni.

Da tali principj egli deduce, che come sono i quadrati delle forze agenti esterne, così sono i cubi delle sensazioni, che dalle azioni esterne vengono in noi eccitate. E se le fibre sono in tutte le loro dimensioni eguali, ma dotate di diversa rigidità, supposta

(1) *Supplemento al Giornale d'Italia T. 1.*

posta eguale l'azione degli oggetti esterni i cubi delle sensazioni sono come i quadrati inversi delle rigidità.

Corollarj.

1. Avendo la natura disposte le nostre fibre in maniera, che ricevono di traverso gl'impulsi degli oggetti, quanto è più vigoroso l'agente, altrettanto perde di vigore per l'obliquità, cui si riduce la fibra, e quanto più è fiacco, altrettanto a proporzione della propria forza opera con maggior energia, e perciò il senso si risente a' tocchi più languidi, e non rimane offeso dalle impressioni più forti.

2. Se la forza 1 eccita sensazione 1, forza 8 eccita sensazione 4. Un fuoco per esempio ottuplo eccitar dee un calore quadruplo. Così parimenti ampliata la sfera de' sensibili come uno a mille; la sfera delle sensazioni è limitata come uno a cento.

3. Ne' fanciulli le sensazioni sono più vive di quello, che negli uomini; ed all'incontro ne' vecchi più ottuse, e più languide a cagione, che le fibre di questi sono più rigide, e meno atte alla distensione; ma essendo i quadrati delle rigidità in ragione inversa de' cubi delle distensioni, ne segue, che la durezza delle fibre, o la loro resistenza alla distrazione crescono con una legge, e le distensioni, o le sensazioni decrescono con un'altra; cosicchè più aumentano le rigidità di quello, che calano le sensazioni, e còn un ammirabile artificio della natura, meno si perde nel senso, che nel sensorio, e le fibre quantunque indurate dall'età non lasciano però di essere più sensibili di quello, che alla loro durezza converrebbe.

Lemma.

Ogni azione di un movente diffusa dal centro alla circonferenza è proporzionale a' quadrati inversi delle distanze dal centro.

Sia S (1) il centro, da cui si propaga l'azion di un movente, e si descrivano intorno di esso due superficie sferiche TE, MA secondo le due distanze ST, SM. Dico, che la forza in T è alla forza in M come il quadrato di SM al quadrato di ST. Imperocchè la stessa virtù egualmente diffusa in uno spazio maggiore del doppio, diventa doppiamente più languida, in un triplo più languida il triplo; e generalmente diventa in ragion reciproca dello spazio. Ma l'efficacia, che nella distanza ST si diffonde per la superficie sferica TE, nella distanza SM si diffonde per la superficie sferica MA. Dunque tali efficacie saranno in ragione inversa di tali sferiche superficie, ed in conseguenza per Archimede come i quadrati inversi delle distanze ST, SM.

(1) *Fig. 2. T. 9.*

Corollario.

Seguita da tali cose, che dato un medesimo agente decresceranno le sensazioni da esso eccitate, come i quadrati inversi delle distanze. Posta la fiamma a distanza doppia, la sensazione è un quarto; a distanza tripla un nono, e così del resto; il che si conferma colla sperienza.

SEZIONE PRIMA.

Delle Sensazioni, che vengono in noi da' Corpi per mezzo del Tatto eccitate, e della costituzione de' Corpi, da' quali esse derivano.

Sebbene tutti i nostri sensi possono ridursi al Tatto, vedendosi per la sperienza, che tutti i corpi esteriori non eccitano in noi le sensazioni se non per mezzo del loro contatto o mediato, o immediato su' nostri organi, con tutto ciò per maggior precisione ne hanno distinto cinque sensi i Filosofi, l'occhio, l'orecchio, la lingua, le narici, e il tatto riducendo sotto il nome comune di tatto tutte le altre sensazioni, che da' quattro primi sopraddetti organi non provengono.

Per l'organo del tatto stabilirono comunemente gli Anotomici col Malpighi le *papille nervee*, che dalla cute a guisa di tante piramidi insorgono, e s'inseriscono nella *membrana retiforme*, che sta collocata in mezzo la *cuticola*, e la *sostanza fibrosa*. Secondo le diverse impressioni, che i corpi esterni o per se stessi, ovvero per mezzo di altri a tali papille apportano, se vengano queste comunicate al comune sensorio, nascono diverse sensazioni nell'anima, che si chiamano le sensazioni del tatto. Tali sono per esempio quelle del *calore*, del *freddo*, della *durezza*, della *mollezza*, *fluidità*, *asprezza*, ed altre simili, che variano secondo la diversa costituzione de' corpi, che fanno le loro impressioni sulle papille del tatto, delle quali cose ora tratteremo, e prima

Della coſtituzione de' Corpi calidi Cap. I.

QUelli, che non hanno ſeguitato il ſiſtema del filoſofare Meccanico, come Ariſtotele, Galeno, e gli Arabi Peripatetici, hanno conſiderato il calore come una ſemplice qualità al corpo calido aderente, ſenza eſplicare in che queſta qualità conſiſta; ma perchè ciò non apporta lume alcuno a' Filoſofi per rendere ragione de' fenomeni, che da' corpi calidi derivano, è neceſſario l'inveſtigare, onde tale qualità derivi, ed in che eſſa conſiſta.

Il che per inveſtigare Analiticamente oſſervo primamente, che dove vi ha calore, ivi ancora vi ha moto; e dove non vi ha moto, ivi non vi ha calore. Così non hanno forza di riſcaldare il ferro, il marmo, o il ghiaccio, ed altri ſimili corpi, le cui parti componenti o ſono in quiete, o non hanno gran movimento. Ma ſubito, ch'è introdotto il moto nelle loro piccole parti o per mezzo del fuoco, o per mezzo del Sole, toſto acquiſtan calore. Ma non qualunque moto introduce il calore; perchè non per eſempio un moto retto; altrimenti quanto più foſſe rapido il vento, tanto più ſarebbe calido, il che è contro la ſperienza. Non parimente un lento, e placido moto, perchè non veggiamo, almeno ſenſibilmente, farſi calida l'acqua, ſe dentro il vaſo venga leggermente commoſſa. Ma è neceſſario, che ſia un moto celere, e perturbato delle piccole parti, il quale quanto più ſi accreſce, tanto più veggiamo accreſcerſi la forza riſcaldatrice, la quale eſſere maſſima oſſerviamo in quei corpi, ne' quali ſi muovono con agitatiſſimo e rapidiſſimo moto le piccole parti che li compongono, come per eſempio nel noſtro fuoco, dal cui movimento reſtano ſuperati tutti i corpi, liquefatti i metalli, abbattuti gli edificj. Tal è la materia, che compone il Sole, e le Stelle. Dalle quali coſe io deduco non poter in altro conſiſtere la forza riſcaldatrice de' corpi che nello ſviluppo d'un fluido maſſimamente ſottile, ed elaſtico, che ſta ne' detti corpi rinchiuſo, ed imprigionato o ſia il *Foco elementare*, o l'*Etere*, o la Luce ſteſſa, che in ogni luogo ſi trova. Se tale fluido ſi compone di minutiſſime parti, che con ſomma velocità a guiſa di tanti vortici girino intorno un centro, ſi conoſcerà a quali gradi poſſa eſtenderſi la loro forza centrifuga.

Co-

Corollarj.

Tale principio maggiormente ſi conferma, perchè ſeguita da quello l'intelligenza di tutti i fenomeni appartenenti al calore.

1. E primamente è facile l'intendere, perchè due corpi duri ſe ſieno tra ſe confricati, a poco a poco ſi riſcaldino. Così ſe ſi confrica una tavola con un dito, ſi riſcalda la tavola e il dito. Se ſopra un piano inclinato ſi tira per forza un grave, ſi riſcalda il piano ed il grave. Lo ſteſſo accade nella percoſſa. Caldo per eſempio ſi fa il martello, quando percuote il chiodo, e nello ſteſſo tempo caldo il chiodo, quando dal martello è percoſſo. Il che naſce per cagione dello ſviluppo, che ſi fa del fluido elaſtico, che vi ſta rinchiuſo.

2. Quanto più ſono duri i corpi, tanto più difficilmente ſi riſcaldano; perchè più difficilmente ſi mettono in moto le loro parti. Così reſta il marmo più difficilmente riſcaldato di quello che il legno. Ma perchè quando una volta i corpi duri hanno conceputo il moto, più lungo tempo ancora lo conſervano, per queſto ancora più lungo tempo conſervano il loro calore. E perchè quanto più ſono rigidi e duri, tanto più ſono elaſtici, più forte ancora, ed intenſa ſarà la loro forza riſcaldatrice.

3. Un corpo caldo dee comunicar ad un corpo freddo una parte del ſuo calore. Imperocchè per le leggi del moto non può un corpo in moto urtare un corpo in quiete, ſe non gli comunica una parte del ſuo movimento. Per queſto quando un ferro infuocato tocca un ferro freddo, lo riſcalda. Ma perchè nello ſteſſo tempo che il ferro infuocato comunica movimento, egli ne perde; mentre il ſecondo ſi riſcalda, il primo ſi raffredda.

4. E come poſſono variare indefinitamente i gradi del moto impreſſo nelle piccole parti, che compongono il corpo calido, così indefinitamente variar poſſono i gradi della forza riſcaldatrice. Così il ferro ora riſcalda con una forza dupla, ora con una tripla, ſecondo che ora con due, ora con tre gradi di velocità ſi muovono le ſue parti.

5. E dove la maſſima velocità delle parti ſi ritrova, ivi ancora la maſſima forza riſcaldatrice, onde ſi deduce la ragione del ſommo calore, che, come abbiamo detto, è nel Sole, e nel noſtro fuoco.

6. Quando un ferro infuocato ſi eſpone all'aria fredda, a poco a poco ſi va anch'eſſo raffreddando; del che due ſono le cagioni, una il continuo diſpergimento ch' egli fa delle parti ignee, l'altra

tra il continuo estinguimento, che la resistenza dell'aria apporta al suo moto. Se s'immerge nell'acqua in assai più breve spazio di tempo si raffredda a cagione dell'azione maggiore dell'acqua in estinguergli il moto. Non così però se si cerca di raffreddarlo con un aggregato di parti solide, come l'arena, le ceneri, o altro simile. Imperocchè penetrano queste difficilmente a cagione della loro grossezza ne' pori di quello più angusti, onde non possono come l'aria, e l'acqua far ostacolo al suo movimento.

7. Da tali cose in fine s'intende, perchè dal calor dell'estate si rarefanno i corpi più duri. Così osserva il Signor de la Hire una lama di ferro lunga sei piedi dopo essere stata esposta a' raggi del Sole, essere cresciuta in lunghezza due terzi di linea. Così per lo calore del fuoco furono osservati a crescere in estensione lo stagno, il ferro, il bronzo e il cristallo dagli Accademici del Cimento, dal Montanari, dal P. Lana.

Annotazione.

A tali dottrine concordano quelle del Boile (1), il quale tre condizioni ricerca per produrre il calore. La prima è una veemente agitazione di parti. La seconda un' espansione di moto dal centro alla circonferenza. La terza in fine un moto celere delle parti interiori invisibili.

Delle Fermentazioni.

Se nella calcina viva s'infonde acqua fredda, nasce un calor così forte, che non solo riscalda, ma fuma, ed abbrucia. Sonovi innumerabili fluidi, che tra se mescolati fervono, e si riscaldano. Tali sono l'olio di Calcanto, e di Tartaro, i quali mescolati insieme concepiscono un agitatissimo moto. Così lo spirito di vino sparso a poco a poco sull'acqua forte, e sullo spirito del nitro produce molto calore. Lo stesso fassi dello spirito di vitriolo mescolato con olio di terebinto, ovvero di tartaro. Lo stesso dello spirito di orina mescolato con olio di vitriolo. Una mezza libbra di fiori di zolfo con altrettante limature di acciajo immerse nell'acqua fredda, osservò il Boile (2) aver bollito per lo spazio continuo di un' ora con tal calore, che appena si poteva tener in mano il vaso.

Tali

(1) *Della Meccanica produzione del calore.* (2) *loc. cit.*

Tali moti si dicono di *fermentazione*, i quali da' Filosofi Peripatetici sono stati tutti ridotti al genere delle *antipatie*, e perciò lasciati in occulto. Non pare però difficile lo spiegarli, se si considera poter essere tutti questi effetti della forza espansiva, ovvero centrifuga de' piccoli vortici eterei dentro i pori di tali materie imprigionati, e compressi. La sostanza eterea sebbene per la sua sottigliezza penetra in ogni corpo, non però penetra per tutto egualmente, nè scorre colla stessa facilità da per tutto. Se nelle piccole angustie, dentro delle quali sta ristretta vengono i suoi vortici o per nuova materia, che s'introduce, o in altro modo addensati e compressi, allora tendono questi colla loro forza centrifuga a svilupparsi ed espandersi, la qual è maggiore, o minore secondo il grado maggior, o minore della compressione. Posto il quale principio si può render ragione di così stravaganti fenomeni.

Imperocchè primamente se sopra la calcina viva si sparga dell'acqua fredda, avviene, che nasce il fervore, e il bollimento, che si sperimenta, perchè dal fluido acqueo restano disciolte le piccole moli, delle quali la calcina è composta, e viene aperto l'adito alla sostanza sottile rinchiusa, la quale colla sua elastica forza con empito sviluppandosi mette in moto celere e perturbato le parti della calcina, e cagiona per conseguenza il riscaldamento. Sino che lo sviluppo di tale materia non è finito, dura sempre la turbolenza della fermentazione, la quale più o meno è durevole secondo che più o meno di materia sottile rinchiusa, e compressa vi si contiene. Lo stesso vale per tutte le altre fermentazioni. Nel che non può negarsi a' Chimici, che il principio non debba ripetersi, come fanno essi, dalla inimicizia, e conflitto de' sali Acidi, e Alcali; ma nulla giova, come osserva il dottissimo Giovanni Bernulli (1) che l'alcali sia rotto, e spezzato dalle punte dell'acido se non si suppone una forza, che si sviluppi fuori dell'alcali, e sia capace di cagionare quelle turbolenze, che noi veggiamo, la quale egli con molto ingegno desume dalla forza elastica dell'aria dentro l'alcali rinchiusa e compressa, il che riviene al suddetto principio; purchè la forza elastica dell'aria, come è verisimile, non abbia altra cagione, che la forza centrifuga de' vortici eterei.

V ij Dell'

(1) *Dissertazione della Fermentazione.*

Dell' Infiammazione.

Collo stesso principio si può spiegare l' infiammazione; perchè l'*infiammazione* altro non è, che una *fermentazione* più forte. Quando una candela di cera si accende, ciò si fa perchè dal moto delle parti componenti la fiamma con cui si accende, si rompono le piccole celle, nelle quali stanno i piccoli vortici della materia eterea imprigionati e compressi; i quali allora colla loro forza centrifuga espandendosi vibrano, ed arruotano velocemente per l'aria le parti della cera, nel qual moto consiste luce, e calore.

Le materie capaci ad infiammarsi osservano i Fisici essere le sulfuree mescolate colle nitrose. Dove abbonda il zolfo, e il nitro, ivi è maggior l' inflammabilità. Ne' corpi magri come l'acqua, il sale, e le ceneri non si fa l'infiammazione, perchè vi mancano i zolfi. Ma nè pure quando manca il nitro. Per questo, come nota il dottissimo du Hamel (1), accade forse, che i carboni accesi nella macchina pneumatica dappoichè fu cavata l'aria, si estinguono, perchè vi manca il nitro, di cui l'aria sommamente abbonda. Un legno, che lungo tempo fluttuò nell'acqua, meno s'infiamma, perchè una parte de' suoi zolfi è stata disciolta, e dispersa dall'acqua. Quando è posto il nitro nel crogiuolo, con tutta la forza dello specchio ustorio non si accende, ma si accende però co' carboni, che sono ripieni di zolfo.

Da tali cose prese occasione Fra Bertoldo Schuvart Francescano di comporre la polvere *piria*. Costa questa di dieci parti di nitro, tre di zolfo, e cinque di carbone. Così parimenti fu composta la polvere *fulminante* di tre parti di nitro, due di sal tartaro, e cinque di carbone.

L'infiammarsi di un corpo importa una espansione dal centro alla circonferenza proporzionale alla massa infiammata, ed alla forza, con cui è vibrata dalla forza centrifuga dell'etere, che si sviluppa. L'energia di tal moto nella polvere piria si conosce dagli effetti, ch'ella cagiona, onde veggiamo spesso gettati a terra, e distrutti i corpi più resistenti, principalmente se la sua forza si raduni, e si obblighi a qualche direzione, come veggiamo farsi ne' tubi di ferro, ne' cuniculi, e nelle mine.

La

(1) Fis. P. 4.

La causa più comune, perchè si estingue la fiamma è la mancanza della materia, in cui sta compresso l'etere e imprigionato. Perchè come la fiamma non consiste che in un aggregato continuato di parti, che sono arruotate, e vibrate dall'etere, che fuori delle loro cellule si sviluppa, così è necessario ch'ella si estingua subito che cessano tali parti. Per questo la polvere piria in un momento si estingue; perchè in un momento l'etere dentro di essa rinchiuso si sviluppa, ma per lo contrario le altre fiamme durano più tempo secondo che più difficilmente si apre l'adito all'etere di svilupparsi. Ciò si conferma colla sperienza; perchè se s'impedisce in qualche maniera l'uscita dell'etere imprigionato, si può far durar più lungamente la fiamma, come quando s'inumidisce la polvere piria.

Oltre questa cagione ve ne sono alcune altre. Così l'acqua comune, e gli altri liquori magri sono proprj ad estinguer una fiamma, del che la ragion è, che questi liquori entrano facilmente nei pori del corpo infiammato, e impediscono lo sviluppo dell'etere, che tende ad uscire; il che parimenti si conferma colla sperienza; perchè se le parti dell'acqua sono in poca copia, non sono più capaci d'impedire la uscita della ignita sostanza se non per poco, dopo di che superato l'ostacolo esce questa con maggior copia, e maggiore velocità di prima.

Se si racchiude da ogni parte il luogo, dove sta accesa la fiamma, tosto si estingue. Imperocchè fanno impedimento alla sua uscita i corpi, che le stanno d'intorno, i quali non possono allora ceder liberamente, e lasciar l'adito all'ignita sostanza di uscire.

Da tale principio fecondissimo dipende tutta la *Pirologia*, e si può con esso rendere ragione de' fuochi sotterranei, e della loro produzione, e de' Mongibelli, e Vulcani che in molti luoghi si veggono, e di altri tali fenomeni.

Annotazione.

Tale spiegazione non fa, che rischiarare quella del Cartesio (1), per cui il fuoco altro non è, che un aggregato di parti del terzo elemento rapite dal primo.

Il Gassendi crede contenersi attualmente il fuoco nella materia infiammabile, ed essere questo non altro, che un aggregato di atomi rotondi di sua natura velocissimi, i quali quando escono in copia si fanno visibili, e formano la fiamma.

Nè in dissomigliante maniera considerano la infiammazione i Newtoniani.

Del-

(1) Princip. P. 4.

Della Senfazione del Calore.

Quando le parti del corpo calido toccano le papille nervee, che ftanno nella noftra cute inferite, allora vengono effe in un moto ofcillatorio coftituite, il quale comunicato per mezzo degli fpiriti animali, quando qualche caufa non lo impedifca, al comune fenforio, cioè al cerebro, nafce la fenfazione, che noi chiamiamo *calore*. Come indefinitamente poffono effere affette le papille del tatto fecondo i varj moti degli efterni moventi, così indefinitamente poffono variar ancora le fenfazioni, e farfi più o meno intenfe. Quando è debole il moto, con cui tali fibre vengono agitate, allora ciò che fentiamo, lo diciamo *tepidezza*. Se crefce il moto nelle fteffe fibre, lo diciamo *calore*. Infine fe crefce più fortemente, ficchè la fibra fia troppo tefa, o fi rompa, nafce una fenfazione dolorofa, qual è quella, che abbiamo in toccando un ferro infuocato; ovvero un carbone accefo, la quale tanto più dolorofa diventa, quanto più è durevole l'azione del corpo calido, e quanto maggiore ftrazio fi fa delle noftre fibre.

La fenfazione feguita non la condizione del moto affoluto del corpo calido, ma la condizione delle noftre fibre. Per quefto un medefimo corpo può da uno effere fentito calido, e dall'altro freddo. Imperocchè fieno per efempio nelle fibre del primo dieci gradi di moto, e nelle fibre del fecondo ve ne fiano due; e fiavi nelle parti del corpo calido moto cinque. E' chiaro che fecondo le leggi del moto alle fibre del primo farà levata una parte di movimento, ed alle fibre del fecondo ve ne farà aggiunta, ed in confeguenza al primo farà diminuito il fenfo del calore, ed al fecondo aumentato.

Corollarj.

1. Da tali cofe nafce, che quello che comparifce caldo ad uno, può fentirfi freddo da un altro.

2. Per quefto in tempo di eftate, benchè fiavi maggior moto nelle parti dell'aria, fi fentono con tutto ciò freddi i luoghi fotterranei, ed in tempo d'inverno febbene di fatto fono in minor moto, fi fentono caldi. Imperocchè in tempo di eftate effendo grande il moto delle noftre fibre, fi fentono fredde quelle parti, che hanno un moto minore di quelle; ma per lo contrario in tempo d'inverno effendo le parti dell'organo in minor moto, le parti dell'aria, che hanno un moto maggiore, fanno fenfazione di calore.

3. Per-

3. Perlochè fi conofce non poterfi dal noftro fenfo prender la regola della forza efterna rifcaldatrice; ovvero del moto maggiore, e minore affoluto de' corpi calidi, il che diede occafione di cercare a' Filofofi quegli ftromenti, che poffono fervire di *criterio*, o di regola per difcernere i diverfi gradi del caldo, e del freddo. Tali ftromenti fono detti *termometri*, e *termofcopj*. Il più antico è quello, che fu inventato dal dottiffimo Santorio. Egli altro non è, che un tubo ricurvo, di cui la parte fuperiore termina in una sfera vota, la parte inferiore fta aperta. Si riempie di acqua a guifa di Barometro fino ad una determinata altezza, e la parte inferiore s'immerge nell'acqua. Quando crefce il calore, l'aria ch'è dentro il globo rinchiufa fi dilata, e colla fua elaftica forza preme, ed abbaffa l'acqua che fta nel tubo. Per lo contrario quando crefce il freddo l'aria fi condenfa, e dalla preffione dell'efterna colonna aerea vien follevata l'acqua nel tubo. Ma tal forta di termometro ceffò già di effere in ufo. Imperocchè le mutazioni dell'altezza dell'acqua non dal folo calore dell'aria dipendono; ma dalla preffione dell'atmosfera ora più ora meno pefante, e dallo fpirare de' venti. Perlochè altri termometri fono ftati foftituiti, de' quali le defcrizioni fi veggono in diverfi Autori, come nel Guerichio (1), nello Sturmio (2), nel Bojle (3), nel Signor di Amontons (4), ed altri. Uno de' più celebri è quello degli Accademici Fiorentini del Cimento. Egli cofta di un piccolo tubo AB (5), in una delle cui eftremità evvi l'ampolla C.

Si rifcalda l'ampolla C affinchè rarefatta dal calore l'aria, che fta rinchiufa dentro l'ampolla efca fuori del tubo. Allora s'immerge l'apertura A nello fpirito del vino, e fi raffredda l'ampolla, perchè nuovamente condenfandofi l'aria nel tubo poffa il liquore dal pefo dell'atmosfera effere obbligato ad afcendere, ed entrar nell'ampolla. Ciò molte volte fi replica finchè fi è riempiuta tutta l'ampolla, ed una parte del tubo. Il che fatto fi raffredda quanto fi può il liquore, perchè fi riduca alla fua maggiore condenfazione, ed in confeguenza al minimo termine della fua altezza; indi fi rifcalda quanto fi può, perchè fia ridotto alla maggior rarefazione, ed in confeguenza alla maffima altezza. Notati poi gli eftremi limiti di tali altezze, fi figilla all'ufanza di Ermete in A, e dalle diverfe altezze, alle quali afcende, e difcende il liquore fi deducono i diverfi gradi del calore dell'aria, o di qualunque calido corpo, da cui poffa effer egli agitato. Non refta però, che molte circoftanze impedifcano l'efattezza di tali ftromenti.

Una

(1) *Del Vacuo L.* 3. (2) *Coll. Cur. P.* 1. (3) *Storia del freddo*. (4) *Atti di Lipfia* 1706. (5) *Fig.* 3. *T.* 9.

Una nuova maniera di termometro è quella dell' ingegnosissimo Signor d'Amontons (1). Considera egli non essere solo il peso dell' atmosfera quello, che addensa, ed in conseguenza accresce il suo elaterio; ma il calore ancora. Il calore fa sempre sovra di essa uno di questi due effetti, o di rarefarla, o di condensarla. Il primo quando ella è libera ed aperta, il secondo quando è rinchiusa. La ragion è, che l'azion del calore consiste in una infinità di piccole parti agitatissime che penetrano i corpi. Quando entrano esse nell' aria libera e aperta, disserranno, e sviluppano le lame spirali, delle quali essa è composta, e si fa l' aumentazione nel suo volume. Ma se sta rinchiusa in maniera che non possa estendersi, le particelle del fuoco, che tendono ad aprir le sue spire, e non le aprono, premono le particelle dell'aria, e le affollano; dal che fassi maggiore la forza del suo elaterio.

Tale scoperta ha condotto il Sig. d'Amontons all'invenzione di un nuovo termometro. Perchè se si prende un tubo ricurvo, di cui un ramo, ch'essere dee brevissimo, termina in una sfera vota, riempiuta tale sfera di aria condensata più di quello, ch'è nel suo naturale stato, e riempiuto l'altro ramo di Mercurio, è cosa evidente, che l'aria compressa dentro la sfera in virtù della sua condensazione, accresciuta la sua forza elastica, sosterrà il Mercurio nell'altro ramo sovra il livello; e quando il calore verrà maggiormente a comprimerla, si accrescerà sempre più la sua forza; per cui sarà il Mercurio elevato più alto; ma cessando il calore si diminuirà la sua forza, e discenderà il Mercurio.

Circa gli artificj, e cautele, che nella costruzione di tale stromento debbono aversi, si veda il discorso dello stesso Autore sovra alcune proprietà dell'aria inserito nelle citate Memorie.

De' Corpi Freddi. Cap. II.

Siccome la forza riscaldatrice, come abbiamo dimostrato, consiste in un moto rapido e perturbato delle piccole parti, che compongono il corpo calido; così per la ragion de' contrarj la forza raffreddatrice, è facile il conoscere, che non può in altro consistere che nella quiete, o nella diminuzione del moto di tali parti.

Ciò si stabilisce ancora colle osservazioni. Imperocchè dove regna il freddo, ivi si veggono giacere i corpi in una grave torpedine; e vicendevolmente dove manca il moto, ivi regnare il freddo. Come ne'corpi calidi le parti si dissolvono, si rarefanno, e si dissipano, così ne'freddi stanno strette, condensate, e congiunte. I solidi più gravi, le cui parti in conseguenza sono meno facili al moto, sono ancora più freddi; così i marmi, i metalli sono più freddi della lana, della seta, e simili materie; così il mercurio; e l'acqua sono più freddi dell' olio. Le notti, essendo il resto pari, sono più fredde de' giorni; perchè in tempo di notte dal raggio del Sole non è l'aria commossa. Il tempo d'inverno è freddo, perchè il Sole percuote più obliquamente le regioni invernali, ed in conseguenza sono meno efficaci le sue percosse. Dalle quali cose seguita la verità del principio.

(1) Mem. dell' Accad. Reale 1702.

Corollarj.

1. Posto tale principio, è facile l'intendere, perchè i corpi freddi, ed i caldi debbano produrre effetti contrarj, e l'uno debba distruggere l'azione dell'altro.

Imperocchè essendo le parti de'corpi caldi arruotate, e vibrate, se s'incontrano in parti quiete, è necessario, che loro diano qualche grado di movimento, ed esse in conseguenza ne perdano. Così dal corpo caldo A è necessario, che si riscaldi il corpo freddo B, e vicendevolmente dal corpo freddo B si raffreddi il corpo caldo A. Il ferro, la terra, il marmo sono de' corpi più freddi, perchè le loro parti sono difficilmente dal Sole commosse; così il bosso, e la quercia sono più freddi del sovero; ma i corpi fluidi non sono giammai i più freddi; perchè le loro parti sono sempre in qualche maniera dal Sole agitate.

2. Dallo stesso principio seguita parimenti, che le parti di un corpo perdendo le loro oscillazioni, e tremori, debbano perdere ancora il loro calore, e raffreddarsi. Così un ferro infuocato esposto all'aria si raffredda, i carboni accesi sparsi di acqua si estinguono.

3. E seguita, che il moto dell'aria diretto, come il vento, debba raffreddare; imperocchè estingue, o diminuisce le oscillazioni delle nostre papille nervee, nelle quali consiste la sensazion del calore. Per la stessa ragione una camera lastricata di marmo raffredda più, che una lastricata di legno, perchè le parti del legno sono più facili a mettersi in oscillazione di quelle del marmo.

4. Per questo infine quando siamo in qualche pericolo, oltre un esterno pallore, si sentiamo scorrere per le vene il freddo a cagione, che il sangue si strigne al cuore, ed abbandona le parti esteriori, nelle quali per conseguenza resta diminuito il moto; onde Virgilio (1)

(1) Eneide L. 6.

——— *Gelidus Teucris per dura cucurrit*
Oſſa tremor
——— Orror per l'oſſa, e gelo
Corſe allor de' Trojani.

Degli Spiriti Raffreddatori.

Una delle cauſe più generali del freddo giudicano i Fiſici eſſere gli ſpiriti *nitroſi*, che ſpirano continuamente dal Polo Boreale, e che per lo freddo che apportano, chiamano *ſpiriti raffreddatori*. Che tal ſorta di materia ſpiri in molta copia dal Polo lo poſſiamo chiaramente dedurre, come oſſerva il dottiſſimo Nievventiit (1), dal molto nitro, che veggiamo ſtar attaccato a' pareti, che guardano il polo, il quale abbonda più o meno, ſecondo che ſpirano più o meno i venti boreali. Quando ſpirano tali venti può oſſervarſi diventar l'aria più grave, come dimoſtra il liquor del Barometro, e in tal tempo le fiamme del fuoco farſi più vivaci, il che ſappiamo eſſere proprio del nitro. Così ſe verſo la primavera tali venti ſpirano, l'erbe, e le piante più felicemente creſcono, il che parimenti è una proprietà de' nitri. E tali ſpiriti eſſere cagione del freddo lo veggiamo ancora colla ſperienza. Imperocchè fredda farſi l'aria nello ſpirar de' venti boreali, ovvero Euroboreali oſſerviamo, e diſcendere il liquor ne' termometri. Così ſe intorno un vaſo di acqua ſi ponga un poco di nitro inſieme col ghiaccio, l'acqua in breve tempo ſi congela.

Per queſto non altronde, che da tali ſpiriti naſcer deducono il gran freddo, che regna in molte provincie, come per eſempio nell'Ucraina, la quale per altro, riguardo al ſole, non dovrebbe eſſere più fredda della Normandia, con cui è ad una ſteſſa latitudine. Non per altro parimenti in Pechingh, ſebbene è poſta a quarantadue gradi, incominciano a congelarſi i fiumi nel meſe di Novembre, e non ſi ſciolgono ſe non il meſe di Marzo. Così ancora nella Moſcovia Boreale è acutiſſimo il freddo, ſebbene è nella ſteſſa latitudine colla Scozia. Così in fine l'Iſola di Charleton è quaſi deſerta per lo freddo, ſebbene non è che a cinquantadue gradi.

Per tali ragioni principalmente l'accuratiſſimo Gaſſendi giudica, che il freddo conſiſta in una ſpecie di Atomi, che di loro natura hanno queſta facoltà, quali ſono gli Atomi, che noi chiamiamo nitroſi. La cagione però di tali raffreddamenti facilmente ſi può dedurre dal noſtro principio, ſe ſi conſiderano tali ſpiriti a guiſa di tanti piccoli cunei, che penetrando dentro i pori de' corpi, ed introducendoſi con forza, impediſcono le oſcillazioni, ed i moti delle loro parti. Così nel tempo di ſtate l'acqua ſi congela co' nitri; perchè le parti acute di queſti penetrano con forza i pori dell'acqua, e riducono al contatto le parti di tale fluido, che ſtavano prima diviſe, eſtinguendo in tal modo i moti, che da' corpi calidi erano in eſſe introdotti, onde naſce non ſolo il loro freddo, ma ancora, come diremo, la loro durezza. Per lo contrario ſe un pezzo di ghiaccio ſia poſto vicino al fuoco, a poco a poco ſi riduce alla primiera fluidità, perchè le parti del fuoco ſciolgono a poco a poco le fibrelle del ghiaccio, e vi diſcacciano i ſali, che le tenevano l'una coll' altra compreſſe.

(1) *Com.* 28.

Oſſervazioni intorno il Ghiaccio.

Quando l'acqua diviene ghiaccio, allora ſi dilata. Ciò con una vaga eſperienza dimoſtrò il Bojle (1). Imperocchè preſo un vaſo cilindrico di bronzo alto cinque dita, e largo un dito e tre quarti, lo riempì d'acqua, e lo chiuſe con un copertojo di bronzo poſtogli ſopra un peſo di cinquantaſei libbre. Eſpoſto tale vaſo all'aria fredda per tutta una notte, la mattina ſeguente oſſervò il ſuddetto Filoſofo l'acqua agghiacciata, e ſollevato il peſo all' altezza di un grano di orzo. Secondo l'eſperienze degli Accademici del Cimento (2) la maſſa fluida dell'acqua alla maſſa agghiacciata è come $8 : 9$; e ſecondo il Bojle come $9 : 10$. Onde ſegue eſſere la ſpecifica gravità dell'acqua a quella del ghiaccio, come $9 : 8$; ovvero, come vuole il Bojle, come $10 : 9$.

Per rendere ragione di tal fenomeno io conſidero, che le parti dell'acqua, le quali nello ſtato della fluidità ſtavano diſtanti l' una dall'altra preſſo poco a eguali intervalli, allora quando ſi fa la congelazione ſi riducano bensì al contatto, e ſi riſtringano per la forza de' ſali, che vi s'introducono; ma vengono ancora tratto tratto laſciati molti intervalli, e la materia viene a farſi ſpugnoſa con molte cavità altre di una figura, altre di un'altra, quelle maggiori, e queſte minori, come di fatto nel ghiaccio ſi vede. Ed è maſſimamente probabile, che cagione di tali eſpanſioni ſia l'aria, la quale prima ſtava dentro i pori del fluido rinchiuſa, e compreſſa, la quale dalla forza de' ſali ſnidata, colla ſua forza elaſtica ſi dilata, e ſepara nello ſteſſo tempo le parti del fluido tra loro.

Ciò maggiormente ſi conferma colla ſperienza per la gran forza eſpanſiva, che veggiamo aver l'acqua nell'agghiacciarſi. Imperocchè

(1) *Storia del Freddo.* (2) *Saggi di Naturali Eſperienze.*

chè non solo si rompono da essa i vasi di vetro, ne' quali sta rinchiusa, ma talvolta ancora quelli di marmo, e di metallo. Da tale forza espansiva osservò il Padre Cabeo essersi rotto un grosso vaso di marmo, lo Bojle un gran vaso di stagno, l'Ugenio un gran tubo di ferro. Da questo nasce, che spesso per lo gran freddo periscono le piante, principalmente quando sono tenere, e molli, le vene delle quali si rompono per l'umor nutritivo, che dentro di esse rinchiuso si congela, e nel congelarsi si dilata. Per questo parimenti nelle viscere de' monti si rompono le pietre, quando nelle fessure loro l'acqua si congela.

De' Corpi duri. Cap. III.

Duro si dice quel corpo, che resiste al contatto; ovvero, come lo definisce Aristotele (1), *quello che facilmente si contiene entro i termini proprj, e difficilmente si adatta a' termini altrui.* Ma in che consista la durezza non è facile il determinare.

Il Gassendi secondo gli Epicurei antichi non altronde giudica derivare la durezza sensibile de' corpi, che dalla durezza insensibile degli atomi. Essere gli atomi per primitiva loro proprietà indivisibili, ed immutabili, ed in conseguenza più duri di ogni diamante. Come sono di figure diverse, altri ramosi, altri uncinati, altri diversamente curvati, se tra loro s'implicano, e si connettono, potersi formare a poco a poco moli sensibili dure, e resistenti, le quali non si sciolgono finchè tali atomi o dal loro ingenito sforzo, o da altro moto di atomi differenti non si distacchino, e si svelgano. In tale maniera farsi i sassi, i metalli, le selci. Onde Lucrezio (2)

Denique, quæ nobis durata, ac spissa videntur
Hæc magis hamatis inter sese esse necesse est,
Et quasi ramosis altè compacta teneri.
In quo jam genere in primis adamantina saxa
Prima acie constant ictus contemnere sueta,
Et validi silices, & duri robora ferri;
Æraque, quæ claustris restantia vociferantur.

Al fin le cose, che più dure, e dense
Sembrano agli occhi nostri è d'uopo al certo
Ch'abbiano adunchi i proprj semi, e quasi
Ramosi, e l'un coll'altro uniti, e stretti.
Tra le quai senza dubbio il primo luogo
Hanno i diamanti a disprezzare avvezzi
Ogn'urto esterno, e le robuste selci,
E'l duro ferro, e'l bronzo, il qual percosso
Suole altamente rimbombar ne' chiostri.

(1) *Della gen. e corr.* (2) *L. 2.*

In conformità delle quali cose in tal maniera si esprime il Sig. Bernier (1). „ Comme il est constant, que dans la nature il y a „ des corps durs, & des corps moùs, si l'on fait les primiers principes solides, durs, & inebranlables, il s'en pourra non seulement faire des choses dures, comme il est evident, mais il s'en pourra aussi faire des molles, parce que ce qui se formera de ces principes pourra devenir moù par le melange de petits vuides, mais si on les suppose moùs, ou toùjours divisibles, il s'en pourra bien faire des choses molles; mais on ne montrera jamais par aucune raison, qu'il s'en puisse faire des dures, telles que sont le fer, le cailloux, les diamans &c. puis qu'on ne mettra point dans la matiere de soliditè, & de duretè fondamentale, c'est a dire, point de corpuscules, ou d'atomes, qui etant essentielement durs, & solides fassent la duretè des choses. Com'è costante, che in natura vi siano corpi duri, e molli, se si fanno i primi principj solidi, duri, ed insuperabili, si potranno fare non solamente delle cose dure, com'è cosa evidente, ma se ne potranno fare ancora delle molli, perchè ciò, che si formerà da questi principj potrà diventar molle per la mescolanza di piccoli vacui; ma se si suppongono molli, o sempre divisibili, potranno ben farsi delle cose molli, ma non si mostrerà mai per alcuna ragione, che non se ne possano far di dure, come sono il ferro, i sassi, i diamanti; perchè non si metterà nella materia solidità, nè durezza fondamentale, cioè a dire corpuscoli, o atomi, ch'essendo essenzialmente duri, e solidi facciano la durezza delle cose.

La qual opinione sebbene ha molt'apparenza di vero, pure se si esamina, pare, che sia una petizion di principio. Imperocchè si rende ragione della durezza colla durezza, e si può sempre dimandar la cagione, per cui l'atomo è duro, il qual essendo duro, ed essendo esteso, è cosa arbitraria il supporre, che intrinsecamente debbano le sue parti stare in tal guisa congiunte, che sia impossibile il separarle, e non vi abbia da essere una causa esterna di tal consistenza, la quale si cerca, ed Epicuro non assegna. Imperocchè non basta il dire, che non dee darsi il processo nell'infinito; onde doversi pervenire alle prime picciolezze, che sono dure di sua natura; imperocchè non sono assegnabili le prime piccolezze; ed un atomo, che riguardo alla nostra grandezza è come

(1) *Compendio della Filosofia del Gassendi T. 2.*

me un infinitesimo, riguardo ad altre grandezze minori, può aver quella proporzione, che ha un monte, e tutta la terra a noi. Perlochè non vi è maggior ragione, che sia divisibile un monte, e tutta la terra di quello, che l'atomo. Si aggiugne, che come abbiamo detto, la durezza primogenita degli atomi non può se non nel vacuo sussistere, il quale essendo cosa incertissima, che o vi sia, o vi possa essere, come abbiamo detto, sarà ancora egualmente incerto, che non vi sia la primogenita durezza.

Per lo che ad altro principio giudicò doversi ricorrere il Cartesio (1), e la causa della durezza altra non poter essere, che la quiete delle parti, che compongono il corpo duro. Imperocchè essere la quiete uno stato positivo, e perciò dovervi essere una forza per superarla.

Ma che la sola quiete non si possa prendere per lo principio della durezza, è cosa evidente, se si considera, che in tale maniera non vi sarebbono gradi differenti di durezza ne' corpi; perchè se vi sono due corpi quieti, uno non è più quieto dell'altro. Nè la quiete può diventare un positivo stato, se non per una positiva forza, che la cagioni. Che se la sola quiete fosse la causa della durezza, non vi è ragione, perchè vi debba essere tanta difficoltà per separare la metà di un diamante dall'altra metà, mentre ve n'è così poca per muovere lo stesso diamante. Dunque oltre la quiete è necessario, che vi sia una forza, che resista, e ripugni alla divisione, e sia costitutiva della durezza. La quale che cosa sia, e come nasca, bisogna investigare.

Il P. Malebranche crede, che tale forza non in altro consista, che in una compressione de' piccoli vortici eterei, da' quali le parti de' corpi duri restano circondate, secondo il quale sistema così parla ancora il Sign. Fontanelle. „ Quand les particules grossieres sont en repos les unes auprès des autres, & se touchent „ immediatement, elles sont comprimèes en tous sens par les petits tourbillons, qui les environnent, & ausquels elles ne resistent par aucune force, & de là vient la duretè des corps. „ Quando le parti grosse sono in quiete l'una coll'altra, e si toccano immediatamente, elle sono compresse da tutte le parti da' „ piccoli vortici, che le circondano, a' quali esse non resistono „ con forza alcuna, onde nasce la durezza de' corpi. Tale compressione è proporzionale alla forza centrifuga, che hanno per le loro circolazioni tali piccoli vortici, la quale secondo le dottrine dell' Ugenio è maravigliosamente grande, quando la sfera, che gira

(1) *De' Principj P.* 4.

ra è assai piccola, ed assai veloce. Imperocchè essendo le forze centrifughe de' corpi, che girano circolarmente, come i quadrati delle velocità divisi per lo diametro del circolo, che descrivono, se si suppone un corpo girar colla velocità 1 per un circolo, il cui diametro è 1, sarà la sua forza centrifuga 1; ma se la velocità è mille, e il diametro un millesimo sarà la sua forza centrifuga mille milioni. Quando due parti grosse sono da tutti i lati circondate di sostanza eterea, liberamente scorrono per lo bilanciamento, con cui si equilibrano le forze de' vortici eterei; ma quando si congiungono insieme, escludono dallo spazio, in cui vengono a toccarsi i piccoli vortici; onde restano al di fuori compresse, nè possono più separarsi se non da una forza, che supera quella esterior compressione. Di là seguita, che quanto sarà maggiore il contatto, cioè a dire quanto sarà maggiore la superficie, in cui le parti grosse si toccano, tanto più difficili saranno da separarsi, cioè a dire tanto maggiore sarà la durezza; perchè allora in maggior copia restano esclusi i piccoli vortici eterei, ed in conseguenza tanto maggiore è la forza della lor compressione.

Tali cose si confermano dalla sperienza, per cui costantemente si vede diventare più duri i corpi, quanto più si riducono le loro parti al contatto. Così una corda di acciajo, che prima era tenera, e molle, dappoichè è passata per la trafila, diventa dura, ed elastica. Se una massa di farina si mescola con una qualche porzione di acqua, quando le parti di questa s'introducono con forza negl' intervalli delle parti di quella, ch' erano divise, e quasi nello stato della fluidità; si forma una massa dura, che tanto più cresce in durezza, quanto più resta compressa, e quanto più sono ridotte le parti a contatto. Quanto i nitri s'introducono ne' pori dell'acqua diventa l'acqua una massa dura qual è il ghiaccio, ciò che non nasce da altra causa che dal contatto delle parti; perciò quando tali parti di nuovo si sciolgono per l'espulsione de' sali cagionata da' raggi del Sole, o dal fuoco, ritorna di nuovo fluida, com'era prima. I corpi mentre dal freddo si addensano, si fanno più duri; e molti si fanno più duri colle percosse.

Dalle quali cose seguita, che l'esservi durezza in un corpo non importa, che l'esservi parti, che l'una coll'altra si tocchino. *Un* diamante è duro, perchè le piccole parti, delle quali è composto, per la maggior parte si toccano. Dal loro contatto *nasce*, che resta esclusa molta copia di piccoli vortici eterei, *la* forza comprimente de' quali è necessario il superare per distaccare una parte del diamante dall'altra. Quanto è maggiore tale contatto, tanto è maggior la durezza. Nè per altro una massa di ferro è più

più dura, che una massa di piombo; se non perchè nella massa di ferro maggior numero di parti si toccano, che nella massa di piombo.

Spiegare la durezza, e lo spezzamento delle Lagrime Filosofiche. Problema.

La *Lagrima Filosofica* si forma lasciando cader una goccia di vetro liquefatto nell'acqua fredda, ed è così detta, perchè imita la figura di una lagrima. Tal è ABC (1). A dicesi il *capo*, BE la *coda*.

Tali lagrime hanno il capo durissimo, che appena cede a' replicati colpi del martello. La coda è fragile, e rotta questa intorno C, dov'è più grossa, la lagrima si spezza in minutissimi frammenti con istrepito; ma rotta la coda in E, dov'è sottile, la lagrima non si spezza. Nel capo vi si veggono per l'ordinario contenute alcune bolle di aria, ora in maggiore, ora in minor numero, ora più, ora meno grandi. Quando si lima il capo di una lagrima, subito che si arriva ad una di queste bolle, ella si spezza. Se si pone nel fuoco, non più si spezza.

Per rendere ragione di tali fenomeni osserva l'acutissimo Rohault (2), che quando la goccia di vetro s'immerge in un liquor freddo, le prime a raffreddarsi, ed in conseguenza a contraersi, ed addensarsi sono le sue parti esteriori; indi le interiori. Tale addensamento andar sempre degradando dalla superficie al centro, e nella superficie essere il massimo, e al centro il minimo. E perchè dove il corpo è più duro, ivi i pori sono più angusti; saranno dunque i pori dalla circonferenza al centro in un continuo incremento; ed in conseguenza saranno a guisa di tanti coni colla punta alla circonferenza, e colla base al centro. Poste le quali cose seguitano i fenomeni delle lagrime. Perche 1: le parti esteriori da' colpi di martello non deono spezzarsi, e pel loro addensamento, e perchè l'una coll'altra si sostentano a guisa di volta; ma rotta la coda in B deono spezzarsi; perchè viene dato l'adito a' fluidi sottili di entrar in copia per le bocche de' coni, per dove con molta celerità facendo empito contro i pareti del vetro, è necessario, che questi cedano, ed in conseguenza, che si rompa con empito la lagrima. Ma se il collo si rompe in E, dove i pori sono egualmente angusti, ed in conseguenza non si apre

(1) *Fig.* 4. *T.* 9. (2) *Fis. P.* 1.

apre l'adito di entrare con copia a' fluidi sottili, non si fa spezzamento.

Le quali cose sebbene sono con molta probabilità apportate; non è però meno verisimile, che tal effetto possa nascere dalla forza elastica dell'aria, che fu dentro la lagrima addensata, e compressa dalla forza dell' improvviso ed efficace addensamento, con cui si sono ristrette le parti; la quale subito che viene dato l'adito si sviluppa con empito, e frange i piccoli tubi ne' quali è stata compressa a guisa della polvere piria rinchiusa dentro i cunicoli. Il che si conferma colla sperienza; perchè se la lagrima è posta nel fuoco, non più si spezza, perchè rilassandosi i pori a poco a poco dal calore del fuoco, l'aria rinchiusa lentamente si spiega, e perde la lagrima la sua elasticità, come una lama di acciajo posta parimenti nel fuoco.

Altre spiegazioni possono vedersi appresso il Montanari, lo Sturmio, l'Homberg, ed altri.

Annotazione.

Dalla coerenza de' corpi, che si vede allora quando le loro parti sono ridotte a toccarsi, deduce il Nevvton (1) „ essere in „ loro una *forza attrativa*, ch'è fortissima nello stesso contatto, „ e non si estende a troppa distanza dalle stesse particelle, che si „ toccano. Tutti i corpi essere composti di parti dure, altrimen„ ti i fluidi non diventerebbono duri, quando si congelano. Per„ lochè la durezza poter considerarsi, come una proprietà univer„ sale della materia, perchè tutti i corpi, che veggiamo, o sono „ duri, o possono diventar duri. Che se i corpi composti sono „ così resistenti, come sperimentiamo, sebbene hanno pori, e costa„ no solo di parti, che non sono tra loro congiunte, certamente „ le prime particelle semplici, che non hanno pori, nè sono di„ vise, è necessario, che sieno più dure. Ma come possa farsi, che tali parti sieno attaccate, e con tanta forza quanta veggiamo colla sperienza non si può concepire, se non vi è qualche causa per cui queste sieno tra loro attratte, e compresse.

Tale causa forse può sospettarsi non esser altra, che la compressione del fluido etereo, dal quale principio una volta posto seguita l'intelligenza di tutti i fenomeni alla durezza appartenenti. Tale forza, come nota il Nevvton, non si esercita se non alle mi-

(1) *Ottica L.* 2.

minori distanze; perchè non si fa compressione, se non quando si escludono dallo spazio intermedio i vortici eterei; ed è massima nello stesso contatto, perchè allora niente fa equilibrio alla forza esterna premente. Non vi è corpo sensibile, che non abbia parti che si tocchino, e che in conseguenza non sieno compresse, e perciò non vi è corpo sensibile, che non abbia qualche durezza. L'acqua, il Mercurio, e tutti gli altri fluidi sensibili costano di parti dure; così l'aria, ed altri fluidi più sottili; nè in altri che nell'etere possono considerarsi, come non dure, o indefinitamente divise.

De' Corpi Elastici Cap. IV.

Elastico dicesi un corpo, che se da una forza esterna viene compresso, ritorna al suo primiero stato. Tal è un arco di acciajo, una sfera di avorio, o di cristallo; tal è un pallone gonfio di aria.

Quando si restituisce al suo stato intieramente si dice *perfettamente elastico*; e quando non si restituisce intieramente, si dice *imperfettamente elastico*.

Cercano di tal fenomeno la causa i Filosofi; tra' quali il dottissimo P. Mazier non dubita, che quella stessa causa, da cui nasce la durezza de' corpi, sia la causa ancora della loro elasticità.

Secondo questo principio è la sua ingegnosa dissertazione, la quale ha riportato il premio dell'Accademia di Parigi nel 1726; la quale noi compendiosamente riferiremo.

Considera (1) egli tutte le *parti integranti* di un corpo elastico unite insieme in alcuno de' suoi punti, linee, e superficie, ma separate nel resto per un numero indefinito di pori, e di piccoli canali. Ciascun poro, (che per maggiore facilità suppone egli essere sferico) contiene uno o più vortici eterei, che si comunicano scambievolmente per molti canali; che debbono essere assai stretti per non dare il passaggio ad altro fluido, che all'etere, perchè da questo principalmente dipende la perfezione della elasticità. Le parti integranti di tale corpo si possono considerare come tanti altri piccoli corpi elastici, i quali hanno essi ancora le loro parti integranti, e queste seconde parti integranti hanno ancora i loro pori, i loro canali, e i loro vortici proporzionati alla loro piccolezza. Queste seconde parti sono composte di altre terze parti integranti, e così in indefinito. Quando due corpi elastici

(1) *Trattato de' piccoli Vortici.*

si percuotono, si comunicano i loro moti successivamente in un brevissimo tempo. Nel tempo di tale azione restano le parti loro integranti al di dentro premute, ed è obbligato l'uno e l'altro a cangiar di figura per una continua complanazione, che dura fino che i due corpi hanno intieramente perduto le loro forze. Ciò non può farsi se i pori del corpo elastico non mutano di figura ancor essi; e di sferici per esempio che erano, non diventano elittici; onde seguita, che anche i vortici dentro i pori rinchiusi sono obbligati a cangiar di figura, e di sfere che erano, diventar tante elissi. Ciò è lo stesso che dire, che le parti componenti il vortice etereo sien obbligate a perdere l'equilibrio delle loro forze centrifughe; imperochè le parti, che stanno al piccolo asse dell'elissi per la legge delle forze centrali tendono con maggior forza ad allontanarsi dal centro, e quelle, che stanno all'asse maggiore, hanno forza minore. Agiranno dunque con più forza quelle, che queste; cioè a dire vi sarà maggior azione contro i pareti de' pori verso il loro asse minore di quello, che verso il maggiore, il che non può farsi se a poco a poco non restano allungati verso dove erano stati compressi, e ristretti, e nello stesso tempo ristretti verso dove erano stati alllungati, e in una parola se di elittici, che sono, non diventano di nuovo sferici, cioè a dire se il corpo elastico non ritorna alla sua primiera figura. Quanta è l'azione, che comprime il vortice etereo, e toglie l'equilibrio delle sue circolazioni, tanta è la forza, con cui tende il vortice etereo a restituirsi, onde seguita sempre, che se non vi fossero cause straniere, che l'impedissero, dovrebbe il corpo elastico restituirsi intieramente alla sua figura.

Le cause più ordinarie, e le più generali possono ridursi a due. La prima è, che la più parte de' corpi solidi hanno canali assai larghi per dar qualche passaggio all'aria, e ad altri corpi, da' quali può ritardarsi l'azione de' piccoli vortici. La seconda causa è la fragilità de' corpi Fisici. Il vetro per esempio, ch'è sì duro, è anche fragile. Se a tante proprietà, che nel vetro facilitano l'azione de' piccoli vortici, si potesse aggiugnere quella di essere così poco fragile che il bronzo, egli non avrebbe minor forza elastica, che il bronzo. Di fatto se un gran colpo può da un globo di vetro staccare mille parti insensibili, un piccolo colpo ne staccherà alquante. Alcune di queste si staccheranno intieramente dalla sua superficie, altre resteranno dentro i pori di questo corpo senz'aver alcun legame colle altre parti integranti, dalle quali sono state una volta separate. La quantità di queste parti insensibili dee crescere a proporzione delle forze della percossa. Così

Così nella restituzione, che si fa, restano tutti i pori un poco complanati verso dove sono stati compressi; onde seguita l'imperfezione della restituzione; cioè a dire l'imperfezione della elasticità.

Annotazione.

Fu il primo il Cartesio (1) a pensare che la forza elastica non possa procedere, che dall'azione de' fluidi sottili, il che in tal maniera egli spiega. Sia un arco di acciajo, in cui si concepiscano alquanti piccoli pori, o canali, pe' quali liberamente scorre passando e ripassando la sostanza sottile. Se con molta forza si curvi, e si riduca a maggiore convessità, è necessario, che le vie, che sono verso il concavo si facciano più anguste, e quelle, che stanno verso il convesso più ampie. Passando dunque allora il fluido etereo dagli alvei più larghi a' più stretti, agirà contro questi e tenderà a ridurli alla primiera larghezza, il che non può farsi se non si riduce l'arco allo stato primiero.

Il Nevvton (2) risonde tale fenomeno nella legge delle *attrazioni*. Sopra del qual Sistema in tale maniera parla il Keill (3). » *Si talis sit corporis alicujus textura, ut particulæ ultimæ compo-* » *positionis per vim externam a primigeniis suis contactibus pau-* » *lulùm dimoveantur, nec interim in novos contactus commigrent* » *particulæ per vim attractivam sese mutuo petentes, ad contactus* » *primigenios citò redibunt; iisdem verò redeuntibus particularum* » *corpus quodvis componentium contactibus, & positionibus eadem* » *quoque redibit corporis figura, adeòque per vim attractivam cor-* » *pora pristina, quas amiserunt, possunt denuò recuperare figuras.* » Se tale sia la tessitura di qualche corpo, che le particelle del- » l'ultima composizione sieno da qualche forza esterna un poco » rimosse da' loro primigenj contatti, nè frattanto sieno a nuovi » contatti ridotte, tali particelle per la vicendevole loro attrazione » prontamente ritorneranno a' loro primigenj contatti, e ritornan- » do i contatti, e le positure primiere, che compongono il cor- » po, ritornerà parimenti la stessa figura, onde segue, che per » la forza attrattiva possano i corpi le loro perdute figure ri- » cuperare.

Non è difficile l'intendere in che consistano queste *forze attrattive* secondo i sopraccennati principj.

De'

(1) *De' Principj L.* 4. (2) *Ottica P.* 4. (3) *Delle leggi dell' Attrazione.*

De' Corpi Fluidi. Cap. V.

Fluido si dice quel corpo, le cui parti cedono facilmente al contatto, ovvero come lo definisce Aristotele, quello, *che si adatta facilmente a' termini altrui, e si contiene difficilmente ne' proprj.*

In quella maniera, che un corpo è duro, quando le parti, che lo compongono, sono tra se, come abbiamo detto, in vicendevole contatto; così egli è fluido, quando le parti stanno tra di loro distaccate, e disgiunte. Non vi è fluido, in cui le parti non sieno disgiunte. Se una goccia di mercurio si muove sopra una tavola, si divide tosto in altre gocce minori, e minori; il che non potrebbe farsi, se non fossero disgiunte le parti, che lo compongono; lo stesso è di una goccia di acqua, e di qualunque simile fluido. Subito che in un corpo duro si disgiungono le piccole parti, cessa egli di esser duro, ed acquista lo stato della fluidità. Come col contatto delle parti l'acqua di fluida ch'era diventa dura, e fassi ghiaccio; così se di nuovo al primiero distaccamento sono le sue parti ridotte, di dura che fu fatta ritorna ad essere fluida. I metalli più duri diventano fluidi subitochè a forza di fuoco le loro parti, ch' erano strettamente compresse, vengono ad essere distaccate. Una massa di farina, o di polvere sottile non per altro sono simili ad un corpo fluido, che per la divisione delle lor parti. Come quando le piccole parti si toccano, sono da una forza esteriore (come forse quella de' vortici eterei) compresse, la qual è necessario il superare per distaccarle; così quando sono distaccate tra se, non vi è forza, che loro impedisca il muoversi; nuotando liberamente dentro il fluido etereo, le cui parti non più restano compresse di quello, che comprimano bilanciate tra se stesse in un perfetto equilibrio.

Quanto più in un fluido le parti sono divise, tanto più si accosta egli allo stato di perfetta fluidità; onde seguita essere sempre meno fluido quel corpo, il quale, essendo il resto pari, costa di parti più grandi; ovvero di parti più implicate. Così per esempio più fluida è l'acqua del mercurio, e l'aria dell'acqua; perchè le parti dell'acqua sono minori di quelle del mercurio, e quelle dell' aria minori di quelle dell'acqua, e l'olio è meno fluido del mercurio; perchè ha le sue parti più implicate. Dal che si deduce non convenire lo stato della perfetta fluidità ad altro fluido, che all'etere, in cui le parti sono non solo indefinitamente divisibili, ma indefinitamente divise.

Da tale distaccamento di parti congiunto col loro peso, nasce che fa-

facilmente cedono i fluidi al contatto a differenza de' corpi duri; e tanto più facilmente, quanto più le loro parti sono libere e sciolte, come nell'aria e nell'acqua; non implicate ed incatenate, come nell'olio, o altri fluidi viscosi. Per questo si riducono i fluidi ad un esatto livello, come abbiamo osservato nell'idrostatica, e si adattano a qualunque figura di vaso; e si spandono, quando non sono contenuti nei vasi, come osserva Aristotele.

S'egli è vero, che le parti de' fluidi sensibili nuotino tutte dentro il fluido etereo; e s'egli è vero, che le parti del fluido etereo sieno in un continuo rapidissimo moto agitate, seguita che di qualche agitazione debbano partecipar ancora le parti de' fluidi sensibili, e in conseguenza debbano essi sempre essere meno freddi, che i corpi duri, essendo il resto pari. Ciò si conferma colla sperienza, perchè l'acqua si trova sempre meno fredda che il ghiaccio, e il vino, l'olio, ed altri fluidi meno che la terra, e il marmo. Tale interna agitazione de' fluidi si manifesta ancora con altri effetti. Così per esempio se in un bicchiero di acqua sia posto un poco di sale, veggiamo tosto distribuirsi tutto il sale per l'acqua, e qualunque porzione di essa diventar salsa. Lo stesso osserviamo ponendo nell'acqua, o nel vino, e in simili fluidi ogni sorta di polvere, e legni, e foglie, dalle quali il fluido riceve lo stesso colore, e sapore, il che senza un'agitazione delle sue parti non potrebbe farsi. A tali cose si aggiunga, che se non fossero continuamente agitate le parti de' fluidi, per cagione del loro peso a poco a poco bisognerebbe, che fossero ridotte a toccarsi, nel qual caso o per la legge delle attrazioni Nevvtoniane, o per la compressione de' vortici eterei sarebbe a poco a poco ridotto il fluido a durezza.

Non è necessario, come credono alcuni, che le parti de' fluidi, sieno di superficie liscia, ed equabile; imperocchè qualunque sieno le loro figure, basta che sieno distaccate, e divise. E certamente tante Chimiche sostanze sebbene costano di parti acute, aspre, ed ineguali, come sono quelle di tante specie di sali, e di mercurj, non cessano di essere sottilissimi fluidi.

Le differenze delle parti, che compongono i fluidi fanno le differenze de' fluidi. Supposto, che le parti componenti di uno sieno tante piccole sfere, le parti dell'altro ettaedri, di quello piramidi, di questo cubi, è necessario, che i fluidi, che di tali parti sono composti, sieno diversi. I Cartesiani considerano le parti dell'acqua lisce, allungate e serpeggianti, quelle dell'aria come fili di lana ammassati, quelle dell'olio come parti ramose tra se implicate. Il Guglielmini (1) considera l'acqua composta di

(1) *Misura dell' Acque fluenti.*

di tante piccole sfere. Le quali cose sono prese a guisa di congetture nella osservazione ingegnosamente fondate. Ma scoprire esattamente le figure de' primi elementi è difficile, e il determinarlo è pericoloso.

Per la differente natura delle loro parti accade, che altri sono *magri*, altri *pingui*. Magri si dicono quelli, che hanno le parti sciolte, e distaccate, o non molto coerenti, come l'acqua, lo spirito di vino, il mercurio. Pingui per lo contrario quelli, le cui parti sono l'una coll'altra implicate, e notabilmente coerenti, come l'olio, e tutti i fluidi oleosi. Talvolta un fluido pingue si cangia in magro, come per esempio il bianco dell'ovo, il quale quando viene agitato si fa simile all'acqua. La ragione di questo è perchè coll'agitazione si rompono i filamenti viscosi, che tenevano implicate le parti di quel liquore.

La diversità delle parti componenti, e de' piccoli pori, che dentro di loro si contengono, è verisimile, come giudicano i Cartesiani, e i Gassendisti, che sieno tutta la cagione, per cui molti fluidi facilmente si meschiano, e si confondono, e molti altri non possono star confusi. Così l'olio, e l'aceto non si confondono, il sangue di colombo con quello del serpente, ed i fluidi magri co' pingui, le quali cose dagli antichi erano poste sotto il nome di antipatie, e simpatie. Il Gassendi le riduce ad una convenienza, o disconvenienza di atomi, il Cartesio ad una facilità, o difficoltà di comunicazione di moti eterei, il Nevvton alla legge delle attrazioni, e repulsioni.

E' necessario per altro il distinguere l'idea del fluido dall'idea dell'*umido*. Imperocchè fluido è quello, le cui parti, come abbiamo detto, stanno divise, e forse dentro la materia eterea nuotanti; ma *umido* è quello, che si adatta alla superficie di qualche corpo, e penetra i pori di quella. Onde segue essere il fluido un *assoluto* stato; ma l'umido uno stato *relativo*. Così l'acqua si dice da noi umida, perchè quando la tocchiamo si adatta alla nostra superficie, ed entra ne' pori della nostra cute. Ma non è umida per le piume degli uccelli, e per gli pingui liquori. Il mercurio è umido per l'oro; ma non pel legno; e così di molti altri fluidi.

De' Corpi molli. Cap VI.

QUando le parti, che compongono un corpo, non sono ridotte a tanta piccolezza e distaccamento, onde venga egli costituito nello stato della fluidità; ma nè pure sono tanto comprespresse; onde venga ad essere nello stato della durezza; in tale stato medio si chiama *molle*. Allora un corpo è molle quando ne' pori, ch' egli contiene ampj, ed aperti, vi stanno i fluidi più grossi, come l'aria, o l'acqua, che liberamente tra di loro comunicano; onde nasce, che se resta compresso, non ha forza elastica di restituirsi. Secondo la copia maggior, o minore de' fluidi, de' quali resta come inzuppato è maggiore, o minore il grado della mollezza; onde si può concepire, che da un corpo infinitamente elastico ad uno infinitamente molle vi passino infiniti gradi di mollezza intermedia.

Annotazione.

Quando sulle papille nervee della nostra cute agisce un corpo, le cui parti stanno legate, e strette, e non cedono facilmente alla impression esteriore, nasce la sensazione della *durezza*. Quando tocchiamo un corpo, le cui parti stanno divise; e cedono facilmente al contatto, nasce la sensazion della fluidità. Se tocchiamo parti, che dopo averle compresse con forza, ci risaltano contro, sentiamo l'elasticità. In fine se tocchiamo parti, che dopo d'averle compresse le sentiamo restar nella loro compressione, abbiamo la sensazione di *mollezza*.

Di alcune altre Qualità de' Corpi appartenenti al Tatto. Cap. VII.

LE qualità, che abbiamo descritte sono le più generali che appartengano al tatto. Ma oltre di quelle se ne possono distinguere molte altre; come sono la *delicatezza*, l'*asprezza*, la *rigidezza*, l'*acutezza* ed altre. Quando le parti di un corpo, che tocchiamo si sentono da noi equabili, e lisce, lo diciamo *delicato*; quando le sentiamo irregolari, e diversamente inequabili lo diciamo *rigido* o *aspro*. Quando infine sono talmente acute, che nel toccarle entrano nelle fibre del tatto, e ne rompono i piccoli fili, che le compongono, nasce in noi una sensazione dolorosa, e ciò, che tocchiamo, chiamiamo *acuto*, o *pungente*.

SEZIONE SECONDA.

De' sapori. Cap unico.

IL *sapore* considerato in noi è quella sensazione, che nasce in noi, quando gustiamo i corpi che diciam *saporosi*, come quan-

do

do gustiamo le vivande. Considerato ne' corpi significa la forza, o facoltà di eccitar simili sensazioni.

L' orgono de' sapori è comunemente stabilito nella *lingua*. E' la lingua un muscolo composto di una infinità di fibre altre *longitudinali*, altre *trasverse*, altre *oblique*, altre *perpendicolari*. Tre membrane in essa si distinguono; la prima è l'esterna coperta di una grande quantità di eminenze, che tiene luogo di *epidermide*. La seconda è una sostanza glutinosa piena di fori, che si dice la *reticulare*. La terza, ed intima è un corpo nervoso tutto seminato di *papille*, che rassomigliano a tante piccole glandule, e non sono altro che tessiture di piccole arterie, e vene, e nervi, che passando per la reticulare entrano nelle radici delle piccole eminenze, che vi sono nell' epidermide. La corrispondenza, che hanno tali papille col cerebro per mezzo de' nervi del quinto, e nono pari, fa che col Malpighio non dubitino tutti gli Anotomici di costituirle per lo proprio organo del gusto, e la differenza de' sapori non altronde procedere affermino, che dalla varia impressione cagionata in esse da' varj corpi saporosi, che le muovono. Il che è confermato dalla sperienza che fa vedere, che se le parti di un corpo sono così piccole, che poco, o nulla muovano tali papille, il corpo non è saporoso. Per tale cagione l'acqua non ha, che poco sapore, e l'aria è insipida. E se le parti del corpo saporoso sieno messe in maggior moto, onde facciano maggior impressione sulle papille della lingua, più vivace è la sensazione, e per tal causa le vivande calde sono spesso più saporose. Ciò maggiormente si conferma, perchè ivi si esperimenta esservi più esquisita sensazione, dove sono più folte tali papille, come nella radice, e nella punta della lingua. E come qualche parte di simili papille si ritrova ancor nel palato, perciò qualche senso di sapore è necessario, che nasca ancor dal palato, il che è cagione, per cui, come osserva il celebre Nievventiit (1), molti sebbene senza lingua, hanno però distinto diversi sapori.

Se si consultano le sperienze, si vede, che non ogni particella, che compone i corpi saporosi è saporosa. Tali effetti sembrano essere tutti della giurisdizione delle parti saline e sulfuree, che sono ne' corpi saporosi. E certamente non da altri principj prendono la spiegazione di tali fenomeni i Chimici, da' quali non dissentono i più periti in tali teorie, come il Bojle, il VVallis, il VVedelio, ed altri.

Le innumerabili specie di tali parti, e le indefinite maniere, nelle quali possono combinarsi fanno la varietà indefinita de' sa-

Z po-

(1) *Cont.* 15.

pori. A otto specie però possono ridursi con Aristotele, i quali debbonsi considerare come i semplici e i primitivi, da' quali gli altri sono in certa maniera composti, e sono il *salso*, il *pingue*, il *dolce*, l'*acre*, l'*acido*, l'*austero*, l'*acerbo*, l'*amaro*; a cui se vi sia aggiunto l'*insipido*, diventano quanti nel comune distico sono annoverati.

„ *Sunt salsus, pinguis, dulcisque, acidusque sapores*
„ *Acer, & insipidus, austerus, acerbus, amarus*.

Gli *acidi* sono considerati da' Fisici come composti di parti lunghe, rigide, e pungenti, per cagione di che penetrano più profondamente le papille della lingua, e fanno nascere un' assai più viva sensazione. Tali sono gli aceti, e i sughi de' cedri, aranci, ec.

Gli *acri* hanno parti aspre, ed ineguali con molte punte, e prominenze atte a corrodere le fibre. Tali sono i sali volatili, l'arsinico, la sandaraca, il pepe, le cantarelle.

Gli *amari* sono composti di sali acri, e di olj fissi; secondo le diverse proporzioni de' quali nascono diverse sorte di amarezza. Tali sono lo spirito di assenzio, il zolfo abbruciato.

I *salsi* quelli, ne' quali copia di acidi sta inviluppata negli alcali, come il sal gemma, il sal petra, il sal di urina, il sal del sudore.

I *dolci* sono quelli, de' quali i sali sono in tale maniera mescolati co' zolfi sottili, che non pungono le papille della lingua, ma delicatamente le muovono. Onde nascono due sorte di dolcezza, l'una in cui prevalgono le parti saline, l'altra in cui le sulfuree. La prima dicesi *salina*, la seconda *pingue*. Del primo genere è la dolcezza del zucchero, e delle frutta mature. Del secondo quella del miele, dell'uve secche ec.

Gli *acerbi* sono quelli, i cui sali mescolati co' grossi zolfi formano parti di superficie scabra, e inequabile, dalle quali restano presse, e strette le fibrelle della lingua. Tali sono le frutta, che non sono ancora mature.

Gli *austeri* sono differenti solo di grado dagli acerbi; perchè sono meno astrignenti.

Corollarj.

1. Da tali principj s'intende, come i corpi insipidi possono talvolta diventar saporosi, e come talvolta un sapore possa cangiarsi in un altro. Imperocchè un corpo insipido per esempio diventa saporoso, se o vengano introdotte in esso da nuovo parti sulfuree, e saline, che non aveva, o se quelle che aveva vengano sublimate, ed eccitate. Così si cangia un sapore in cangiar combinazione di zolfi, e di nitri; sopra di che molte sperienze sono state fatte dal VVallis, Bojle, VVedelio, ed altri.

2. I metalli, i sassi, le arene, che costano di parti grosse, ed hanno imprigionate le sottili, non fanno sensazion di sapore. Per lo contrario dove abbondano, e stanno sviluppati i sali.

3. Se le papille nervee della lingua stanno per qualche umore viscoso impedite, sicchè non facilmente ricevano il moto de' corpi saporosi, non si fa sensazione. E se tal umore è amaro, amareggia il sapore degli altri corpi.

4. Se le fibre di uno sono più dilicate, e vivaci delle fibre di un altro, quello sente più vivaci i sapori; e come le fibre giammai non sono eguali in due organi diversi; così in due persone diverse non accaderanno mai le stesse precisamente simili sensazioni.

5. Dalle diverse affezioni delle fibre, con cui sono mosse con distrazione ed incomodo, o con uniformità e convenienza, si sentono i sapori grati, ovvero ingrati; onde nasce, che per la diversa costruzione di fibre quello che da uno è sentito più dolce, dall'altro è sentito meno dolce; e quello che da un animal di una specie è sentito dolce, da un animale di un'altra specie può essere sentito amaro.

SEZIONE TERZA.

Degli Odori. Cap. unico.

LA voce di *odore* è parimenti equivoca, come quella di sapore, calore, e delle altre sensibili qualità. Imperocchè conviene egualmente tanto a ciò che si fa in noi, quanto a ciò ch' è proprio dell'oggetto. Considerata in noi significa quella passione, o sensazione, che noi abbiamo nell'odorar un corpo odoroso, come una rosa; e considerata nell'oggetto significa la forza, che ha l'oggetto di eccitare in noi tale sensazione.

L'organo dell'odorato sebbene per lungo tempo fu creduto consistere nei *processi mamillari* del cerebro, che sopra l'osso *spugnoso*, ovvero *cribriforme* dall'una, e dall'altra parte si producono; tutti però i più periti Anotomici dopo il Signor Verney ora consentono doversi costituire nell'interiore membrana delle narici, la qual è penetrata da innumerabili fibrelle de' nervi olfattorj, che passano pe' fori dell'osso spugnoso. Certamente in tale membrana si spargono le fibrelle de' nervi della prima conjugazione, e alcuni rami

rami della quinta, da' quali al cerebro possono essere portate le impressioni. Ciò si conferma colla sperienza, per cui si vede essere più vivace l'odorato in quegli animali, ne' quali sono più folte le fibrelle di tale membrana, come ne' cani da caccia, e meno forte in quelli, che ne hanno minor numero, come negli Uomini.

Degli odori, come dei sapori l'origine sono i sali, ed i zolfi secondo il sistema de' Chimici. E certamente que' corpi sono più odorosi, che hanno maggior copia di sali, o di zolfi. Quando tali spiriti stanno dentro il seno del corpo odoroso imprigionati, non si sente odore. Così una rosa sulla prima mattina, mentre ancora è bagnata dalla rugiada, ed i suoi pori stanno chiusi, niente spira di odore; ma subito che fu riscaldata dai raggi del Sole, e sciolta la rugiada, sono aperte le vie agli spiriti odorosi, incomincia tosto a spargere odor soave.

Per questo è necessaria talvolta la fermentazione per eccitar la sensazione dell'odore. Così l'ambra, e i zibetti se siano presi da se soli niente di grato spirano. Ma se si meschiano insieme, nasce un soavissimo odore a cagione degli spiriti odorati, che si muovono, e si sublimano.

La diversa combinazione di tali spiriti secondo il diverso moto, che apporta alle fibre dell'odorato, cagiona sensazioni grate, o ingrate. Quando esala la parte più pura del zolfo insieme col sale, allora l'odore è grato; ma quando esce il sale invischiato nel zolfo più grosso, allora è ingratissimo. Il muschio puro non è soave; ma mescolato con alquante gocce di spirito di rose ardente, soavissimo spira. Molti corpi, mentre s'imputridiscono più soavemente odorano, come i muschi, i zibetti, ed alcuni escrementi di animali, il che nasce dalla fermentazione, per cui vengono suscitati gli spiriti grati. Dalla mistion di due corpi, che non hanno odore, nasce talvolta un odore ingrato; come quando la calcina viva, e il sale ammoniaco si pestano insieme. Talvolta un corpo fetido serve per aumentare gli odori soavi. Così, come nota il Bojle (1), quelli che portano il muschio dall'Indie, se siasi perduto per lunga esalazione l'odore, sogliono rinnovarlo, lasciando in luoghi fetidi, ed urinosi il muschio per alquanti giorni, le quali cose non nascono che dalle combinazioni degli spiriti odorati dalla fermentazione commossi, e diversamente insieme commescolati.

Quanta sia la sottigliezza degli spiriti odorati si deduce dalla sperienza. Un peso per esempio di ambra grigia, sebbene per tutto un secolo esala, non molto resta diminuito. Un grano di muschio sparge grandissimo odore per assai lungo tempo senza perdere parte sensibile del suo peso. Tale sottigliezza fa, che penetrano essi per gli pori più stretti de' corpi, e muovono il senso dell'odorato, quando sono anche rinchiusi.

(1) *Degli Odori*.

Quando qualche umore ingombra le fibre dell'organo, allora è impedita la loro azione, ed in conseguenza non si fa la sensazione di odore; il che fa, che si perda ancora quella del gusto; ciò, che nasce, come nota il VVallis, dalla vicinanza, che hanno i nervi del gusto con quelli dell'odorato.

SEZIONE QUARTA.

De' Suoni Cap. I.

L'Organo dell'udito è l'*orecchio*, di cui due parti distinguonsi, l'una *interna*, e l'altra *esterna*. L'esterna si dice *auricola*, e costa di una grossa cartilagine coperta da una sottile membrana. Essa è di varj solchi escavata terminanti ad una cavità, che si dice la *conca*, da cui sta divisa la parte interna per mezzo di una membrana detta la *timpanica*. La parte interna incomincia con una cavità tortuosa in modi infiniti solcata, che chiamasi la *cavità del timpano*, da cui per due piccoli fori, che si dicono le *fenestrelle* si entra in un'altra cavità detta dal Fallopio il *labirinto*, di cui tre parti si distinguono, il *vestibolo*, i *canali semicircolari*, e la *chiocciola*, la quale costa di una *lama spirale* terminante al nervo, che si chiama *uditorio*.

La facoltà sonora di un corpo non in altro stabiliscono consistere i Fisici, che nella elasticità delle piccole fibre, che lo compongono; ed i suoni diversi che noi sentiamo, essere in noi eccitati per le diverse impressioni, che fanno per mezzo dell'aria sopra il nervo uditorio i tremori delle piccole parti del corpo sonoro oscillante. Quando per esempio una Campana di bronzo resta dal martello percossa, allora le fibre del metallo dalla percossa compresse tendono pel loro elaterio a restituirsi al loro stato primiero, ed oscillano. I loro tremori vengono comunicati all'aria, e dall'aria alla membrana timpanica, scossa la quale restano scosse le parti interiori dell'orecchio con varia sorte di movimenti variamente cangiati dalla tortuosità, e da' solchi delle cavità interne, finochè sono scosse le fibrelle del nervo uditorio, ed è comunicata l'impressione al sensorio comune, da cui dipende la sensazione dell'anima. Quando una fibra oscilla dentro il fluido aereo, dobbiamo pensare, che nell'aria si faccia ciò che veggiamo mo farsi nell'acqua, allora quando vi gettiamo un sasso. „ *Cum* „ *in piscinam*, dice Seneca, *lapis missus est; videmus in multos* „ *orbes aquam descendere, & fieri primum angustissimum orbem,* „ *deinde laxiores, ac deindè majores, donec evanescat impetus,* „ *& in planitiem immotarum aquarum solvatur. Tale quidam co-* „ *gitemus fieri etiam in aere.* Quando è gettata una pietra den- „ tro di una piscina, veggiamo l'acqua formar varj giri, e pri- „ ma farsi un cerchio minimo, indi altri sempre più ampj, e più „ larghi finochè si dilegua l'empito, e si risolve nel piano del- „ l'acqua immota. Un simile movimento concepiamo farsi ancora nell'aria. Così parimenti Vitruvio. „ *Vox enim est spiritus* „ *fluens, & aeris ictu sensibilis auditui. Ea movetur circulorum* „ *rotunditatibus infinitis; uti si in stantem aquam lapide immis-* „ *so, nascantur innumerabiles undarum circuli crescentes a cen-* „ *tro, & quam latissime possunt, vagantes.* La voce è uno spiri- „ to, che scorre, e si rende sensibile all'udito per mezzo de'colpi „ dell'aria. Si muove questa in rotondità infinite di cerchj, co- „ me se si getta una pietra nell'acqua stagnante, in cui veggiamo „ nascere innumerabili cerchi di onde, che vanno sempre crescen- „ do dal centro, e si distendono quanto possono. Il diffondersi amplamente l'increspamento del mezzo intorno il corpo risonante, apertamente si vede [come nota il Galilei] nel far risonare il bicchiere, dentro il quale sia dell'acqua, fregando il polpastrello del dito sopra l'orlo. Imperocchè l'acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andar ondeggiando, e meglio ancora si vedrà lo stesso effetto fermando il piede del bicchiero nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell'acqua fino presso all'orlo del bicchiere, che parimente facendolo risonare colla confricazione del dito, si vedranno gl'increspamenti nell'acqua regolatissimi, e con gran velocità spargersi in gran distanza dal bicchiere.

Le quali cose essendo così, seguita, che dalle proprietà degli ondeggiamenti dell'acqua percossa dalla pietra potremo generalmente argomentare quelle degli ondeggiamenti dell'aria percossa dal corpo sonoro.

Perciò (1) come altro è l'ondeggiare, che muove un piccolo sassolino, altro quello, che si eccita da una gran pietra, così altre onde farà nell'aria un grosso corpo sonoro, altre un sottile. E come secondo la forza della percossa le onde dell'acqua si spandono più o meno lontane; così ancora le onde dell'aria. E come quelle vanno con ordine successivo, e più che si allontanano dal centro più si fanno languide fino che si dileguano; così ancor quelle dell'aria; onde segue non potersi il suono propagar in istante; e sentirsi più fiacco secondo che si allontana dal corpo sonoro. Corrono i circoli dell'acqua contro le correnti dell'acqua; e quelli dell'aria contro le correnti dell'aria; cioè contro il vento. Se si gettano in acqua due pietre, le onde di una non si distruggono dalle onde dell'altra; così non si distruggono i suoni diversi nell'aria. Finalmente come le onde dell'acqua quando giungono ad un muro contraposto, si riflettono, e ritornano verso il loro centro con l'ordine stesso, con cui dal centro si mossero; così ancora le onde dell'aria, onde si formano le replicazioni delle voci.

(1) *Vedi i Tremori Armonici del P. Bartoli.*

Corollarj.

Tali cose poste non è difficile il render ragione de' più nobili effetti del suono.

1. E primamente perchè due corpi molli percossi appena rendano il suono, ma non così due corpi elastici. Così se l'urto si fa in mezzo dell'acqua appena si sente il suono estinguendosi dalle parti dell'acqua le oscillazioni del corpo sonoro. Per questo come osserva il Gassendi, i nuotatori in sessanta piedi di fondo di mare non sentono lo strepito de'cannoni. Ma se non è tanto grande la profondità si sente qualche suono a cagione dell'aria, che si spande per gl'immensi spazj delle particelle acquee, come nota il Digbeo [1], e il P. Lana [2]. Così attesta Plinio [3] essersi veduti nelle piscine Cesaree accorrere i pesci al nome di Cesare. Se dal recipiente della macchina si cava l'aria, allora una campana percossa non dà suono, il quale subito si sente, che si restituisce l'aria. Da' quali, e da altri innumerabili sperimenti fatti prima dal Guerichio, indi dal Bojle, Scotto, Sturmio ed altri, si manifesta essere l'aria il mezzo proporzionato alla impressione eccitatrice de' suoni.

2. Fino che durano i tremori del corpo sonoro, dura ancora la sensazione del suono, la quale va sempre diminuendosi a misura che si diminuiscono i tremori. Percossa una corda di acciajo, si fa suono, che dura fino che durano i tremori di quella. Ma se in qualche maniera viene estinto di quella il moto, tosto si estinguerà ancora il suono. Per la stessa ragione percossa una campana di bronzo, si sente prima un forte suono, indi un lungo rumore, che a poco a poco si diminuisce, ed in fine si dilegua secondo che a poco a poco si dimi-

(1) *Del Cor. Nat. Trat. 1.* (2) *Magist. della Nat. ed Arte t. 2.* (3) *Storia Nat. L. 10.*

minuiscono, e dileguano i tremori. Quando le due palme delle mani si percuotono l' una coll'altra, si fa un forte suono, perchè l'aria rinchiusa tra le due palme resta con molta forza compressa, e nel restituirsi al suo stato col suo elaterio scuote la membrana timpanica. Per la stessa ragione, se viene agitato per l'aria un lungo flagello, si sente un fischio.

Delle specie diverse de' Suoni. Cap. II.

SEcondo la diversità delle oscillazioni eccitate dalla percossa nelle diverse parti de' corpi sonori nascono suoni diversi. Così si distingue il *clangore* qual è quello delle trombe, il *susurro* qual è quello delle foglie, il *mormorio*, come quello dell' acque placidamente cadenti, il *fragore* come quello de' tuoni, il *croscio*, lo *strepito*, il *sibilo*. Secondo lo stesso principio nasce il suono *forte* o *languido*, *acuto* o *grave*, *aspro*, *dilicato*, *chiaro*, *oscuro*, *ottuso*, *stridulo* ec.

Dalla percossa più o meno gagliarda nasce il suono forte, o piano; ma dalla maggior o minore velocità, con cui oscillano le fibre del corpo sonoro, nasce il grave o l' acuto. Se due corde sonore sono egualmente grosse, ed egualmente tese, quella che è più lunga fa suono più grave di quella che è meno lunga; e fa più lenta la sua vibrazione. Se sono egualmente grosse, egualmente lunghe, ma inegualmente tese, quella ch' è meno tesa, suona più grave, e parimenti vibra più lenta. Finalmente se sono egualmente tese, egualmente lunghe, e inegualmente grosse, la più grossa dà suono più grave, e più lenta vibrazione. Se finalmente sono per ogni circostanza eguali, sebbene sono con diversa forza battute (quando le percosse non accrescano loro notabilmente la tensione) non cangiano il tuono, ed altro non si fa, che renderlo più forte, o men forte.

Per tale cagione nascono i diversi tuoni nelle canne degli organi musicali, ne' flauti, ed altri stromenti. Possono essi considerarsi come un aggregato di piccole fibre diversamente sottili, diversamente tese, e diversamente lunghe. Così parimenti i diversi tuoni delle voci umane. Quando l'aria cacciata dai polmoni entra nella parte superiore dell'*aspera arteria*, e quindi esce per una piccola animella, che dicesi l'*epiglottide*, nasce la voce umana, la quale varia di tuono secondo le diverse velocità con cui si muovono le fibre di quella; intorno alle quali cose diffusamente il Sig. Dodart nelle Memorie dell'Accademia di Parigi 1699.

Del-

Della equabilità del Suono. Cap. III.

I Tremori del corpo sonoro non fanno l' impression sull' orecchio, che dopo qualche intervallo di tempo. Gli Accademici di Parigi dato fuoco ad una bombarda in distanza di 1080. piedi dalla vista della fiamma al sentire del suono, osservarono essere passato un minuto secondo; e tale celerità esser equabile; imperocchè in doppia distanza posti osservarono dal lampo al tuono essere passati niente più che due secondi. Così esperimentò ancora il Gassendi, il P. Mersenno, l' Accademia del Cimento, ed altri. Nota il Sig. de la Hire tal equabilità ancora nell' onde dell' acqua, osservando, che in un vaso avevano percorso uno spazio di dodici piedi in otto secondi, e mezzo, e sei piedi presso poco nella metà del tempo. In tal esperimento egli nota, che come l'onda dell'acqua ha percorso 3 piedi, e $\frac{3}{7}$ in un secondo, e quelle dell'aria percorrono 1080 piedi, la velocità dell'aria alla velocità dell'acqua è in circa come 763 : 1 ovvero prossimamente in ragione inversa delle loro specifiche gravità. Dalla misura di tali spazj deduce il Mariotte (1) essere la velocità del suono a quella del più rapido vento, come 33 : 1, la quale forse è la cagione, per cui o poco, o nulla resiste al suono il vento. Dico poco, o nulla, perchè qualche ritardamento è necessario che il vento faccia; come nota il P. Kirker (2) „ *Quando murus* „ *obtenditur Boreæ, flante Borea, mirum dictu, vox directa refle-* „ *xa notabiliter tardior est. Eodem vero tempore in meridianam* „ *superficiem incidens directa vox celerior reflexa est; in priori enim* „ *experimento vox directa contraria vento ægrius voce reflexa per* „ *medium fertur; vox reflexa vero vento secundo delata celerius re-* „ *dit ad aures ita ut quod obstinatione medii prius perdiderat, jam* „ *celeritate recuperet.* „ Quando il muro [che fa l'Eco] sta verso borea, soffiando il borea, cosa mirabile, la voce diretta è „ notabilmente più tarda della riflessa. Nello stesso tempo rivoltata la voce verso una superficie al meriggio, la diretta è più „ veloce della riflessa; perchè nel primo sperimento la voce diretta contraria al vento si muove per lo mezzo più difficilmente „ della riflessa, e la voce riflessa portata a seconda dal vento ritorna più celere all'orecchio ricuperando colla celerità ciò, che „ aveva perduto per la resistenza del mezzo.

La questione maggiore è, se tutti i diversi suoni vadano con egua-

(1) *Movimento dell' acque*. (2) *Musurgia L. 3.*

guale celerità. Imperocchè pare certamente, che la ragion lo ricusi, e debbano i suoni più forti essere più veloci de' più deboli. Così attesta il Kirker di aver ancora sperimentato. „ *Nam voce, tuba,* „ *sclopeto experimenta adortus ex uno, & eodem loco deprehendi,* „ *quo vehementior est sonitus, tanto eum celeriùs reflecti; ut proin-* „ *de vehementer mirer, quid optimo Mersenno in mentem venerit,* „ *ut sonitum quemcumque ex uno, & eodem loco semper æquè cele-* „ *rem asseruerit.* Imperocchè fatti gli sperimenti colla voce, colla „ tromba, collo schioppo dal medesimo luogo, ho rilevato che „ quanto è più grande il suono, tanto più velocemente si riflette; „ così che molto mi maraviglio che sia venuto in mente all' „ ottimo Mersenno di asserire, che qualunque suono sia equiveloce. Pure vi sono moltissime sperienze in contrario. Così afferma il Gassendi costantemente tutti i suoni grandi, o piccoli che sieno nel medesimo tempo percorrere il medesimo spazio. Conciossiachè essersi caricati un mezzo cannone, uno smeriglio, e una spingarda, e tutti tre diritti colle bocche pari verso dove tre miglia indi lontano attendevano gli osservatori essersi scaricati l'un dopo l'altro, e dagli osservatori, che in capo alle tre miglia stavano, essersi contate eguali vibrazioni di pendolo dal lampo al suono minore, massimo, e mezzano; il che prova con evidenza la eguale celerità de' suoni. Altre sperienze concordi a queste sono state fatte dagli Accademici di Parigi, e di Londra; ed osserva il Sig. de la Hire esser equiveloci le onde dell'acqua, o si getti in essa un gran sasso, o una piccola pietra; dalle quali cose si debbe stabilire non esservi tra' suoni gravi ed acuti almeno sensibile differenza di velocità.

Del raccoglimento della Forza Sonora. Cap. IV.

SE la forza sonora, che per l'aria aperta si distende ampiamente in giro, dentro qualche concavità si ristrigne, si fa maggiore nello stesso modo, che la forza della polvere piria dentro le mine. E se nello stesso tempo dagli ostacoli, che incontrano, gl' increspamenti dell' aria son obbligati in diverse maniere a riflettersi, nascono suoni efficaci in diversa maniera replicati e continuati. Per questa cagione vicino ai muri più che in campo aperto si sente valido il suono, e dentro le selve, e valli de' monti, come tra gli altri osservò lo Sturmio [1], e David Frelichio ne' monti Carpazj secondo che narra il Varenio [2]. E per tal cagione parimenti nascono quegli orribili, e spaventosi suoni, che in diversi luoghi sotterranei si sentono secondo che molti viaggiatori ci atte-

(1) *Coll. Cur. P.* 2. (2) *Geog. L.* 1.

attestano, de' quali molte relazioni abbiamo, raccolte dal P. Kirker [1]. La voce umana in campo aperto non si distingue oltre centoventi piedi. Ma dentro lunghi tubi raccolta a spazj assai maggiori. Così lo stesso Autore [2] nota, essersi per gli acquedotti Romani prodotta la voce fino a 500 piedi; onde s'intende la ragione dell'effetto di que' canali semicilindrici, che alle porte de' Tempj stavano costruiti secondo l'uso de' Goti, de' quali parla lo Sturmio [3], in un estremo de' quali se alcuno con voce sommessa pronunciava alcune parole, nell'altro estremo erano distintamente sentite. Secondo tali principj perfezionò la Tromba parlante il Cavalier Morland Inglese l'anno 1671., cui diede poi l'ultima mano il Signor Kare, secondo il quale essa è costruita di due tubi l'uno di figura elittica, e l'altro di figura parabolica. Le labbra di chi parla si pongono al primo foco dell'Elissi, onde per la proprietà di tal curva siano tutte le linee sonore raccolte nell'altro foco. Che se il tubo parabolico si congiunga coll' elittico in guisa che il foco della parabola coincida col secondo foco dell'elissi, tutte le linee sonore per proprietà della parabola usciranno direttamente tra sè parallele, ed agiranno unite sull' organo dell'orecchio, sicchè a molta distanza potranno rendere molto sensibile il suono. Sopra di che veggasi la dissertazione del celebre Montanari.

Dell' Eco. Cap. V.

QUando le onde dell'aria da una qualche superficie sono ribattute in guisa che ritornano all'orecchio, si sente replicato il suono. Tale replicazione dicesi l'*Eco.*

Per sentir un'eco monosillaba, nota lo Sturmio [4], ricercarsi almeno una distanza di cento piedi, per sentirla disillaba ducento, trisillaba trecento. Quando la distanza è minore di cento non si sente l'eco, perchè nello stesso tempo sensibile resta percosso l'orecchio dal moto diretto, e dal moto riflesso. E quando la distanza è troppo lontana, non si sente, perchè s'illanguidiscono i tremori dell'aria riflessa. Si sentono talvolta echi *polisone*, o moltiplicate. Milliet [5] de Chales riferisce un'eco di dodici replicazioni. Il Gassendi ne riferisce una, che fu vicina a Parigi, di trenta, e non minore è quella, che si sente nella villa Simonetta vicino a Milano, di cui il Kirker [6], il P. Scotto [7], ed altri. Il P. Milliet spiega come tali replicazioni si facciano suppo-

A a ij

[1] *Fonurgia L.* 2. [2] *Fonurgia L.* 1. [3] *Fisica L.* 3. [4] *Fis.* 3. [5] *Musica.* [6] *Fonurgia L.* 2. [7] *Magia.*

ponendo due superficie lisce, ed equabili tra se paralelle, tra le quali si replicano le riflessioni dei raggi perpendicolari sonori, in quella maniera che tra due specchi tra se paralelli veggiamo replicarsi le immagini più e più volte, sino che si dileguano. Non è però improbabile, che ciò anche in altro modo si faccia, e tali replicazioni si sentano per le replicate riflessioni di superficie diverse poste a diverse distanze, nelle quali l'aria successivamente battendo si rimanda per la loro positura all'orecchio con angoli di riflessione eguali a quelli dell'incidenza.

Delle Consonanze Musicali. Cap. VI.

Consonanza si dice una concordia di più suoni, da cui nasce una sensazione grata. *Dissonanza* una discordia di più suoni, da cui nasce una sensazione ingrata. Il primo, che determinò le Leggi delle consonanze, e dissonanze fu, secondo Macrobio, [1] Pittagora. L'origine fu l'aver sentito a percuotere da cinque fabbri con cinque differenti martelli un ferro bollito, de' quali un solo dissonava, e gli altri si rispondevano con armonia. Lasciato da parte il martello discorde trovò il peso degli altri quattro corrispondersi come i numeri 6, 8, 9, 12; ed il primo corrispondere al secondo in diatessaron, ovvero quarta; al terzo in diapente, ovvero quinta, al quarto in diapason, ovvero ottava, onde sospettò che in tali numeri consistessero tali consonanze; del che poi certificossi con molte sperienze fatte sulle corde sonore; Imperocchè battuta una corda di una determinata lunghezza sicchè desse un suono; offervò, che battendone la metà si sentiva l'ottava, due terzi la quinta, e tre quarti la quarta; onde stabilì essere in tali ragioni riposte tali consonanze, il che diede occasione a determinar le altre voci, secondo tutti gl'intervalli, ovvero gradi intermedj, che passano da una data voce alla sua ottava. Tali gradi sebbene sono indefiniti di lor natura, contuttociò perchè non si tiene cura se non de' sensibili, furono a determinato numero ridotti, e sono il comma, il tuono minore, il tuono maggiore; il semituono maggiore, il semituono minore, ovvero il diesis maggiore, il diesis minore, il ditono, ovvero terza maggiore, il ditono diminuito, ovvero terza minore, la diatessaron, ovvero la quarta, il tritono, la diapente, ovvero la quinta, l'esacordo maggiore, ovvero la sesta maggiore, l'esacordo minore, ovvero la sesta minore, l'eptacordo, ovvero la settima; delle quali sono tali le proporzioni.

Mi-

(1) *Sogno di Scipione*

Misure delle voci Musicali supposta la Corda prima per Unità.

Prima voce	1	Diatessaron	$\frac{3}{4}$
Tuono maggiore	$\frac{8}{9}$	Tritono	$\frac{36}{45}$
Tuono minore	$\frac{9}{10}$	Diapente	$\frac{2}{3}$
Emitonio maggiore	$\frac{15}{16}$	Diapente mancante	$\frac{27}{40}$
Emitonio minore	$\frac{24}{25}$	Esacordo maggiore	$\frac{3}{5}$
Diesis minore	$\frac{125}{128}$	Esacordo minore	$\frac{5}{8}$
Ditono	$\frac{4}{5}$	Eptacordo	$\frac{8}{15}$
Ditono diminuito	$\frac{5}{6}$	Diapason	$\frac{1}{2}$

Se le corde sono egualmente lunghe, ed egualmente grosse, e si debbono da esse cavar le voci musicali per mezzo di tensioni, o di pesi traenti, bisogna, che i pesi sieno come i quadrati inversi delle suddette ragioni. Così per esempio se una data corda con una determinata tensione forma una voce, perchè formi l'ottava è necessario, che sia tesa con quadruplo peso, ovvero con quadrupla forza. Ma se le lunghezze sono eguali, ed eguali ancor le tensioni per far le voci colle grossezze (supposta la stessa materia) debbono le grossezze essere come i quadrati diretti delle suddette ragioni; onde perchè una corda suoni l'ottava è necessario in tal caso, che sia meno grossa un quarto. La ragion è, che come osserva il Galilei (1), „ non la lunghezza delle corde, non la tensione, o la „ grossezza sono la cagion prossima, ed immediata delle forme „ degl'intervalli, ma i numeri delle vibrazioni, e delle percosse „ dell'onde dell'aria, che vanno a ferire il timpano dell'orecchio, „ il qual esso ancora sotto le medesime misure viene fatto tre„ mare. Così qualunque sia la lunghezza di una corda, qualunque la grossezza, qualunque la tensione, il peso, o altra circostanza se intanto, che una data corda fa una vibrazione, ella ne faccia due, nascerà sempre l'ottava, e generalmente le voci saranno sempre come i numeri delle loro vibrazioni.

Del-

(1) *Dial. 1.*

Delle voci ſuddette alcuni accoppiamenti ſono grati, ed alcuni ingrati. Quelli, come abbiamo detto, ſi chiamano conſonanze, e queſti diſſonanze. Grate ſono l'ottava, e la quinta, la quarta, la ſeſta, la terza; ma il tuono, il ſemituono, il tritono e la ſettima ſono ingrate.

Del che non ſenza ragione giudica il Galilei (1), e dopo di eſſo tutti i Filoſofi, altra non eſſer la cauſa ſe non la coſpirazione, o contrarietà delle percoſſe date alla membrana timpanica. „ La „ moleſtia di queſte naſcerà cred'io dalle diverſe pulſazioni di „ due diverſi tuoni, che ſproporzionatamente colpeggiano ſopra „ il noſtro timpano, e crudiſſime ſaranno le diſſonanze, quando „ i tempi delle vibrazioni foſſero innumerabili. Conſonanti, e „ con diletto ricercate ſaranno quelle coppie di ſuoni, che ver- „ ranno a percuotere con qualche ordine ſopra il timpano. Sarà „ dunque la prima, e più grata conſonanza l'ottava, eſſendochè „ per ogni percoſſa, che dia la corda grave ſul timpano, l'acuta „ ne dà due, talchè amendue vanno a ferire unicamente in una sì, „ e l'altra no delle vibrazioni delle corde acute . . . . La „ quinta diletta ancora, perchè per ogni due pulſazioni della „ corda grave, l'acuta ne dà tre.

Imperocchè ſi ſupponga lo ſpazio percorſo dalla corda grave eſſer ABC (2), e quello percorſo dall'ottava eſſer DE. Egli è da oſſervare, che quando la grave è in B, l'ottava ſarà in E, dove eſſa ſola percuote; ma quando la grave ſarà in C, l'ottava ſarà ritornata in D, dove inſieme colla grave percuote; e perciò per ogni due vibrazioni amendue le corde inſieme percuotono. Nello ſteſſo modo ſe ſi ſuppone lo ſpazio della grave eſſere ABC (3), e della quinta eſſer DE, quando la quinta è in E, la grave è in B; e perciò la quinta ſola percuote; quando la quinta ritorna in D, la grave ritorna in B, e parimenti la quinta ſola percute. Infine quando la quinta va di nuovo in E, la grave è in A, nel qual tempo amendue inſieme percuotono, e perciò per ogni tre vibrazioni della quinta due ſe ne fanno ſolitarie, ed una accoppiata. Ma ſe la corda è il tritono, è da oſſervare, che per ogni trentaſei vibrazioni della grave il tritono ne fa quarantacinque, ed in conſeguenza non coſpirano ſe non dopo tal tempo, eſſendo per tutto il reſto perturbate, e contrarie. Da tali loro contrarietà ſeguita, che reſti afflitta, e diſtratta la fibra; ed in conſeguenza che naſca diſpiacere, e moleſtia nell'

[1] *Dial.* 1. [2] *Fig.* 5. *T.* 9. [3] *Fig.* 6. *T.* 9.

nell'anima. Così la ſettima non coſpira ſe non dopo quindici vibrazioni della grave; nel qual tempo la ſettima ne fa otto.

Dei Suoni Simpatici. Cap. VII.

SE due corde ſonore ſono perfettamente accordate all'uniſono, dentro i limiti di una certa diſtanza ſe ſi tocca l'una, trema ancora l'altra non tocca, e ſi ſente a ſuonare. Tali ſuoni furono detti *ſimpatici*, de' quali le oſſervazioni vengono ſino da Pittagora, ſe crediamo a Macrobio [1]. Parlò di tali fenomeni ancora Sineſio [2], e Caſſiodoro [3], Aulo Gellio [4], ed altri antichi. Uno de' primi a renderne la ragione fu il dottiſſimo Fracaſtorio [5]. „ *Uniſonum*, dic'egli, *aliud uniſonum commotat*, „ *quoniam quæ ſimiliter tenſæ ſunt chordæ aeris undationes con-* „ *ſimiles & facere, & recipere natæ ſunt, quæ vero diſſimiliter* „ *tenſæ ſunt chordæ, non eiſdem circulationibus natæ ſunt move-* „ *ri, ſed una aliam impedit*. L'uniſono muove l'uniſono, per- „ chè quelle corde che ſono ſimilmente teſe, ſono di loro natu- „ ra diſpoſte a ricevere e fare ſimili ondeggiamenti di aria; e „ quelle che ſono diſſimilmente teſe non ſono nate a muoverſi „ colle ſteſſe circolazioni; ma una circolazione impediſce l'altra. Dopo di lui il Keplero [6], ed in tal modo poi il Galilei [7]. „ Toccata la corda comincia, e continua le ſue vibrazioni per „ tutto il tempo, che ſi ſente a durare la ſua reſonanza. Que- „ ſte vibrazioni fanno tremare l'aria, che le è appreſſo, i cui „ tremori, e increſpamenti ſi diſtendono per grave ſpazio, e van- „ no a urtare in tutte le corde del medeſimo ſtromento, ed an- „ co di altri vicini. La corda, che è teſa all'uniſono colla toc- „ ca eſſendo diſpoſta a far le ſue vibrazioni ſotto il medeſimo „ tempo, comincia al primo impulſo a muoverſi un poco, e ſo- „ praggiugnendole il ſecondo, il terzo, il venteſimo, e più al- „ tri, e tutti negli aggiuſtati, e periodici tempi, riceve finalmen- „ te il medeſimo tremore, che la prima tocca, e ſi vede chia- „ riſſimamente andar dilatando le ſue vibrazioni giuſto allo ſpa- „ zio della ſua motrice.

Ma non è ſolo all'uniſono, che trema, e ſuona una corda lontana; ma ancor ad altre miſure; come all'ottava, alla duodecima, alla doppia ottava; ma con leggi diverſe. Una corda ſonora al toccar della ſua uniſona fa una ſola ſerie di vibrazioni ſecon-

[1] *Sogno di Scipione* L. 2. [2] *Libro degl' Inſogni*. [3] *L.* 2. *Epiſt.* [4] *L.* 9. [5] *Della Simpatia, e Antipatia*. [6] *Dell'Armonia*. [7] *Dialogo primo*.

condo tutta la sua lunghezza, e il movimento più sensibile è nel punto di mezzo; perchè quivi le vibrazioni si dilatano in uno spazio maggiore. Se si tocca la sua ottava, ella fa due vibrazioni, come se fosse divisa in due parti con un fulcro in mezzo. Se è toccata una duodecima fa tre ordini di vibrazioni come se fosse divisa in tre parti eguali, con due fulcri imtermedj. Nello stesso modo se si tocca la doppia ottava fannosi quattro vibrazioni, e tre sono i punti fissi.

Dalle quali cose si deduce la legge della comunicazione di tali moti, ch'è secondo l'unisono. Quando la corda tocca è aliquota di una data corda, risponde sempre un tremore, e nasce suono più o meno sensibile, secondo che l'aliquota è maggior, o minore; ma se si tocca una non aliquota le oscillazioni di questa non convengono colle oscillazioni di quella, e perciò non si fa suono.

Tale principio estese ingegnosamente il dottissimo Salvator a spiegare alcune delle più ardue leggi del Suono, onde gli strani fenomeni della tromba marina, e della tromba metallica, e di altri stromenti dipendono; le quali cose per essere di molto uso noi le esporremo ricavate dalle memorie dell' Accademia Regia di Parigi 1701.

Se una [1] corda di stromento è tesa, ed un cavalletto mobile, che scorre sotto la corda si arresta sotto qualcheduno de' suoi punti, dimodochè percuotendosi pel mezzo una delle sue parti determinate dalla posizione del cavalletto, l'altra non partecipi dello scuotimento, il tuono della parte percossa al tuono di tutta la corda, sarà secondo la proporzione della lunghezza di questa parte, e della corda intiera.

Ma se il cavalletto non impedisce intieramente la comunicazion delle vibrazioni delle due parti, le due parti quantunque ineguali rendono il medesimo tuono. Se per esempio l'ostacolo è alla quarta parte della corda, questa percossa rende la doppia ottava acuta della corda, e gli altri tre quarti, che dovrebbono dare la quarta della corda intiera, danno la medesima ottava.

Su questo fenomeno osserva il Sign. Salvator, che poichè questi tre parti rendevano il medesimo tuono, che un quarto, non dovevano fare le vibrazioni proporzionate alla loro lunghezza, e che si dividevano in tre parti, eguali ciascuna al primo quarto, e facevano le loro vibrazioni separatamente. Da tale supposto seguita esservi tra le vibrazioni di due parti eguali un punto immobile, che non segue nè l'una, nè l'altra vibrazione, e per con-

(1) *Memorie dell' Accademia di Parigi 1701.*

conseguenza due punti immobili vi sono nei tre quarti della corda, e tre in tutta contando per un di questi punti quello dov' è posto l'ostacolo leggiero; perch'egli è effettivamente tra due vibrazioni. Queste vibrazioni parziali, e separate le chiama il suddetto Autore *undulazioni*, i punti immobili *nodi*; e il punto di mezzo di ogni vibrazione *ventre* dell'undulazione.

Quanto a' nodi si trovò nell'Accademia la maniera di provare, s'erano veri ponendo su' punti della corda ove si dovevano fare i nodi, e i ventri delle undulazioni de' pezzetti di carta mezzo piegati, e facili a cadere al minor moto. Percossa la corda si vide, che le piccole carte de' ventri tosto caddero, e quelle de' nodi restarono. Per distinguerle meglio si fecero l'une rosse, e le altre si lasciarono bianche, e si disposero alternativamente a cadere quelle di un color solo.

Quindi apparisce, che l'ostacolo leggiero messo, come abbiamo supposto, sopra un quarto della corda non impedisce la comunicazione delle due parti ineguali, ma la rende solo meno facile. Così determina le due parti a vibrare indipendentemente l'una dall'altra, ma com'elle sono ineguali, la più piccola fa le sue vibrazioni più presto; la più grande più tardi; ma perchè comunicano, la veloce obbliga la lenta a seguire il suo moto. Ma non può far la più grande le sue vibrazioni nello stesso tempo, che la più piccola, se non si divide in parti eguali alla piccola, che domina colla sua celerità. Ciò dunque dovrà farsi.

Se invece di porre l'ostacolo sopra un quarto della corda si pone sopra un terzo, un quinto, un sesto, ec., succederà la stessa cosa, e il tuono di due terzi, quattro quinti, cinque sesti sarà lo stesso, che quello di un terzo, un quinto, un sesto; ed universalmente qualunque aliquota determinata dall'ostacolo darà il tuono.

Ma se l' ostacolo non si mette sotto un' aliquota; come per esempio se si mette sotto due quinti, questi sforzano gli altri tre quinti a prendere una celerità eguale alle loro, il che si fa per due quinti. Restavi dunque un quinto; e tal quinto non lascia di dar la legge a tutto il resto in maniera, che il tuono di due quinti, e tre quinti è lo stesso, che di un quinto. Se l'ostacolo fosse posto su quattro settimi per la stessa ragione la corda si dovrà considerare divisa in sette parti, e il tuono è dato da un settimo.

Applicando questa ipotesi ad un ostacolo posto a tre vigesimi, sembra, che restando due vigesimi, ovvero un decimo si debba considerar la corda divisa in dieci parti, e che il tuono sia un decimo. Ma dee osservarsi che l'ostacolo è sempre nel sito di un nodo, e nella presente supposizione se la corda si dividesse in dieci parti il nodo sareb-

sarebbe posto in un ventre, il che è assurdo, e perciò bisogna che si divida in venti parti, e che il tuono sia un vigesimo.

Si metta dunque l'ostacolo sopra una parte aliquota, o no, la corda si divide sempre nel numero delle parti espresso dal denominatore della frazione supposta la frazione ridotta ai termini minori. Onde segue, che per quanto sieno differenti le parti, dove si mette l'ostacolo, il tuono è lo stesso qualunque volta il denominator della frazione è necessariamente il medesimo. Col qual metodo si costruisce la seguente tavola de' tuoni, supposta la corda sonora divisa in venti parti eguali.

Parti della Corda divisa in 20. intervalli de' Tuoni.

1	Terza maggiore della 4.ª ottava acuta. Perchè $\frac{1}{20}$ è lo stesso, che la ragione composta di $\frac{1}{16}$; e $\frac{16}{20}$. La prima è la 4.ª ottava acuta. La seconda la terza maggiore.
2	Terza maggior della 3.ª ottava acuta; perchè $\frac{2}{20}$ sono lo stesso, che $\frac{1}{10}$. E $\frac{1}{8}$ è la 3.ª ottava acuta; $\frac{8}{10}$ è la terza maggiore.
3	Lo stesso suono, che 1.
4	Terza maggiore della 2.ª ottava acuta. Perchè $\frac{4}{20}$ sono lo stesso, che $\frac{1}{5}$. E $\frac{1}{4}$ è la 2.ª ottava acuta; $\frac{4}{5}$ la terza maggiore.
5	Seconda ottava acuta; perch'è lo stesso che $\frac{1}{4}$.
6	Lo stesso suono, che 2; perchè $\frac{6}{20}$ sono lo stesso che $\frac{3}{10}$, e questi danno lo stesso suono che $\frac{1}{10}$.
7	Lo stesso suono, che 1.
8	Lo stesso suono, che 4. Perchè $\frac{8}{20}$ sono lo stesso che $\frac{2}{5}$; e due quinti danno il suono di un quinto; ovvero $\frac{4}{20}$.
9	Lo stesso suono che 1.
10	Ottava acuta.

Lo

Le altre divisioni sino al 20 sono le stesse, che le precedenti; perchè la stessa cosa è mettere l'ostacolo sopra undici, che sopra nove, e così del resto.

E' facile il conoscere, che il moto di tale ostacolo sempre condotto dall'una di queste parti all'altra, produrrà una serie irregolare di tuoni ora gli stessi, ora differentissimi, e che uno stromento di musica, in cui si trovi qualche cosa di simile, farà dei salti, e passerà da un tuono all'altro, e ritornerà allo stesso senza alcuna proporzione sensibile senza gradi, e contro tutte le regole conosciute. Così la Tromba [1] marina, che non è che un monocordo, ove il dito tiene il luogo di ostacolo leggiero ha delle bizzarrie simili, le quali sarebbono state finora inesplicabili, e sono assai chiare per tale sistema. La Tromba ordinaria, il corno da caccia, i grandi stromenti a vento sono del pari soggetti a queste irregolarità.

Fine del Quarto Libro.

(1) *Vedete l'esplicazione data dal Sig. Robert nelle Transazioni Anglicane compendiate dal Louuthorp T. 1.*

LIBRO QUINTO.

Della Luce, e de' Colori. Cap. I.

LUCE è parola equivoca, come odore, sapore, calore, e tutte le altre, che esprimono le sensibili qualità, e tanto significa la sensazione, che dall'azione del corpo lucido per mezzo dell'organo della vista viene in noi eccitata, quanto il corpo lucido, che ha la virtù di eccitarla.

SEZIONE PRIMA.

Della luce considerata in sè stessa, e delle sue principali proprietà. Cap. I.

PER intendere quali sieno le principali proprietà della Luce se ci mettiamo a considerare il corpo massimamente lucido, qual è il Sole, veggiamo subito esser egli un aggregato di sottilissime, ed agitatissime parti, che dal centro alla circonferenza comunicano la luce non per tutto con egual forza, ma con una forza che va sempre decrescendo più che si stende agli spazj lontani dal Sole. Qualunque linea tirata dal centro del Sole alla circonferenza dicesi *Raggio*.

Se si fa attenzione a tali raggj, e si osserva come in essi vi è una estenzione, un moto, una figura, come allora che cadono sopra una superfizie liscia, e polita, si riflettono, e quando passano da un mezzo in un altro si rifrangono, come per mezzo de' vetri concavi si unisconо, come in fine cangiano di figura, grandezza, e moto, ed hanno tutte le proprietà, che a corpi convengono, non è da dubitare, che essi non siano una sostanza corporea.

In essi non v'è alcuna resistenza alla divisione, qualunque parte sta divisa dall'altra, e pronta a diriggersi per ogni lato, si adatta ad ogni figura, le quali cose costituiscono un esattissimo fluido.

Non v'è alcun corpo sensibile che da essi non sia penetrato. Imperocchè non meno a traverso de' corpi fluidi essi passano, come l'acqua, e l'aria, ma a traverso ancora de' solidi, come il Vetro, il Cristallo, e le Gemme. E se per mezzo d'alcuni corpi passar non si veggono, come l'oro, il rame, ed altri metalli, ciò

ciò nasce per le continue riflessioni degli strati moltiplici, che gli ributtano, onde quella porzione di luce, che passa per gli pori del primo strato, non passa per quei del secondo, e quella che passa pel secondo non passa pel terzo, onde in fine o poco, o nulla di luce più passa. Per altro qualunque corpo, come osserva il Nevvton [1] è penetrabile alla luce, e si veggiono i raggj del Sole anche a traverso dell'oro, quando è ridotto a lame sottili. Le quali cose dimostrano la sottigliezza delle loro parti, onde Lucrezio [2].

Præterea lumen per cornu transit, & imber
Respuitur. Quare? nisi luminis illa minora
Corpora sunt, quam de quibus est liquor almus aquarum.
. . . . In oltre il lume
Passa pel corno; ma la pioggia indietro
Ne vien rispinta, or per qual causa è questo?
Se non perchè del lume assai minori
Gli atomi son di quelli; onde si forma
L'almo liquor dell'acqua?

Dove vi ha luce, ivi ancora è calore. E come nel Sole sta una somma forza illuminatrice, così sta ancora una somma forza riscaldatrice, la quale va sempre crescendo quanto più al centro è vicina. Benchè tale materia sia massimamente raccolta nel Sole, e nelle Fisse, non resta che non si vegga sparsa ancor ne' corpi terrestri. Così veggiamo uscire spesso scintille di luce percotendo ferro con ferro, o selce con selce, e trasportando i cocchj con rapido corso. Così la veggiamo uscire da' Fosfori, e da' Vulcani della terra.

Un'altra delle sue principali proprietà è la velocità della sua propagazione. Tutti i Filosofi prima del Romer non hanno conosciuta alcuna differenza di tempo dal nascer del Sole, e della propagazione della sua luce. Ma fu primo il Romer a riconoscervi qualche tempo finito. Imperocchè osservando le diverse Eclissi de' Satelliti di Giove vidde, che le loro emersioni comparivano all'occhio in tempi sempre differenti secondo che differenti erano le loro distanze dalla Terra, e la differenza del tempo ascendere fino a 14. minuti, lì che non potere spiegarsi, se non colla propagazion della luce in tempo; onde fatto il calcolo per la propagazion della luce dal Sole a noi si ritrova il tempo essere di 10. minuti. Tali osservazioni furono confermate ancora da Domenico Cassini, e dall'Hallejo (3). Le quali cose poste, seguita che in

(1) *Ottica Par.* 1. (2) *Lib.* 2. (3) *Storia dell'Accademia anno* 1707.

in tal modo si può determinare la velocità della luce. Imperciocchè una palla di cannone, come computa l'Ugenio, continuando la stessa forza impiegherebbe venticinque anni per discender dal Sole a noi; e perciò (stando la velocità in ragione inversa de' tempi) la velocità della luce alla velocità della palla sarà come venticinque anni a dieci minuti, ed in conseguenza sarà presso che trentadue milioni maggiore della velocità della palla. Che se la distanza del Sole da noi si suppone niente più che dieci mila diametri della Terra per ogni minuto, adunque percorrerà la luce mille diametri della Terra, e perciò in un secondo diciassette in circa, cioè sei milioni seicento mila piedi. Dunque la propagazione della luce sarà seicento mila volte più veloce di quella del suono, ed in conseguenza presso che venti milioni più veloce del più rapido vento. Tale velocità fece, che prima del Romer si considerasse la propagazion della luce fatta in istante.

Spiegazione de' Cartesiani.

Per ispiegare tali fenomeni stabilisce il Cartesio e dietro di esso l'Ugenio, il Roolzio, ed altri esser la luce un sottilissimo fluido, le cui parti sono con moto rapidissimo agitate dalla sostanza eterea, ed intorno a' diversi centri rapidissimamente agitate. Tali parti premere colla forza loro centrifuga il fluido celeste, che le circonda, e vibrandole dal centro alla circonferenza per linee rette imprimere per mezzo d'esso il suo movimento nell' organo della vista, ed eccitare in noi la sensazione di luce in quella maniera stessa, che le parti de'corpi sonori diversamente oscillando imprimono per mezzo dell'aria le loro oscillazioni sull' orecchio, ed eccitano il senso del suono. Tali parti agitate, che compongono il corpo lucido, e premono i raggj del fluido celeste si dicono la *Luce primaria, e radicale*, ed i raggj celesti che sono pressi dalle parti del corpo lucido si diranno la *Luce secondaria, e derivata*.

Possono perciò le azioni della luce essere paragonate con quelle dell'acqua in un vaso rinchiusa, e pressa con diversi stantuffi. Imperciocchè come i filetti d'acqua, che si concepiscono nel vaso si stendono da tutte le parti attorno il centro della pressione; così il lume si stende attorno i punti delle pressioni, o impulsioni delle parti moventi. E come la pressione agisce per linea retta sopra tutte le parti del vaso; così ancora il corpo lucido. E come nel vaso la pressione è comunicata dalle prime parti dell' acqua alle ultime in un istante, così ancor nella luce. Come finalmente due diverse pressioni fatte in diverse parti si comunicano a diverse parti del vaso senza impedirsi l'una coll'altra, così diversi raggj provenienti da parti diverse passano per lo stesso punto senza farsi ostacolo.

Di tali punti massimamente è composto il Sole, e le Fisse, il di cui moto si comunica al fluido celeste per una indiffinita distanza. E come tal moto si diffonde in un'ampia sfera, così saranno le forze motrici in ragione inversa delle loro sfere concentriche, cioè come i cubi inversi de'loro diametri. Ma perchè l' azione sensibile dipende dalla superfizie agente, e le superfizie sferiche sono come i quadrati de'loro diametri gli effetti sensibili della luce saranno in ragione inversa di tali superfizie, ed in conseguenza in ragion inversa duplicata de'loro diametri, o delle loro distanze dal centro.

E con tali principj finalmente s'intende, perchè da molti corpi terrestri veggiamo uscire la luce. Imperciocchè non consiste questa che in un rapido moto della sostanza eterea, che dentro i pori di quella stava imprigionata, e rinchiusa, la quale rotte le celle che la chiudevano, esce con empito, e si sviluppa, ed arruota vorticosamente le parti che la impediscono imprimendo al fluido celeste un moto simile a quello, che le imprime il Sole, e le Fisse, onde raggj di luce debbono vedersi, e sentirsi calore. Così formarsi il nostro foco, e se si percuote selce con selce, e ferro con ferro escono scintille. Così si veggiono gli splendori ne' Fosfori, e ne'legni putridi, e nella squama di pesce, e nelle Lucciole, e negli occhi di alcuni animali, e nell'onde del mare quando sono agitate. Per questo il vetro manda scintille, e dal mercurio in luogo oscuro agitato si veggiono scaturir lampi ecc.

Spiegazione de' Nevvtoniani.

Benchè tale Ipotesi venga seguita da una quantità di Filosofi, non resta però, che non faccia molte difficoltà a' Nevvtoniani. Imperocchè 1. non potersi intendere come nel pieno la pressione delle parti Solari non si comunichi a tutto il vortice egualmente come veggiamo in un vaso pieno di acqua che da qualunque parte sia pressa comunica per tutto egualmente la sua pressione. Nel qual caso si dovrebbe veder la luce anche quando il Sole è sotto dell'Orizzonte, il che è contrario alla sperienza. 2. quando si accende una fiamma veggiamo sempre le sue parti muoversi direttamente dal centro alla circonferenza, e nuove parti sostituirsi; onde una seconda fiamma succede alla prima, e una terza alla

alla seconda, il che per egualità si dee credere, che si faccia nel Sole. 3. S'è vera l'osservazione del Romer non potersi intendere come la Luce si propaghi per la pressione, cui piuttosto conviene un tempo infinitesimo, che un finito. Esser perciò più acconcia cosa il considerare la Luce, come un fluido sottilissimo, le cui parti con moto rapidissimo si vibrano dal centro alla circonferenza per linea retta. Di tale fluido esser massimamente composto il Sole, e le Fisse la cui sostanza si diffonde continuamente dal centro, e ferisce i nostri occhj, come le parti d'un corpo odorato escono di continuo a ferirci l'organo dell'odore. Tali parti essere più addensate al centro, che alla circonferenza, e per questo decrescere la loro forza in ragion duplicata inversa delle distanze. E benchè sia somma la loro velocità essere però sempre finita, come conviene alle osservazioni del Romer. Nè per questo dover seguire che il Sole, e le Fisse debbano continuamente diminuirsi perchè in molti modi può ritornar la luce a' suoi fonti, e possono essere risarciti i dispendj. Che se si rifletta alla sottigliezza della luce, e come possa addensarsi, ed invilupparsi entro i pori de' nostri corpi non sarà difficile l'intendere i Fenomeni, che tra noi veggiamo, e come tutti possono ridursi ad uno sviluppo.

Della Riflession della Luce. Cap. II.

SE sulla superficie polita AB (1) cada in qualunque forma il raggio RC, si osserva egli riflettere sempre costantemente per CS con un angolo di riflessione BCS eguale a quello dell'incidenza ACR; il che è il fondamento di tutte le dottrine della *Cattotrica*.

Se si considerano le parti che compongono il raggio essere a guisa di tante sfere perfettamente elastiche, seguita questa legge di riflessione. Imperocchè una sfera perfettamente elastica, quando cade sopra una superfizie dura, dee con tutta la sua forza riflettersi, ed in conseguenza l'angolo di riflessione dee esser eguale all'angolo dell'incidenza, come abbiamo dimostrato nelle leggi del moto. Se il raggio RC (2) si considera come un aggregato di piccole sfere, quali sono R, e C è facile il conoscere, che dopo aver urtato nel punto insuperabile C, egli dee trasmettersi per la medesima linea, che descriverebbe la sfera R, se fosse sola, e che attualmente fosse stata spinta per la linea RC; e perchè questa sfera non prenderebbe altra direzione che per la linea CS, dove l'angolo di riflessione è eguale a quello dell'incidenza, essendo perfettamente elastica, seguita che anche l'impulso di tutto il raggio rifletterassi per la medesima linea CS, come veggiamo colla sperienza.

(1) *Fig. 7. T. 9.* (2) *Fig. 8. T. 9.*

Sospetta il Nevvton (1), che la riflessione della luce non si faccia per l'urto di essa nelle parti solide della superficie, sopra cui cade; ma per una forza, che chiama egli di *repulsione*. Imperocchè per quanto sieno polite le superficie de' corpi, che riflettono il lume come quelle degli specchi, pensa egli, che i raggi non potrebbono mai regolarmente riflettersi, come fanno, a cagione delle asprezze, che necessariamente vi sono, le quali a riguardo della luce sono molto grandi, ed in conseguenza dovrebbono sempre disperdere il raggio. Non riflettersi dunque la luce se non nel confine di due mezzi eterogenei, e quando passa da un più denso riflettersi allora con maggior copia di quello, che quando passa dal più denso al più raro; ond'essere probabile, che di ciò sia cagione una *resistenza*, o *forza* di *repulsione* che ribatte il raggio prima, che tocchi il solido.

I raggi, che non incontrano le parti solide della superficie, in cui cadono, entrano per gli pori del solido, e proseguono la loro direzione; onde seguita riflettersi in copia maggiore i raggi da una superficie fissa, qual è quella de' corpi duri, di quello, che da una superficie cavernosa qual è quella de' molli. Ma se le parti solide nelle quali cade il raggio non sono lisce, ed equabili, ma con diverse asprezze, ed ineguaglianze, un sensibile raggio nel riflettersi andrà perturbato, e diviso; perchè le incidenze de' raggi insensibili, che lo compongono, essendo tutte ineguali per lo supposto, saranno ancora per lo principio della Catottrica ineguali le riflessioni; ed in conseguenza l'aggregato di tali raggi, cioè il raggio sensibile sarà turbato, e disperso.

I corpi, pe' quali passano liberamente i raggi della luce, si dicono *diafani*, ovvero *trasparenti*, come l'acqua, l'aria, il cristallo, il diamante. E quelli, pe' quali intieramente non passano, si dicono *opachi*, come il piombo, l'oro, il ferro. Come qualunque corpo opaco ha i suoi pori, i quali non sono mai abbastanza angusti, che non ricevano le parti sottilissime della luce; seguita, che qualunque corpo opaco, come abbiamo detto, ridotto in sottili lame avrà sempre la sua trasparenza, come sperimentiamo; e l'opaco può sempre considerarsi come un aggregato di sottilissimi piani diafani, pe' quali passa un numero di raggi insensibili, che compongono il raggio sensibile, ed un altro numero non passa, ma resta riflesso in maniera, che per le continue

(1) *Ottica L. 2.*

tinue riflessioni successivamente diminuito il numero de' raggi che passano, resta in fine ridotto a zero, il che costituisce la perfetta opacità.

Della Rifrazion della Luce. Cap. III.

SIA AB (1) un raggio, che dall'aria obliquamente passa nell' acqua, e sia MN il confine de' due mezzi, e B il punto del passaggio. Se vi s'intenda la RS perpendicolare a MN, si osserva costantemente non proseguire giammai il raggio AB per la sua primaria direzione in BD; ma torcendo il viaggio avvicinarsi alla perpendicolare RS, e descrivere la BC.

L'angolo ABM fatto dal raggio AB, e la superficie BM si dice l'angolo d'*incidenza*.

L'angolo ABR fatto dal raggio AB, e la perpendicolare BR si dice l'angolo d'*inclinazione*.

SBC fatto dal raggio BC, e dalla perpendicolare BS si dice l'angolo *rifratto*.

CBD fatto dal raggio BC, e dalla linea della prima direzione BD si dice l'angolo di *rifrazione*.

Tali torcimenti si osservano andar sempre con questa legge, che sebbene gli angoli d'inclinazione, e gli angoli rifratti non hanno tra se ragione costante, è però costante la ragione de' loro seni, e tal legge non muta in qualunque maniera sia inclinato il raggio. Così se nel nostro caso si ritrova, che il seno AR è al seno CS, come 4 : 3; nella stessa ragione si avranno i seni per tutte le inclinazioni possibili.

Tale proprietà è il fondamento di tutta la *Diottrica*. Avanti questo celebre ritrovamento Alkazeno Arabo, che fiorì circa l'undecimo secolo, e dopo di lui Vitellione, che fu circa il decimoterzo, per costruire le tavole degli angoli rifratti, dalle quali dipendono tutte le prassi della Diottrica, furono costretti misurarli ad uno ad uno con diversi stromenti, e principalmente co' quadranti. Ma dappoichè si scoperse conservarsi sempre questa legge in guisa che i seni degli angoli rifratti stanno sempre in ragione costante coi seni degli angoli d'inclinazione, trovata una volta la misura di un angolo rifratto, si avranno colla regola delle proporzioni tutti gli altri rifratti riguardo a qualunque incidente.

Tale nobile invenzione comunemente viene attribuita al Cartesio (2), sebbene l'Ugenio la riporta a Villebrordo Snellio, il cui scritto afferma egli essere stato letto dal Cartesio.

Se

[1] *Fig. 9. T. 9.* [2] *Diottr. Diss. 2.*

Se il raggio entra dall'acqua nell'aria, ha leggi contrarie, e se BC è l'incidente, BA è il rifratto, e il seno CS al seno AR è come 3 : 4; e la qual legge si conserva per ogni sorta d'inclinazione.

Se dall'aria entra il raggio nel vetro, si rifrange alla perpendicolare; e così da qualunque corpo più raro entrando in qualunque più denso; ma la ragione de' seni cangia sempre secondo che cangia la ragione delle densità de' mezzi. Per lo contrario quando da un più denso entra in un più raro si rifrange allontanandosi dalla perpendicolare; nel che veggiamo farsi dal raggio di luce il contrario di quello che, come si esperimenta, fa una sfera solida, la quale entrando da un mezzo più raro in un più denso si rifrange allontanandosi; ed entrando da un più denso in un più raro si rifrange avvicinandosi alla perpendicolare.

Credono i Cartesiani non altronde nascere la rifrazione della luce allora che passa da un mezzo in un altro di natura diversa, che dalla diversa facilità, che ha la luce di penetrare, e scorrere pe' meati dei mezzi, pe' quali passa. Aver essa maggiore facilità di penetrare i meati de' mezzi più densi di quello, che i meati de' mezzi più rari. Per questo passando dal raro al denso avvicinarsi alla perpendicolare, e passando dal denso al raro allontanarsi. Imperocchè sia il raggio AB (1) obliquo alla superficie MN, e si risolva la sua direzione nella orizzontale AR, e nella perpendicola BR.

Se si suppone, che il raggio passi da un mezzo raro a un denso, e che nell'entrare nel denso si acceleri, sarà la perpendicolare BO più lunga della perpendicolare BR (supposte amendue nello stesso tempo descritte) e non avendo la direzione orizzontale alcuna diminuzione sarà la orizzontale OS eguale all'orizzontale AR, il che non può farsi se l'angolo OBS non si fa più acuto dell'angolo ABR, ed in conseguenza se il raggio nell'entrare nel mezzo più denso non si avvicina alla perpendicolare; sicchè il seno TV sia minore di AR. Per la ragion de' contrarj quando il raggio passa da un mezzo denso a un raro, accelerando meno, descriverà una perpendicolare minore conservando la sua orizzontale; il che non può farsi, se non si allontana dalla perpendicolare. Il Barovvio pensa tutt'altro, ed anzi la causa per cui si rifrange il raggio alla perpendicolare allora quando era in un mezzo denso essere la maggiore difficoltà, che nell'entrare incontra, il che facilmente si concepisce, se si considera il raggio a guisa di un solido cilindro obliquamente da un mezzo raro entro un mezzo denso vibrato. Imperocchè sia ABCD la

(1) *Fig. 10. T. 9.*

(1) la sezione di un raggio qualunque obliquamente incidente sulla superficie EF di un mezzo più denso, e più resistente al suo moto. Sino a tanto che i due punti B, e D sono nello stesso mezzo, si propagano colla stessa velocità. Ma quando il raggio incomincia a toccare obliquamente la superficie del mezzo più resistente, è necessario, che il punto B si ritardi, e tenda con minore velocità per la direzione BC intanto che il punto D, che non è ancora ritardaro, tende colla sua primiera velocità per la sua direzione DH. In tali tendenze, che sono incompatibili, si conformeranno amendue tali punti, descrivendo ciascheduno un piccolo arco di cerchio intorno ad un punto della retta BD prodotta, come per esempio Z, cosicchè nel tempo, che il punto D descrive l' arco Dd nel mezzo raro, il punto B descriva l' arco Bb nel mezzo denso. E tali archi sono la misura delle loro velocità rispettive ai due mezzi diversi. Quando i due punti saranno penetrati nel mezzo denso, e la linea AB avrà acquistato la positura bR, incontrando amendue difficoltà eguale nel propagarsi procederanno direttamente senz' alcuna riflessione. Sian ora tirate la Be perpendicolare a Zd; e la df perpendicolare a ZD, ed esprimeranno queste i seni degli angoli Bde, dBf. Tirate le normali Bn, do è facile il conoscere, che l' angolo dBf si agguaglia all' angolo d' inclinazione ABn, e l' angolo Bde si aggualia al rifratto odM, e per conseguenza df, Be espongono i seni dell' angolo d' inclinazione, e del rifratto. Ma questi sono come i semidiametri Zd, ovvero ZD, e ZB per la simiglianza de' triangoli Zdf, ZeB, e tali semidiametri sono come gli archi Dd, Bb, e tali archi sono come le facilità di propagarsi ne' mezzi: Dunque tali saranno i seni dell' angolo d' inclinazione, e dell' angolo rifratto, quali sono le facilità di propagarsi nei mezzi. E perchè le facilità sono sempre nella stessa ragione, saranno ancora sempre tali seni nella stessa ragione.

Per la ragion de' contrarj se un raggio passa da un mezzo più denso ad uno più raro si dovrà riflettere lungi dalla perpendicolare, e i seni degli angoli d' inclinazione ai seni degli angoli rifratti saranno in ragione costante contraria.

Non dubita però il (2) Nevvton che non si accresca la velocità al raggio allora che entra nel mezzo denso, del che la causa felicemente egli deduce dal suo sistema delle attrazioni. Imperocchè essere maggior la forza attrativa del mezzo denso, che quella del raro, e perciò quando il raggio entra nel denso, aumentarsi la celerità della sua direzione.

Del-

Fig. 11. T. 9. (2) Ottica L. 1.

Della dispersione della Luce. Cap. IV.

Se sulla superficie MN si dirigge obliquamente un raggio AB [1], si osserva non solo rifrangersi in BC, ma aprirsi, e dividersi in molti raggi sotto un angolo compresi, come CBC. Il primo, che osservò tal fenomeno fu il P. Grimaldi della Compagnia di Gesù, e da tale principio dedusse la spiegazione di molti maravigliosi effetti, che nessuno prima di esso aveva spiegato; come si può vedere nel suo libro di luce.

Tale fenomeno lo riduce il Nevvton [2] alla diversa natura delle parti, che compongono il raggio, le quali essendo diversamente costituite, sono ancora diversamente rifrangibili; come diremo a suo luogo.

Della Rifrazione della Luce per vetri di figure diverse. Cap. V.

DEFINIZIONI.

1. *Lente* si dice un vetro di figura lenticulare, come DLP [3].

2. *Lente pianoconvessa* è quella, di cui una superficie è piana, e l'altra convessa, come DLD [4]. Tale convessità s' intende essere sferica, quando non si determina altrimenti.

3. *Pianoconcava*, di cui una superficie è piana, e l'altra concava, come DLD [5].

4. *Convessoconvessa*, di cui amendue le superficie sono convesse, come DLP [6].

5. *Concavoconcava*, di cui amendue sono concave, come DLD [7].

6. *Menisco*, o *Lunetta*, di cui una superficie è convessa, l'altra concava come ABC [8].

7. *Asse* della lente dicesi quella linea, che coincide coll' asse della figura, di cui la lente è una porzione, come BL [9].

8. Quando i raggi convengono in un punto F [10], si dicono *convergenti*, e quando si vanno sempre allargando si dicono *divergenti* [11].

9. Quan-

(1) *Fig.* 12. *T.* 9. (2) *Ottica P.* 1. (3) *Fig.* 13. e 14. *T.* 9. (4) *Fig.* 15. e 16. *T.* 9. (5) *Fig.* 17. *T.* 9. (6) *Fig.* 13. *T.* 9. (7) *Fig.* 18. *T.* 9. (8) *Fig.* 19. *T.* 9. (9) *Fig.* 13. *T.* 9. (10) *Fig.* 13. *T.* 9. (11) *Fig.* 17. *T.* 9.

9. Quando i raggi dopo essere passati per un vetro si raccolgono in un punto come F [1], tale punto dicesi il *fuoco reale*.

10. Quando dopo il passaggio si allargano, il punto F [2], in cui se fossero prodotti convenirebbono, si dice il *fuoco immaginario*.

Osservazione.

Quando il raggio entra dall'aria nel vetro, il seno dell'angolo d'inclinazione al seno del rifratto è come 4 : 3, e per lo contrario quando esce dal vetro nell'aria i seni sono come 3 : 4.

Della Rifrazione per vetri piani.

Se sopra un vetro piano, di cui le superficie sono paralelle, cadano diversi raggi tra se paralelli, usciranno parimenti paralelli.

Sia la superficie MNNM [3] e cadano sopra essa i due raggi inclinati, e tra se paralelli AB, AB. Poichè entrano dall'aria nel vetro, si avvicineranno ciascuno alla sua perpendicolare CB; e perchè i seni degli angoli rifratti sono in ragione costante coi seni degli angoli d'inclinazione, essendo quelli eguali, come si suppone, saranno eguali anche questi; onde i raggi BD, e BD dentro il vetro rifratti saranno paralelli.

Nell'uscire dal vetro all'aria si debbono allontanare ciascuno dalla sua perpendicolare DE, e perchè le loro inclinazione sulla superficie NN si sono dimostrate eguali, saranno ancora gli angoli rifratti nell'uscire dal vetro nell'aria eguali, e perciò DF, e DF saranno paralelli, com'era proposto.

Con quegli angoli stessi, coi quali entrano nella superficie MM, con quelli escono dalla superficie NN. Imperocchè quanto si avvicinano alla perpendicolare entrando nel vetro, tanto si allontanano uscendo.

Lo stesso accade in un menisco, di cui le superficie sono paralelle.

Per le Lenti Convesse.

Se in una lente convessoconvessa DLP [4] entrino molti raggi CD, EP paralelli all'asse AB, si raccoglieranno prossimamente in un punto dell'asse F, che sarà il suo fuoco.

AB,

[1] *Fig.13.T.9.* [2] *Fig.17.T.9.* [3] *Fig.20.T.9.* [4] *Fig.13.T.9.*

AB, che è perpendicolare alla curva, passerà dritto in L, ed in F. Ma CD, ed EP cadendo obliqui alla curva, invece di andar diritti torceranno vicino alle loro perpendicolari. Tali perpendicolari non sono segnate nella figura per non far confusione; ma per intenderle bisogna sempre concepire una tangente nel punto, dove passa il raggio, come nel punto P, e dal punto P innalzar ad essa una perpendicolare. Nell'uscire dal vetro nell'aria invece di andar dritti si allontaneranno dalle loro perpendicolari; onde infine saranno obbligati a diriggersi verso l'asse, ed unirsi in un punto F. Lo stesso facendo tutti gli altri seguita, che al fuoco staranno raccolti tutti i paralelli, che passano per lo vetro.

E' però da avvertire, che non tutti precisamente vanno allo stesso punto dell'asse. Imperocchè più che sono lontani dall'asse della lente, più si raccolgono vicino alla lente, il che chiamasi l'*aberrazione* de' raggi, onde nasce l'imperfezione del fuoco.

Quando amendue le convessità sono eguali, la distanza FL del fuoco dalla lente è prossimamente eguale al semidiametro della convessità, quando la lente è vitrea; e al sesquisemidiametro, quando è acquea.

Se i raggi incidenri sono tra se paralelli, ma non paralelli all'asse, si raccoglieranno sempre in un fuoco F, che sarà più o meno lontano dall'asse secondo la loro maggior, o minor inclinazione, come si vede nella figura 14.

Corollarj.

1. Per la ragion de' contrarj se nel fuoco F vi sia una copia di raggi, nel passar per la lente si faranno paralelli.

2. Tutti i raggi, che dal centro del Sole vengono a noi essendo per la loro distanza a guisa di paralelli, dopo il loro passaggio per una lente si raccoglieranno in un fuoco. Quelli, che vengono dal punto estremo del Sole a sinistra avranno il loro fuoco a destra, e quelli, che vengono a destra lo avranno a sinistra. Così parimenti tutti gl'intermedj avranno il loro fuoco intermedio, e l'aggregato di tali piccoli fuochi formerà un fuoco maggiore in cui starà raccolta molta forza di luce, e di calore.

Se la lente è pianoconvessa, e cadono sulla superficie piana i raggi paralelli ID [1], restano paralelli nel vetro; ma nell'uscire si raccolgono al fuoco F. Quando la lente è vitrea, la distanza LF è un diametro della convessità, quando è acquea un sesquisemidia-

[1] *Fig. 15. T. 9.*

diametro. Se i raggi cadono sulla convessa (1) superficie, si rifrangono tanto nell'entrare, quanto nell'uscire, e si diriggono in F; e la distanza FL è eguale al diametro della convessità meno due terzi dell'asse della lente quando è vitrea, e meno tre quarti, quando è acquea.

Se la lente è sferica (2), dopo due rifrazioni si raccolgono in F; e la distanza LF si agguaglia a un quarto del diametro, quando è vitrea, e a un mezzo diametro quando è acquea.

Se i raggi non sono paralelli, ma provenienti da un punto nel passare per una lente LL (3), si raccoglieranno parimente in un fuoco. Quelli, che vengono dal destro punto B si raccoglieranno alla sinistra in O; e quelli che vengono dal sinistro C andranno alla destra in R; e quelli che vengono dai punti intermedj tra B, e C si raccoglieranno tra i punti O, ed R.

Secondo le differenti distanze del punto lucido A, differente ancora è il sito del fuoco F. Quando A è infinitamente distante (cioè quando i raggi vengono paralelli) supposte le convessità eguali, il fuoco è distante, come abbiamo detto un semidiametro in circa. Più che si avvicina il punto A, più si allontana il fuoco F; onde segue potersi tanto avvicinare il punto A, che il fuoco sia in una distanza infinita, cioè a dire, che sieno resi paralelli nell'uscita i raggi; e se si avvicina di più, saranno divergenti.

Quando la lente è vitrea, se il punto lucido A è lontano tutto il diametro della convessità superiore, il fuoco F sarà lontano tutto il diametro della convessità inferiore. E quando è acquea, se il punto lucido A è lontano dalla lente il sesquidiametro della convessità superiore, il fuoco R sarà lontano il sesquidiametro dell'inferiore.

Per le Lenti Concave.

Se sulla superficie DD [4] di una lente pianoconcava cadano molti raggi paralelli all'asse, come HD, nel vetro restano paralelli; ma uscendo si piegano allontanandosi dalla perpendicolare, e si fanno *divergenti*. Il punto dell'asse F, cui la loro direzione si riferisce, è il loro fuoco immaginario; la cui distanza LF è eguale al diametro della concavità, quando la lente è vitrea, ed al sesquidiametro, quando è acquea.

Se la lente è concavoconcava (5), i paralelli all'asse si rifrangono

[1] *Fig.* 16. *T.* 9. [2] *Fig.* 21. *T.* 9. [3] *Fig.* 22. *T.* 9. [4] *Fig.* 17. *T.* 9. [5] *Fig.* 18. *T.* 9.

gono alla perpendicolare in entrando, e vanno in B; ed uscendo di nuovo si rifrangono lungi dalla perpendicolare, e vanno in N; onde si fanno divergenti. Quando la lente è vitrea, e le concavità sono eguali, il fuoco immaginario F è distante dalla lente un semidiametro della concavità; e quando è acquea un sesquisemidiametro. Se le concavità sono ineguali, e la lente è vitrea si ha questa proporzione: come la somma de' semidiametri al diametro della concavità inferiore; così il semidiametro della superiore alla distanza LF. Ed essendo acquea la proporzione è questa: come la somma dei semidiametri al sesquidiametro della concavità inferiore, così il semidiametro della superiore alla distanza LF.

Quando i raggi vengono da un punto B (1), secondo le distanze varie dal punto B escono divergenti, o paralelli, o convergenti. Quando egli è infinitamente distante, cioè a dire quando i raggi incidenti sono paralelli, escono, come abbiamo detto, divergenti. Più che il punto si avvicina, più si fa minore la divergenza, ed in conseguenza più si allontana dalla lente il fuoco immaginario. Quando B è arrivato in F, allora i raggi escono paralelli. Quando è sotto di F diventano convergenti.

Corollarj.

1. Se un oggetto qualunque CAB (2) è posto avanti la lente convessoconvessa LL, tutti i raggi, che da ciascun punto dell'oggetto entrano nella lente, dopo il passaggio si raccolgono al suo fuoco; onde all'aggregato de' punti illuminati corrisponde un aggregato de' fuochi.

2. Posta dunque nel sito di tali fuochi una candida carta, s' imprimerà sopra di essa l'immagine dell'oggetto in OFR.

3. Ma perchè s' incrocicchiano i raggi nella lente; onde quelli che vengono da sinistra vanno a destra, e per lo contrario, l' immagine impressa sarà rovescia.

Tale immagine si chiama la *base della distinzione*.

4. Oscurando perciò una camera, e ponendo al foro della finestra una lente convessoconvessa, e al fuoco della lente una candida carta si avranno dipinti alla rovescia gli oggetti sopra la carta con molta chiarezza a cagione delle tenebre, che circondano la luce. Che se la carta non si pone precisamente nel fuoco; ma un poco più vicina, o più lontana, allora gli oggetti si vedranno confusi a cagione che si confondono i raggi.

5. Più grande che è la lente, più grande è il fascio de' raggi pro-

(1) *Fig.* 23. *T.* 9. (2) *Fig.* 22. *T.* 9.

provenienti da un punto, e perciò (essendo il resto pari) più intenso sarà il loro fuoco, e più vivace in conseguenza l'immagine. Per questo fortissime sono le lenti del Sig. Tschirnausen (1).

Determinar (2) geometricamente il foco d'una lente formata da due qualsivoglia curve della stessa, o differente natura, qualunque sia la ragion della rifrazione, ed in qualunque maniera cadano i raggj sulla superfizie di questa lente o divergenti, o convergenti, o paralelli.

Sia (3) KBLE la sezion d'una Lente formata da due Curve qualunque KBL, KEL, delle quali l'asse comune è BE. Sia EC il raggio osculatorio della curva KEL, Bc il raggio osculatore della curva KBL. A il punto luminoso, da cui partono i raggj. AD un raggio incidente infinitamente vicino al raggio AB. F il foco della curva KBL, f il foco cercato.

Dal punto luminoso A si prolunghi il raggio incidente AD, e si prolunghino parimente i raggj rifratti FH, fK. Finalmente si tirino le normali CN, CM, CP, CQ, DI, HL. Sia $AB = y$ il raggio osculatore $BC = a$, il raggio osculatore $EC = b$, $CE = s$, $BF = x$, $EF = u$, $Ef = z$, $PC = m$, $CM = t$.

e sarà $AC = y + a$

$FC = x + b$

$FC = x - a$

La ragione della rifrazione $= m : n$

I. Per gli triangoli simili ACP, AID

$$AC : CP = AI : ID$$

cioè $y + a : y = r : \frac{ry}{y+a} = ID$

II. CP è il seno dell'incidente, CQ del rifratto

Dunque $m : n = ID : CQ$

Perciò $CQ = \frac{nr}{m}$

III. Per gli triangoli simili FID, ECQ

$$FI : FC = ID : CQ$$

Dunque $x : x - a = \frac{ry}{y+a} : \frac{nr}{a}$

Perciò $x = \frac{may}{my - ny - na}$

Ponendo $m - n = p$

$$x = \frac{may}{py - na}$$

IV.

(1) *Atti di Lipsia* 1691. (2) *Secondo il Sig. Guineo Accademia Regia anno* 1704. (3) *Fig. 1. T. 9.*

IV. Per gli triangoli simili fCN, fCH

$$fC : fG = CN : GH$$

Dunque $z + b : z = \frac{mt}{n} : \frac{tu}{u+b}$

Dunque $u = \frac{mby}{nb + nz - mz} = Ef$

Perciò $Ef = \frac{mby}{nb - pz}$

$Ef = x - s$

Dunque $x - s = \frac{mby}{nb - pz}$

E ponendo invece del x il valore $\frac{nay}{py - na}$ si avrà

$$x = \frac{mnaby - nbpsy + nnabs}{-mnab + mpay + mpby - ppsy + ppas}$$

e negletta la grossezza della lente s

$$y = \frac{naby}{pay + pby - nab} = Ef$$

il che doveva ritrovarsi. E perchè la rifrazion delle Lenti si fa prossimamente in ragion di $3 : 2$ sarà $p = 1$, e il Canone diventa

$$z = \frac{2aby}{ay + by - 2ab}.$$

Corollarj.

I. Posto dunque una Lente sferica, i di cui archi siano eguali, e posto il raggio di tali archi $= 1$ sarà il raggio osculatore 1. E perciò se la distanza AB dal punto luminoso $A = 10$, sarà $Ef = \frac{10}{9}$.

Ma se $AB = 1$ $Ef = \frac{2}{0}$, cioè a dire sarà infinito, e perciò i raggj usciran paralleli.

II. Se le Curve saranno due archi di sezioni Coniche, i loro raggj osculatori saranno la metà de'loro parametri. Perciò se il parametro in amendue è 10, e la distanza AB 20, sarà $Ef = 13\frac{1}{3}$

III. Se il raggio osculatore a si suppone infinito, la curva KBL diventa una retta, e la Lente si fa *Pianoconvessa*, e dileguandosi i termini, ove a non s'incontra il Canone diventa $\frac{2by}{y - 2b}$ per le Lenti *Pianoconvesse*.

 IV.

IV. Se b diventa infinito, allora la curva KEL è retta, e si ha il Canone per le Lenti *Convessopiane* $Ef = \frac{2ay}{y - 2a}$

V. Se a diventa infinito, e b negativo, la curva KBL diventa retta, e KEL rivoglie la sua convessità verso il punto A, cioè a dire si fa *Pianoconvessa* ed $Ef = -\frac{2by}{y + 2b}$

VI. Se b è infinito, ed a negativo, allora la curva KEL è retta, e KBL rivolta il concavo al raggio, cioè si fa la Lente *Concavopiana*, ed $Ef = -\frac{2ay}{y + 2a}$

VII. Se b è negativo, la Lente si fa *Convessoconcava*, ed $Ef = -\frac{2ay}{ay - by + 2ab}$

VIII. Se a è negativo, la Lente allora è *Concavoconvessa*, ed $Ef = -\frac{aby}{2ab + by - ay}$

IX. Se a e b sono negativi la Lente è *Concavoconcava*, ed $Ef = \frac{2aby}{-ay - by - 2ab}$

X. Se a, e b sono infiniti il vetro è piano – piano ed $Ef = -y$

XI. E perchè di alcune Curve non v'è sviluppata, e però il raggio osculator è nulla, se o l'uno, o l'altro si supponga nulla $Ef = o$

XII. Se i raggj incidenti sono paralleli, y diventa infinito ed $Ef = \frac{2ab}{a + b}$

XIII. Che se i raggj entrano convergenti, allora y è negativo ed $Ef = \frac{2aby}{ay + by + 2ab}$

Delle Riflessioni della Luce da Specchi di Figure diverse *Cap. VI.*

Specchio si dice qualunque corpo, la cui superficie liscia, e polita è atta a riflettere equabilmente i raggi della luce. Secondo le diverse figure, che hanno, altri si dicono piani, altri concavi, altri convessi, altri sferici, parabolici, elittici, iperbolici ec. Tutti i fenomeni intorno a tali riflessioni dipendono dalla proprietà, che ha la luce di *riflettere* con un angolo sempre eguale a quello dell'incidenza.

Del-

Della Riflessione da Specchi piani.

Se sopra uno specchio piano AB [1] cadono diversi raggi paralleli OP, e perpendicolari allo specchio ritornano in se stessi; e se sono inclinati allo specchio si riflettono in Q [2] colla stessa inclinazione.

Da Specchi Convessi.

Se sopra uno specchio convesso [3] PP cadono diversi raggi OP paralelli all'asse AB si riflettono in Q divergenti, come se procedessero dal punto F, che è il loro *fuoco immaginario*.

Quando non sono paralelli all'asse; ma paralelli tra se, lo stesso accade; se non che il fuoco immaginario F cangia di luogo.

Da Specchi Concavi.

Se sopra uno specchio concavo PP [4] cadono diversi raggi paralelli all'asse AB, e paralelli tra se si riflettono convergenti in F, che è il loro *fuoco reale*.

Quando non sono paralelli all'asse, ma paralelli tra se, lo stesso accade; se non che il fuoco F cangia di luogo.

Se lo specchio concavo è sferico, il fuoco F [5] non è al centro, come ha creduto Euclide, e gli altri antichi, ma più vicino alla superficie; e la sua distanza dal centro CF è alla metà del semidiametro, come il seno tutto al coseno dell'angolo d'inclinazione. Imperocchè si concepisca la perpendicolare FD. L'angolo FPC si agguaglia all'angolo OPC, eguale a FCP. Dunque $PF = CF$, e $CD = PD$; e perciò CD sarà la metà del semidiametro. Ma nel triangolo CFD si ha CF a CD, come seno tutto al coseno di FCP, ovvero di OPC, che è l'angolo d'inclinazione. Dunque ec.

Corollarj.

1. Secondo dunque le varie inclinazioni variano le distanze CF, il che cagiona molta *aberrazione* nel fuoco.

2. Quanto più conformi saranno le inclinazioni, tanto più il fuoco sarà intenso; e perchè queste tanto più sono conformi, quan-

[1] *Fig.* 1. *T.* 10. [2] *Fig.* 2. *T.* 10. [3] *Fig.* 3. *T.* 10. [4] *Fig.* 4. *T.* 10. [5] *Fig.* 5. *T.* 10.

quanto lo specchio è porzione di maggiore sfera, sarà dunque in tal caso più vivo il fuoco.

3. Se l'inclinazione è minore di 60. gradi, la distanza BF è sempre minore della metà del semidiametro. Quando è 60. gradi BF, diventa zero, cioè il fuoco è nella superficie dello specchio. E quando è maggiore, va oltre la superficie dello specchio.

4. Perchè i raggi del Sole per la immensa distanza sono a guisa di paralelli seguita dalle cose dette, che cadendo sopra uno specchio concavo si dovranno raccogliere. Quelli, che provengono dal centro del Sole si raccoglieranno in F. Quelli, che vengono dal punto estremo sinistro si raccoglieranno in un fuoco a destra; e quelli, che vengono dal destro a sinistra, corrispondendo in tale guisa ad ogni punto del Sole un fuoco, si formerà dall'aggregato di tali fuochi un fuoco totale intenso, che avrà forza di riscaldare, ed abbruciare più, o meno secondo la costruzion dello specchio.

Tra gli specchi antichi sono celebri quelli di Archimede, e di Proclo, se pure è vero, che il primo abbruciasse l'armata di Marcello sotto Siracusa, e il secondo quella di Vitalliano sotto Bizanzio. Tra' nuovi i più celebri sono quello di Manfredo Settala Canonico di Milano, quello di Villet [1] Artefice di Lione, e quello del Barone di Tschirnausen [2].

5. Come di un corpo lucido posto ad infinita distanza, i raggi si riflettono in F, così a misura, che quello si avvicina, riflettono ad un punto più lontano, finochè posto il lucido nel centro C, riflettono i raggi nel medesimo centro C.

Posto il lucido tra C, ed F, si raccolgono di là dal centro; finochè posto il lucido in F si raccolgono in una distanza infinita, cioè a dire si fanno paralelli. Se più ancora si avvicina il lucido, i raggi riflessi si fanno divergenti.

SEZIONE SECONDA.

Della Visione.

La visione si fa per raggio o diretto, o riflesso, o rifratto. Il primo modo appartiene all'Ottica, il secondo alla Catottrica, il terzo alla Diottrica. Noi secondo il nostro istituto di tutti e tre spiegheremo i principj, e prima

Del-

(1) *Transazioni Anglicane P. 2.* (2) *Atti di Lipsia 1687.*

Della Visione diretta. Cap. I.

L'organo della visione è l'occhio. Egli è necessario per intender questa, intendere prima, com'egli sia fatto.

Egli è dunque a guisa di una sfera involto in una membrana detta la *congiuntiva*, e da Ippocrate detta il *bianco* dell'occhio. Tre membrane principalmente in essa si distinguono, e tre umori. La prima, che proviene dalla dura madre nella parte anteriore AB [1], è detta *cornea*; perchè è diafana a guisa del corno, e nella parte posteriore EF è detta *sclerotica*, cioè *dura*. La seconda si propaga dalla pia madre, nella parte posteriore CC detta *coroide*, e nella interiore *ragoide*, cioè *uvea*. Nell'uvea vi è un foro LL, che dicesi la *pupilla*, per cui entra la luce. Questo ora viene ristretto, ora dilatato per mezzo di alcune fibre muscolose, che essendo variate di molti colori si chiamano l'*iride*. La terza SSS viene dalla sostanza midollare del nerv'ottico EDGH, e si dice *amfiblestroide*, o *retina*, che si può considerare come l'organo della visione, perchè sola deriva dalla sostanza del cerebro. Tra la cornea, e l'uvea nella parte anteriore QQQ si contiene l'umore *acqueo*, dopo cui attaccato ad alcune fibre, che chiamano il *processo ciliare* sta il *cristallino* nonp a guisa di una lente di cristallo. In fine sta il vitreo RRR contenuto in una membrana detta *bialoide*, o *vitriforme*. Di tali umori l'acqueo è il più raro, il cristallino è il più denso, il vitreo è il medio.

Definizioni

1. *Raggio ottico* si dice qualunque linea di luce, che dall'oggetto entra nella pupilla, come BE [2], BF, BG.

2. *Asse ottico* è il raggio, che passa per gli centri di tutti gli umori, come BEN.

3. Se dal centro di un occhio al centro dell'altro si tira la linea AA [3], la BC, che divide per metà l'angolo ABA si dice l'*asse comune*, e la paralella MM, in cui convengono gli assi ottici in B si dice l'*orottere* della visione.

4. Tutto l'aggregato de' raggi provenienti dall'oggetto, e concorrenti nel centro della pupilla si dice *piramide ottica*, di cui è base l'oggetto, come CAB [4].

5. L'aggregato de' raggi, che da un punto dell'oggetto entrano nel-

(1) *Fig.6.T.10.* (2) *Fig.7.T.10.* (3) *Fig.8.T.10.* (4) *Fig.9.T.10.*

nella pupilla, formano un'altra piramide, di cui è base la pupilla, e si dice il *pennello* ottico, come BFG [1].

Legge fondamentale della Visione.

Quando un oggetto illuminato si presenta all'occhio, se l'immagine di quello si dipinge sulla retina, e tal impressione si comunica al cerebro, allora si ha la sensazion dell'oggetto, cioè a dire si vede; e la sensazione seguita le condizioni della immagine impressa sulla retina, non le condizioni dell'oggetto reale, da cui vien l'impressione.

Se l'oggetto ABC [2] si presenta all'occhio SS, facilmente si conosce, che ciascun punto manda la sua piramide, o pennello ottico dentro della pupilla OP. Consideriamo una di queste piramidi, ed in essa per maggiore facilità distinguiamo i tre raggi principali BF, BE, BG; e allora conosceremo, che l'intermedio BE (che nel nostro caso è l'asse ottico) essendo perpendicolare alla superficie dell'occhio, e di tutti gli umori passerà senza alcuna rifrazione fino al punto N. Ma BG essendo obliquo passando dall'aria nell'umor acqueo si rifrangerà vicino alla perpendicolare, e andrà nel punto del cristallino H, da dove avvicinandosi ancora alla perpendicolare andrà in M; e passando infine dal cristallino al vitreo si allontanerà dalla perpendicolare, indi si unirà coll'asse al punto N. Così andrà il raggio BF; e così tutti i raggi intermedj dello stesso pennello, dimodochè quanti raggi del punto B possono entrare nella pupilla, tanti andranno a raccogliersi in N, ed ivi dipingeranno il punto B dell'oggetto.

Nello stesso modo il pennello proveniente dal punto C per mezzo delle rifrazioni si raccoglierà in V, e quello, che viene dal punto A si raccoglierà in X. E nella stessa maniera tutti i punti intermedj dell'oggetto manderanno ciascuno il loro pennello al suo punto tra X, ed V. E perciò se in tale sito sia la retina, allora sopra di essa precisamente caderanno i fuochi de' pennelli, cioè a dire sopra di essa sarà dipinta l'immagine dell'oggetto rovescia.

Se l'impressione fatta da tali raggi si comunica per lo nervo ottico al cerebro, corrisponde all'immagine della retina un'altra immagine del cerebro; secondo le condizioni della quale nasce in noi la sensazione, o la visione dell'oggetto. Ma come in tutte l'altre sensazioni accade, si riduce la sensazione al di fuori, e ciò per le stesse rette linee, per le quali si riceve la impressione. Per

[1] *Fig.* 7. *T.* 10. [2] *Fig.* 7. *T.* 10.

Per le linee dell'impressione io considero gli assi di qualunque pennello, ne' quali si può stimare raccolta la forza total del pennello. Che se si dimanda ancora in qual parte di questi assi debba essere riferita la sensazione, rispondo ciò farsi precisamente nel punto, dove si riducono tutti i raggi, che il pennello compongono; cioè a dire all'estremo della piramide d'impressione. Nè in altro sito può la sensazion riferirsi; altrimenti vi sarebbono tante sensazioni, quanti raggi vi sono nel pennello, nissuna delle quali sarebbe efficace.

Tali immagini sono quelle, che col nome rozzo di *specie intenzionali* sono espresse dai Peripatetici.

Corollarj.

1. Sebbene l'immagine è rovescia sulla retina, l'oggetto si vede dritto; perchè il punto, che è a destra sulla retina si riferisce a sinistra, e per lo contrario; come un cieco, dice il Cartesio, che tocca gli oggetti esteriori con due bastoni incrocicchiati, il quale riferisce a sinistra ciò, che tocca col bastone destro, e riferisce a destra ciò, che tocca col bastone sinistro.

2. Se la retina non è nel sito preciso de' fuochi, non si dipignerà esatta l'immagine, e sarà per questo confusa la sensazione, o sia la retina di qua dai fuochi, o di là dagli stessi.

3. La visione si fa, come l'impressione dell'immagine nella camera oscura di cui abbiamo parlato. La cavità interiore dell'occhio è come la camera oscura. Il cristallino serve di lente, la retina di quadro, in cui si dipingono gli oggetti inversi.

4. Perchè, come abbiamo veduto, secondo che si allontana l'oggetto più, o meno della lente, si cangia sempre il sito de' fuochi; così secondo la varia distanza degli oggetti dovrebbe variar il sito de' fuochi, riguardo alla retina. Perlochè non si dovrebbe veder l'oggetto distinto, se non in una sola distanza. Tale inconveniente è tolto dalla natura col cangiar la figura dell'occhio, e renderlo più convesso negli oggetti vicini, meno convesso ne' lontani; sebbene altri pensano ciò farsi anche col maggiore, o minore allontanamento della retina dal cristallino.

Del concepimento delle distanze.

Molte cause concorrono al concepimento delle distanze. Una è la

E e

la mutazione dell'angolo fatto dagli aſſi ottici, il quale è più acuto, quando l'orottere è più lontano, che quando è più vicino. Per queſto riguardo diventa inſenſibile la differenza degli angoli fatti dagli aſſi ottici all'orottere.

Una ſeconda cauſa è l'infoſcamento maggiore, o minore dell'oggetto; perchè vedendo continuamente, che lo ſteſſo oggetto, quanto più ſi allontana, tanto più s'infoſca, al concetto dell'infoſcamento accompagniamo il giudizio della diſtanza.

Una terza cauſa è il paragone, che facciamo dell'oggetto veduto coi corpi intermedj. Così le Stelle vengono da noi giudicate nella ſteſſa diſtanza, perchè non vi è alcun oggetto ſenſibile intermedio, colla cui diſtanza poſſiamo miſurar quella delle Stelle. Per queſto il Sole non ci pare più lontano della Luna. E con un occhio ſolo guardando giudichiamo più vicine le coſe di quello, che con due. E la Luna guardata ſull'Orizzonte ci compariſce più diſtante di quello, che ſul Meridiano.

Del concepimento delle Grandezze.

Il concepimento della grandezza di un oggetto dipende da due principj, e dall'angolo viſuale, con cui mi appariſce, e dalla diſtanza ſenſibile, a cui lo riferiſco. Sieno due linee AB [1] ed *ab* diſtanti dall'occhio egualmente, e ſia la prima doppia della ſeconda. Eſſendo allora la prima concepita ſotto l'angolo ACB doppio dell'angolo *acb*, ſotto il quale è concepita la ſeconda; ſarà la prima concepita doppia della ſeconda. Se AB [2], ed *ab* ſono eguali, e ſono riferite a diſtanze ineguali in guiſa, che la diſtanza di AB appariſca la metà della diſtanza di *ab*; allora parimenti la prima ſarà concepita doppia della ſeconda. Seguita dunque, che tali grandezze ſaranno concepite in ragione compoſta degli angoli viſuali, e delle ſenſibili diſtanze, nelle quali ci compariſcono. Perciò ſe la diſtanza conceputa di AB ſi dica D, il ſuo angolo viſuale ſi dica A; ma la diſtanza di *ab* ſi dica *d*, e il ſuo angolo *a*; ſaranno le grandezze concepite come *DA*: *da*.

Corollarj.

1. Se ſi riguarda fuori della fineſtra un arco di monte, perchè tanto la fineſtra, quanto l'arco del monte ſi veggono ſotto egual angolo, ma non ſi riferiſcono alla diſtanza, non ſi concepiſcono eguali; e l'

(1) *Fig.* 10. *T.* 10. (2) *Fig.* 11. *T.* 10.

e l'arco del monte, che è riferito a una diſtanza maggiore, ſarà concepito maggiore.

2. Ma per lo contrario perchè la Luna, e il Sole ſi veggono ſotto un angolo eguale, e ſi riducono alla ſteſſa diſtanza ſenſibile, ſi concepiſcono eguali; onde ſegue, che ſe foſſe fatta ſenſibile la diſtanza maggiore del Sole, ſarebbe concepito maggiore.

3. Quando la Luna è ſull'orizzonte, ſi vede ſotto un angolo minore di quello, che ſul Meridiano. Ma perchè ſta in maggior ragione la concepita diſtanza lungo dell'Orizzonte a cagione de' corpi intermedj, che la fanno ſenſibile di quello, che lungo il Meridiano, per queſto compariſce maggiore. Perciò ſe ſi guarda con un tubo, aſcondendoſi da queſto i corpi intermedj, non più ſi vede maggiore.

Annotazione.

Giudicarono la maggior parte de' Fiſici, che tale apparente ingrandimento della Luna ſull'orizzonte ſi debba attribuire alla rifrazione, che patiſcono i raggi Lunari nel paſſar per l'atmosfera; dovendo eſſi paſſare per una copia maggior di vapori allora, quando la Luna è ſull'orizzonte di quello, che quando è ſul meridiano. Ma come oſſerva il P. Malebranche [1] tale rifrazione non ingrandiſce realmente l'immagine della Luna ſulla retina, quando ella è ſull'orizzonte più, che quando è ſul meridiano; anzi difatto l'immagine è allora minore come ſi conferma dalle oſſervazioni degli Aſtronomi; da' quali nel miſurar i diametri de' Pianeti, ſi trova ingrandirſi queſti a proporzione, che i Pianeti ſi allontanano dall'orizzonte; onde ſi conclude tale apparenza dover eſſere cagionata da altro principio, che è l'ingrandimento della diſtanza.

4. E' un errore di una gran parte degli Ottici il non conſiderare ſe non l'angolo viſuale per determinar le apparenti grandezze. Imperocchè ſe tale regola foſſe giuſta, ogni oggetto poſto in diſtanza dupla, e tripla comparirebbe la metà, e il terzo minore; perchè in tale caſo l'angolo viſuale è la metà, e il terzo minore, il che è contro la ſperienza. Perchè ſe per eſempio io guardo la mia mano in diſtanza doppia, io non veggo la ſua larghezza la metà minore, ma quaſi tanto grande, quanto la vedeva allora che doppiamente era vicina, il che naſce dalla regola, che noi abbiamo aſſegnato.

5. Uno ſteſſo ogggetto AB [2] poſto a differenti diſtanze, eſſen-

(1) *Ricerca della Verità L.* 1. [2] *Fig.* 12. *T.* 10.

sendo veduto sotto angoli minori, e minori dee da noi concepirsi minore finochè svanisce. Per questo i lunghi portici, e file degli alberi tra se paralelli compariscono sempre più di lontano strignersi fino che finiscono in un punto; perquesto il cielo, il mare nell' estremo dell'orizzonte par, che si tocchino, e il Sole si concepisce eguale a un piccolo cerchio, e le Stelle fisse a guisa di un punto.

6. Di uno stess' orottere le parti BC [1], CD, DA sebbene eguali tra se, più che si allontanano dall'asse BO, più debbono concepirsi minori per la cagione, che si veggono sotto angoli minori, come si scorge nella figura. E un oggetto, che è obliquo, dee concepirsi minore di quello, che il diretto AB [2], sebbene sono eguali. E delle parti eguali le più alte sono concepite minori, come BC [3], CD.

Un'altra cagione, che varia l'ingrandimento apparente degli oggetti, è la diversa forza di luce, con cui nella retina s'imprimono le loro immagini. Una Torre, che si guarda di lontano, ora comparisce maggiore, ora minore, secondo che l'aria, che la circonda è più, o meno illuminata. Sia AB [4] l'immagine della Torre; MA, NB le immagini dell'aria illuminata, che la circondano. Se i pennelli provenienti dagli oggetti si adunassero esattamente in un punto, tali immagini sulla retina sarebbono sempre esattamente distinte, e perciò la Torre in qualunque circostanza di luce si dovrebbe concepire (essendo il resto pari) di eguale grandezza. Ma perchè i raggi aberrano, e il fuoco, in cui si raccolgono, occupa uno spazio, i raggi della Torre nei punti estremi A, e B saranno confusi co' raggi dell'aria. E perchè quelli dell'aria si suppongono più efficaci che quelli della Torre, l'impressione fatta dalla Torre sulla retina sarà un poco diminuita più di quello, che dee; e l'impressione dell'aria più dilatata. Per conseguenza, dovendosi la sensazione determinare secondo l' immagine impressa sulla retina, si dovrà concepire più stretta la Torre di quello, che se l'aria che la circonda non fosse illuminata; perchè di fatto quando l'aria è illuminata egualmente, che la Torre, una immagine non fa più impressione dell'altra, e perciò nissuna resta diminuita, ma restano nella grandezza, che dalla distanza, e dall'oggetto dipende. La stess' aberrazione de' fuochi fa, che le Stelle, che dovrebbono comparire a guisa di punti lucidi, si veggano crinite, e nello stesso modo una face, che si riguarda di lontano. Per la stessa cagione quando si riguarda di lontano un prato carico di fiori bianchi, comparisce tutto bianco, essen-

[1] *Fig.*13.*T.*10. [2] *Fig.*14.*T.*10. [3] *Fig.*15.*T.*10. [4 *Fig.*16.*T.*10.

essendo accorciati, anzi cancellati dalla forza del lume gli spazj opachi intermedj.

Del concepimento delle Figure.

Il concepimento delle figure seguita generalmente la condizione della immagine impressa nella retina. Quando si presenta un cubo all'occhio, ogni punto, che fa impressione sulla retina si concepisce nella sua situazione per mezzo degli stessi pennelli, con cui egli resta impresso, il che non può farsi se non si concepisce un cubo.

Se con quella stessa condizione, con cui il cubo s'imprime, resta impressa l'immagine di un altro oggetto, che non è cubo; contuttociò concepirassi per cubo; onde nascono le leggi della Pittura, e della Prospettiva. Ma perchè i corpi, che sono più lontani compariscono ancora più confusi, ed oscuri, sogliono i Pittori, perchè il corpo comparisca lontano non solo degradarlo colle regole della Prospettiva, ma ancora infoscarlo. Nè altra è la ragione, per cui riguardando una pittura, noi concepiamo una selva, un monte, o un prato, se non perchè resta impressa nella retina una immagine simile, ed eguale tanto se riguardiamo la selva vera, quanto la selva dipinta.

Se tutto l'oggetto non agisce sull'occhio, non si concepisce tutto l'oggetto; ma solo le parti, che s'imprimono. Così se una linea è posta diritta all'occhio, non si vede, che come un punto. Una superficie per questo può comparire come una linea, ed un solido, come una superficie.

La lontananza dell'oggetto toglie per ordinario il concepimento della sua giusta figura. La ragion è perchè le facce, che lo compongono, possono per la lontananza venire sotto un angolo così minuto, che possono ridursi sulla retina in un punto, e non far nissuna impressione sensibile.

Corollarj.

1. Per questo una Torre quadrata, se si guarda di lontano, talvolta si concepisce rotonda, dileguandosi gli angoli, de' quali è composta; un vasto quadrato comparisce a guisa di un trapezio, ristrignendosi l' immagine delle linee più rimote; una ben lavorata statua si concepisce a guisa di un rozzo sasso.

2. Per questo principio non si vede cornuta Venere, nè ovale Saturno, e il Sole non come un emisfero, ma come un desco si concepisce.

3. An-

3. Anche degli oggetti vicini non è mai giusto il concepimento. E ciò a cagione delle piccole facce, o protuberanze, o punte angolari, che fanno una impressioue insensibile.

4. Dalle quali cose si deduce non poter noi assicurarci giammai cogli occhi della figura de' corpi. Non possiamo per esempio mai assicurarci se ciò, che veggiamo sia un circolo, o un quadrato, o un'elissi ec.

Del concepimento del moto.

Un corpo si concepisce in moto per relazioni ai punti, che si concepiscono in quiete.

Quando un corpo è riferito costantemente da noi in qualche punto, che concepiamo in quiete, allora anch'esso ci comparisce in quiete. Ma se a diversi punti, che concepiamo quieti successivamente si riferisca, allora lo concepiamo in moto. Per questo in due maniere lo possiamo concepire in moto, o se stando noi in quiete, egli si muova realmente, o se stando esso in quiete, ci moviamo noi. Imperocchè in amendue queste maniere cangia egli relazione ai punti fissi.

Corollarj.

1. Per tal cagione un corpo, che realmente si muove, può a cagione della distanza comparire in quiete, quando lo spazio, ch'egli nel tempo, in cui è osservato, percorre, fa un angolo insensibile, ed imprime in conseguenza un' immagine insensibile sulla retina.

2. Un corpo, che si muove può essere conceputo in quiete, quando è riferito ad un punto, che si muove equiveloce con quello.

3. Se il punto, cui si riferisce l'oggetto, si muove più veloce, comparirà muoversi in contrario.

4. Se l'oggetto si muove più veloce del punto, a cui si riferisce, comparirà muoversi col solo eccesso della sua velocità.

5. Infine se l'oggetto sta in quiete, e il nostr'occhio si muove; essendo allora da noi riferito a diversi punti fissi, lo concepiremo in moto contrario a quello dell'occhio. Onde Virgilio [1].

Provebimur portu, terræque, urbesque recedunt.
. . . . Dal porto usciti
Incontanente ne vedemmo avanti
Sparir l'odiosa terra, e gir da noi
Di mano in man fuggendo i liti, e i monti.

(1) *Lib.* 3. *dell'Eneide.*

Del concepimento delle Positure.

I diversi concepimenti di positure nascono per lo più dalle diverse distanze.

Due corpi per esempio disgiunti per la molta distanza compariscono talvolta congiunti; quando lo spazio intermedio viene sotto un angolo insensibile. Di una linea dritta le parti più alte compariscono più inclinate. Così la retta AC [1] comparisce inclinata, come ABC. Del che la ragione si conosce se si tira dall'occhio O la parallella OP, cui per la distanza la retta AC comparisce sempre più avvicinarsi; ed essere nella positura ABC. Per la stessa ragione una orizzontale più bassa dell'occhio comparisce nell'estremità elevarsi; e se è più alta deprimersi, come nota Euclide nell'Ottica. E per la stessa un oggetto sinistro può comparir a destra, e un destro a sinistra.

Altre apparenze di sito accadono per la riflessione, e rifrazione, delle quali diremo a suo luogo.

Della distinzione degli Oggetti.

La distinzion degli oggetti, essendo il resto pari, dipende dalla esatta impressione de' fuochi sulla retina, e dalla vivacità de' medesimi fuochi.

Quando i fuochi non sono precisamente sulla retina, è necessario, che l'immagine dipinta sia in essa confusa in quella guisa, che sulla carta bianca veggiamo essere confusa l'immagine dentro la camera oscura, se i fuochi della lente, per cui passano i raggi, che dagli oggetti provengono, sono di qua, o di là dalla carta. Alla confusion dell'immagine si accompagna la confusion della sensazione per legge di natura.

Quando in una data distanza di oggetto la convessità del cristallino è minore di quello, che convenga, cioè a dire quando è porzione di troppo grande sfera, allora la forza rifrattiva non basta per raccogliere i raggi de' pennelli sulla retina, e i fuochi vanno oltre della retina, onde nasce essere l'immagine sulla retina confusa, ed in conseguenza confusa ancora la visione. Ma se la convessità è maggiore di quello, che convenga, ovvvero se il cristallino è porzione di

[1] *Fig.* 17. *T.* 10.

di troppo piccola sfera, allora per la troppa forza rifrattiva i raggi si raccolgono di qua dalla retina, e nuovamente è confusa l'immagine, ed in conseguenza confusa la visione. Quelli, che hanno il difetto della prima sorte si chiamano *presbiti*; perchè tale è il difetto ordinario de' vecchi, e quelli, che lo hanno della seconda, si chiamano *miopi*. Se nel primo caso avanti che i raggi entrino nella pupilla, si fanno passare per una lente convessoconvessa, che raccoglie i raggi, si potranno per mezzo di essa ridurre i fuochi sulla retina, e vedere l'oggetto distinto. Ma per vedere distinto nel secondo caso è necessario far passare i raggi per una lente concavoconcava, che ha forza di allargare.

Più che l'oggetto è lontano, più debole (essendo il resto pari) è la sua impressione. Del che la cagione è la debolezza de' pennelli. Se nella distanza AC [1] agisce il pennello OAO, in distanza doppia agisce il pennello *oao*, il quale è più stretto, ed in conseguenza ha minor copia di raggi del primo. A tal incomodo rimediò sino ad un certo limite la natura, facendo che nel riguardare gli oggetti troppo vicini si stringa senza che noi ci accorgiamo, la pupilla, perchè dalla troppa forza de' pennelli non resti l'occhio abbagliato; ed all'incontro, che nel riguardar i troppo lontani si dilati, perch' entrino più grossi pennelli a rendere vivace l'immagine.

Tale cangiamento meccanico di pupilla si fa ancora secondo la maggior, o minor illuminazion degli oggetti. Quando la luce è debole, come sulla sera, la pupilla si allarga; ma quando la luce è troppo forte, come in faccia del Sole, si strigne.

Dalle quali cose seguita, che quando dalle tenebre all'improvviso passiamo alla luce, sentiamo abbagliarci, essendo la pupilla troppo aperta, ed in conseguenza ricevendo troppa copia di luce. Quando si guarda il Sole a traverso di un piccolo foro, non abbaglia; la ragion è, che il piccolo foro fa l'effetto di una piccola pupilla, ed i pennelli lucidi provenienti da ogni punto del Sole sono angustissimi.

Più debole, che è la retina, essendo il resto pari, più forte è l'impression della luce. Tal debolezza fa, che molti animali non possono sopportare la luce diurna, e solo resistono al crepuscolo, come i Pipistrelli, i Barbagiani, ed altri simili.

Il punto più distinto della visione è quello, a cui terminano gli assi dell' occhio. Imperocchè essendo l'asse perpendicolare a tutti gli umori, muove con tutta la sua forza la retina; ma essendo tutti gli altri raggi inclinati, muovono con forza minore, che sempre più decresce a misura che il raggio si allontana dall'asse dell'occhio.

Della

[1] *Fig.* 1. *T.* II.

Della durazione della Visione.

Sino che dura l'immagine sulla retina, dura la percezione visiva dell'oggetto. Per questo se, come sogliono fare i fanciulli, si muove velocemente in arco un acceso tizzone, si concepisce come un arco di luce. La ragion è, che non si estinguono subito quelle continuate immagini, che rispondono alla diversa situazione dell'oggetto, ma la prima immagine dura nello stesso tempo, che si fa la seconda, e la terza, e così successivamente, per la molta velocità, con cui si muove il tizzone. Per la stessa ragione una corda di acciajo vibrata comparisce a guisa di una superficie distesa per tutto lo spazio della sua vibrazione.

Della unità della Sensazione Visiva.

Essendo due gli organi della visione, ed in conseguenza due immagini dipinte sulla retina, cercasi perchè si concepisca un solo oggetto.

Ciò crede il Villis [1], che nasca dalla congiunzione de' nervi ottici, la quale hanno essi prima, che arrivino al comune sensorio. E tale congiunzione non essere un semplice contatto, ma una mescolanza totale di sostanza giudica il Bartolini [2]. Tale sentenza fu ancora di Galeno [3], ed è seguita dal Gravesande [4].

Il dottissimo Rohault [5] pensa, che ciò nasca, perchè tanti fili fibrosi sieno in un nervo ottico, quanti in un altro, e che a due a due convengano nello stesso punto del cerebro; onde sebbene due sono l'immagini, se si riguardano gli occhi, nel fondo de' quali sono dipinte, una sola però è l'immagine nell'organo, che è il vero, e propriamente detto organo dell'anima, ed in conseguenza una sola la sensazione.

Ma senza ricorrere a tali congetture basta il considerare col P. Onorato Fabri e la maggior parte degli altri Ottici, che quando riguardiamo un oggetto, noi giriamo in tale guisa gli occhi verso di quello, che le punte de' pennelli di un occhio vanno precisamente a terminare negli stessi punti, dove terminano le punte de' pennelli dell'altro; onde nasce, che l'anima, la quale concepisce l'oggetto dove sono le punte de' pennelli, vede un oggetto solo; perchè i pennelli di amendue gli occhi terminano

(1) *Dell' Anima de' Bruti*. (2) *Anotomia*. (3) *Dell' uso delle parti*. (4) *Fisica L.* 3. (5) *Fisica P.* 2.

nano ad un luogo solo. Così sebbene l'oggetto ACB imprime due immagini; cioè una per ciascun occhio, non si concepisce però se non come un solo; perchè le due sensazioni corrispondenti alle due immagini si riducono agli stessi punti, e perciò diventano una sola, come si vede nella Figura [1], dove si conosce terminare al punto C i pennelli DC, GC, e al punto B i pennelli EB, OB; e finalmente al punto A i pennelli FA, IA.

Ciò si conferma ancora da questo, perchè se o per difetto naturale, o per forza esteriore sia ridotto uno degli occhi fuori di questa corrispondenza, sicchè dove terminano i pennelli di uno non vadano a terminare i pennelli dell'altro, si veggono allora due oggetti.

Tale difetto hanno quelli, che hanno debolezza in alcuno de' muscoli retti, ovvero obliqui, il che si dice lo *strabismo*.

E ciò parimenti si conferma, perchè se si fissa un oggetto per suo orottere, qualunque altr'oggetto o più lontano, o più vicino si vede doppio. Imperocchè convenendo le punte de' pennelli in un dato oggetto, disconvengono per qualunque altro, che sia in diversa distanza. Per questo quando pongo il mio dito tra il mio occhio, e la mia lucerna, se mi fisso nel dito, veggo due lucerne, e se mi fisso nella lucerna, veggo due dita. In quella maniera che come osserva il Cartesio [2], toccando un globo con due dita, sebbene la sensazione è doppia, sento però un solo globo; perchè amendue cospirano allo stesso sito; laddove se io lo tocco colle dita incrocicchiate, sento due globi; benchè difatto il globo sia un solo; perchè la direzione di una sensazione si disgiugne dalla direzione dell'altra; così accade nella visione.

Come però quello, che riguarda con due occhi ha una sensazione composta di due sensazioni; così ancora vede con maggiore vivacità di quello, che riguarda con un occhio solo.

Per altro guardando ancora con un occhio solo, può accadere che si vegga oggetto doppio [3]. Come quando si riguarda a traverso di due piccoli fori fatti in una carta, purchè il loro intervallo sia minore della pupilla, e l'oggetto sia così vicino che i fuochi vadano di là dalla retina. Imperocchè allora ciascun pennello è diviso in due per l'intervallo della carta, che vi si oppone; onde per ciascun punto di oggetto due separate impressioni si fanno nella retina, ad ognuna delle quali corrisponde la sua sensazione, ed in conseguenza doppio si vede l'oggetto benchè confuso.

Del-

[1] *Fig. 2. T. 11.* [2] *dell'Uomo.* [3] *Vedete il Regis Fisica P. 2.*

Della Visione Riflessa. Cap. II.

Secondo le varie condizioni della superficie, nella quale cadono i raggi, e per riflessione vengono all'occhio, nascono diversi fenomeni intorno la visione, de' quali spiegheremo i principali.

Definizioni.

1. *Cateto d'incidenza* è la perpendicolare AD [1] tirata dal punto lucido A alla superficie DE.

2. *Cateto di riflessione* è la perpendicolare CE tirata da qualunque punto C del raggio riflesso BC alla superficie DE.

3. *Cateto di obliquazione* è la perpendicolare HB tirata al punto dell'incidenza B.

Della Visione per riflessione dallo Specchio piano.

Sia lo specchio piano DE [2], sopra cui cadano i raggi A*m* sicchè riflessi per *m*N con angoli di riflessione eguali a quelli d'incidenza entrino nella pupilla dell' occhio O. E perchè la visione si riferisce per legge di natura secondo le linee rette dell'impressione alla punta de' pennelli, che dipingono l'immagine sulla retina, il punto A sarà veduto in C, dove sta la punta del pennello NCN. Tale punto C è sempre nel cateto d'incidenza. Imperocchè l'angolo *m*A*m* è sempre eguale all'angolo *m*C*m*. E perchè ne' due triangoli AD*m*, CD*m* sono eguali tutti gli angoli, e il lato D*m* è comune, si avrà sempre AD eguale a DC, cioè a dire l'immagine tanto sarà distante dallo specchio, quanto è distante l'oggetto.

Corollario fondamentale.

Da tali cose seguita, che se vi sarà un aggregato di punti, da' quali all'occhio possano pervenir raggi per riflessione; a ciascuno corrisponderà la sua sensazione, cioè a dire si concepirà un'immagine dell'oggetto dentro lo specchio, che sarà simile, ed eguale all'oggetto stesso, e tanto dentro dello specchio avanzata, quanto dallo stesso specchio è distante l'oggetto. E perchè ogni punto si vede sempre nel suo cateto d'incidenza, seguita, che i punti a destra si debbono vedere a destra, e quelli a finistra si debbono vedere

Ff ij

(1) *Fig. 3. T. 11.* (2) *Fig. 4. T. 11.*

dere a ſiniſtra, il che fa comparire l'immagine in quella ſteſſa forma, che una immagine impreſſa in cera con un ſigillo compariſce; cioè a dire rivoltata all'incontro, ovvero contrappoſta.

Perciò ſe lo ſpecchio piano è orizzontale, gli oggetti appariranno roveſcj, ed un uomo ritto ſarà veduto capovolto.

Se tra due ſpecchi piani ſarà poſto un oggetto, ſi vedranno di eſſo molte immagini in diſtanza ſempre maggiore, e maggiore, vedendoſi in eſſo non ſolo l'immagine dell'oggetto, che ſi riflette, ma ancora le immagini, che dall'altro ſpecchio come ſe foſſero oggetti reali riflettono; le quali però ſempre più ſi vanno dileguando a cagione delle continue rifleſſioni, per le quali l'attività ſi fa ſempre minore, e minore.

Della Viſione per rifleſſione da uno Specchio Poliedro.

Sieno due ſpecchi piani FG [1], GH collocati in diverſo piano in guiſa, che facciano angolo al punto G; e ſia l'oggetto in I, e l'occhio in N. Si tirino i cateti d'incidenza dall'oggetto ad amendue gli ſpecchi cioè IF, ed IL; e ſia IF eguale a FN; ed IL eguale a LM. Secondo la poſitura differente degli ſpecchi potrà farſi, che l'oggetto ſi vegga in N, ed in M per le linee NN, ed NM.

Sieno in ſecondo luogo nell'arco circolare ABCDE [2] le corde AB, BC, che rappreſentino tanti ſpecchi piani. Se l'occhio ſta nel centro O; poichè per gli elementi di Geometria tutte le linee tirate dal centro alla metà delle corde ſono perpendicolari, vedrà l'immagine di ſe ſteſſo nella metà di ciaſcuno ſpecchio, eſſendo ſimilmente poſto riguardo a tutti.

In tal modo è riſolto il Problema di Tolommeo, il quale ricercava come può farſi, che ſi vegga l'immagine di ſe ſteſſo replicata, e diſpoſte l'immagini a guiſa di coro.

Dello Specchio Conveſſo.

Sia lo ſpecchio conveſſo ABC [3], l'oggetto in EF, e l'occhio in K. I raggi EB, EG provenienti dal punto E dopo eſſere ſtati dallo ſpecchio rifleſſi, entrano nella pupilla DH con tale divergenza, come ſe procedeſſero dal punto I, e perciò il punto E ſarà veduto in I; dove termina la punta del pennello DIH. Nello ſteſſo modo il punto F ſarà veduto in L, dove il pennello DLH; e così tutti i punti intermedj tra E, ed F ſaranno

[1] *Fig.* 5. *T.* 11. [2] *Fig.* 6. *T.* 11. [3] *Fig.* 7. 11.

ranno veduti tra I, ed L; e l'immagine ſarà in IL; ſimile all' oggetto; ma minore, e in minore diſtanza. E perchè il punto della veduta è nel cateto d'incidenza, così il punto I è nel cateto IE, e il punto L nel cateto FL, in maniera che l'immagine è ſempre rinchiuſa tra i due eſtremi cateti dell'oggetto. E perchè tali cateti ſempre più ſi riſtringono; onde infine ſi riducono in un punto, il quale, quando lo ſpecchio è sferico, è lo ſteſſo che il centro della sfera, perciò più che l'oggetto ſarà poſto in lontano, più l'immagine ſarà minore; perchè il limite de'cateti ſi fa ſempre più anguſto.

Secondo le varie poſiture dell'oggetto, e dell'occhio può accadere, che l'immagine ſi vegga o dentro lo ſpecchio, o ſullo ſpecchio, o ancora fuori dello ſpecchio. Se l'angolo ACD [1] fatto dal cateto d'incidenza, e d'obliquazione è il doppio dell'angolo d'incidenza, l'immagine va ſulla ſuperficie dello ſpecchio; ſe è minore va dentro; ſe è maggiore vien fuori.

Dello Specchio Concavo.

Sia lo ſpecchio concavo ABC [2], di cui il centro è T, e ſia l'oggetto in EF, e l'occhio in O. I raggi EB, EG, che vengono dal punto dell'oggetto E dopo di eſſere ſtati dallo ſpecchio rifleſſi, entrano nella pupilla DK con tale convergenza, come ſe veniſſero dal punto H. Così quelli, che vengono da F ſi conformano, come ſe veniſſero da M, e perciò in HM ſarà veduto l'oggetto. L'immagine ſarà ſimile all'oggetto; ma ſarà ancora maggiore di eſſo. La ragion è, che i cateti d'incidenza, come ſi vede nella Figura, (dove ſono ſempre i punti della veduta) più che ſi allontanano dall'oggetto, più vanno divergenti; ed in conſeguenza l'immagine HN che tra eſſi ſi contiene, è maggiore dell'oggetto. E ſarà più lontana dall'oggetto, perchè i raggi che compongono i pennelli dopo la loro rifleſſione vengono ſotto un angolo più ſtretto; ed in conſeguenza non ſi uniſcono che in maggior lontananza di quello, che ſe non ſi rifletteſſero.

Se gli aſſi di tali pennelli ſi producano dopo ſi eſſerſi incrocicchiati in P, potranno conſiderarſi come provenienti dall'oggetto QR, a cui perciò riſponderà la ſteſſa immagine HM; ma roveſcia, e meno diſtante dall'oggetto, e confuſa a cagione che ſi tagliano, e perturbano i raggi prima di entrare nella pupilla. Se

[1] *Fig.* 8. *T.* 11. (2) *Fig.* 9. *T.* 11.

Se l'oggetto EF resta nel suo sito, e l'occhio si ritira in X dritto all'asse HX, allora il punto E agirà per gli stessi raggi di prima, e perciò come prima sarà veduto in H. Ma il punto F agirà per lo raggio riflesso YX, e perciò sarà veduto in Z; onde nasce un maggior ingrandimento dell'immagine ampliata per tutto lo spazio HZ.

Se restando l'occhio in O, l'oggetto si allontana, e si pone per esempio in P, allora i raggi de' pennelli diventano convergenti, e se riguardo all'occhio sono troppo convergenti in guisa che si uniscano prima di arrivare alla retina, vedrassi l'oggetto confuso. Se l'occhio retrocede un poco in guisa che si ponga al punto stesso, in cui concorrono i raggi riflessi, vedrà più confuso. Ma se retrocede ancora di più in tale sito, che dopo il punto del concorso riceva i raggi atti ad essere raccolti sulla retina, allora vedrà l'immagine, dove è il concorso de' raggi riflessi, cioè a dire di qua dello specchio, che è uno de' più belli fenomeni della Catottrica.

Dell Visione Rifratta. Cap. III.

Dalla rifrazione parimenti secondo la diversa condizione de' mezzi, per gli quali passano i raggi nascono diversi fenomeni intorno la visione.

Sia l'oggetto A dentro l'acqua (1), e sia l'occhio B nell'aria. Perchè, come abbiamo detto, tutti i raggi nell'uscire dall'acqua nell'aria si rifrangono allontanandosi dalla perpendicolare, il raggio, che dall'oggetto A andrà all'occhio B, sarà il rifratto ACB. Ma perchè l'immagine per legge di natura si riduce al di fuori per linea dritta, l'occhio B vedrà l'oggetto in *b*; cioè a dire più elevato di quello, ch'egli è.

Per questa ragione tutti i corpi che sono in un mezzo più denso da quelli, che stanno in un mezzo più raro si veggono in sito più alto. Così la parte del remo immersa nell'acqua comparisce più alta, che la parte, che è in aria; onde comparisce spezzato, e una moneta, che in un vaso voto si riferiva ad un punto; ad uno più alto si riferisce, se si getta dell'acqua nel vaso.

Per la stessa ragione se l'occhio è in A, e l'oggetto in B, essendo il raggio BC rifratto in A, si riduce l'immagine per la dritta A, e l'oggetto si vede in D. Per tale causa i corpi celesti si veggono da noi sull'orizzonte più alti di quello, che sono. La ragion è, che i loro raggi vengono dall'etere nell'aria, ed in conseguenza alla perpendicolare si rifrangono; e perciò sono riferiti in sito più alto. Così se B è il Sole, dall'occhio A sarà veduto in D.

(1) *Fig. 10. T. 11.*

Della Visione a traverso di un Vetro Poliedro.

Sia il vetro poliedro [1] ABCD, a traverso del quale siasi da vedere l'oggetto R dall'occhio O. I raggi attraversanti il piano BC faranno che si vegga secondo le leggi della visione diretta l'oggetto in R. Ma nello stesso tempo quelli, che cadono sul piano CD portati dalla rifrazione all'occhio O, cagioneranno una immagine per linea dritta in Z; e nello stesso modo quelli, che passano per AB un'altra immagine cagioneranno in T, onde triplicato vedrassi l'oggetto.

Del Vetro Convessoconvesso.

Posto l'oggetto AB [2] talmente vicino all'occhio, che per la troppa complanazione del cristallino, (come accade per l'ordinario a' vecchi) non si riducano le punte de' pennelli sulla retina; ma la trapassino, ed in conseguenza sia veduto l'oggetto confuso; se tra l'oggetto, e l'occhio sia posto il vetro convessoconvesso *cde*, e sia l'occhio in L; allora i raggi de' pennelli resi convergenti dalla forza rifrattiva del vetro, facilmente potranno ridursi sulla retina, ed in conseguenza farassi la visione distinta. Ma l'oggetto comparirà maggiore; imperocchè i raggi provenienti dagli estremi punti A, e B si conformano in un angolo maggiore, qual è VLF; onde il punto B è riferito per la dritta in M, ed A in N. Tale ingrandimento fa giudicare l'oggetto più vicino, il quale per altro dovrebbe comparire in una distanza più che infinita, secondo la legge, che abbiamo osservato di ridurre l'immagine al punto, dove concorrono i raggi. Perch' essendo divergenti i raggi, ch'entrano nell'occhio, non è assignabile il punto, dove si dee ridurre l'immagine; perchè non è assignabile, il punto dove si uniscono. Tale fenomeno è uno de' più difficili della Diottrica; sopra di che si può vedere il Tacquet [3], il Barovvio [4], e la risoluzione apportata dal Clarke [5].

Se l'occhio sia posto alla base della distinzione GH, non vedrà se non confusamente; ma per la copia de' raggi, ch'entrano nella pupilla, vedrà molto splendore.

Retrocedendo alquanto s' incomincerà a vedere l'oggetto, ma rove-

[1] *Fig. 11. T. 11.* [2] *Fig. 1. T. 12.* [3] *Catottrica L. 3.* [4] *Lezion 9.* [5] *Nota sopra il Rohault Fis. P. 1.*

roveſcio, e per la divergenza de' raggi confuſo; ed infine retrocedendo un poco più, ſi vedrà ſempre più chiaro per cagione della minor divergenza de' raggi, ch' entrano nella pupilla; ma ſi vedrà ſempre roveſcio.

Del Vetro Concavoconcavo.

Poſto l'oggetto AB [1] lontano dall'occhio, ſicchè per la troppa conveſſità del criſtallino (come accade a' miopi) i raggi de' pennelli ſi raccolgano prima di arrivare alla retina, e in conſeguenza ſi veda confuſo; ſe tra l'occhio, e l'oggetto ſi ponga il vetro concavoconcavo *cdo*, e ſia l'occhio in L, dove i raggi reſi più divergenti poſſono più facilmente raccoglierſi, e ridurſi alla retina, ſi vedrà l'oggetto diſtinto. Ma perchè i raggi provenienti dagli eſtremi A, e B per la rifrazione ſi conformano in un angolo minore di quello, che ſe non vi foſſe il vetro, e qual è VLF, ſicchè prodotti in linea dritta vanno in M, ed N, sarà per queſto veduto l'oggetto minore di quello, ch' egli è, la ſua immagine ſarà MN. Ma ciò non impedirà, che parte per la diſtinzione e vivacità con cui ſi vede; parte perchè i raggi de' pennelli ſi conformano, come ſe veniſſero da punti più vicini, non ſi concepiſca più vicino; come ſi conoſce colla ſperienza.

Se l'occhio ſia in altro ſito, vedrà confuſo; ma non giammai roveſcio; perchè i raggi non mai s'incrocicchiano, come ſi fa nel vetro conveſſo.

De' Teleſcopj.

Una delle più celebri invenzioni, che ſieno nate dal ſiſtema delle rifrazioni è il Teleſcopio, ovvero l'inſtrumento per vedere gli oggetti lontani. Il Paſchio nel ſuo Trattato delle Invenzioni Nov'antiche, e il Borelli nel Trattato del vero inventore del Teleſcopio dà la gloria di tale ritrovamento a Zaccaria Hanſen Artefice di Middelburgo l'anno 1609; ma quindici anni prima era già uſcito il Libro della Magia Naturale di Giambattiſta Porta Napolitano, in cui parla egli di queſto ritrovato; o l'aveſſe egli ſcoperto a caſo, o pure per arte. „ *Si utrumque* (cioè „ il vetro concavo, ed il conveſſo) *recte conjungere noveris, & „ longinqua, & proxima majora, & clara videbis. Non parum „ multis amicis auxilii præſtitimus, qui & longinqua obſoleta, „ proxima turbida conſpiciebant, ut omnia perfectiſſime contue„ rentur.* Se ſaprai bene congiugnere il vetro concavo, ed il „ conveſſo e gli oggetti lontani e i vicini ti compariranno mag„ gio-

(1) *Fig.* 2. *T.* 12.

„ giori, e chiari. Non poco ajuto ho preſtato a molti amici, „ a cui le coſe lontane comparivano inefficaci, e le vicine tur„ bate, in guiſa che le vedeſſero tutte perfettiſſimamente. Dopo di che Zaccaria Hanſen, e Giacomo Mezio compoſero i loro tubi. Ma da tali Artefici non furono coſtruiti tubi più lunghi di un piede e mezzo, nè ſi conobbe la forza di tale macchina fino che il Galilei, che ſi può dire il vero Autore del Teleſcopio, li riduſſe a nuova forma, e li prolungò fino a ſeſſantà piedi; onde potè far eterno il ſuo nome colla gloria di tante e così belle ſcoperte nel Cielo. Dopo di cui fu maggiormente perfezionata tale invenzione, e principalmente dall'Ugenio, Rieta, Campano, Hevelio, Caſſini, e Nevvton.

A tre ſorti comunemente ſi riducono il Galileano, l'Aſtronomico, e il Terreſtre. Il Galileano coſta di una lente obbiettiva conveſſa, e di una oculare concava. L'Aſtronomico di una lente obbiettiva conveſſa, e di una oculare parimenti conveſſa. Il Terreſtre di una lente obbiettiva conveſſa; e comunemente di tre oculari conveſſe.

Del Teleſcopio Galileano.

L E M M I.

1. I raggi, ch'entrano paralelli in una lente conveſſa ſi raccolgono al foco reale.

2. I raggi ch'entrano in una lente concava talmente convergenti, che ſe foſſero prodotti concorrerebbono nel foco di eſſa immaginario, ſono reſi paralelli.

3. I raggi ch'entrano paralelli nell'occhio, comodevolmente ſi raccolgono alla retina.

4. Quando i raggi che provengono da un punto di oggetto, ch'erano divergenti, ſi rendono paralelli, in maggior copia entrano nell'occhio, e fanno l'impreſſion più efficace.

Sia ora l'oggetto ACB (1) da vederſi di lontano. Si adatti perciò ad un tubo la lente conveſſa DD, di cui il foco reale ſia in O; e ſi ponga la lente concava EE in guiſa che il ſuo foco immaginario ſia parimenti in O. Se ſi conſiderano i raggi provenienti da un punto dell'oggetto C, che per cagione della lontananza ſono a guiſa di paralelli, è facile il conoſcere, che nel paſſar per la lente conveſſa DD dovrebbono raccoglierſi nel foco reale O. Ma perchè paſſano ancora per la lente concava EE con tale convergenza, che ſi diriggono al ſuo foco immagina-

[1] *Fig.* 3. *T.* 12.

nario O, faranno questi per lo secondo Lemma resi paralelli; nel qual modo entrando nell' occhio si raccoglieranno comodevolmente nella retina in G per lo terzo Lemma, e per lo quarto faranno una sensazione efficace. Facendo lo stesso ragionamento per gli punti A, e B, troverassi l'oggetto ACB dipinto efficacemente sulla retina in BCA.

Si consideri ora il foco reale O (1) della convessa DD. E tra i raggi che passano per la lente si consideri quello, che dalla estremità B passa per O, cioè il raggio BO. Perchè dunque procede questo dal foco O dopo il passaggio per la lente convessa DD, sarà reso paralello all'asse OP; ed in conseguenza dopo il passaggio per la concava EE si farà divergente, come se procedesse dal foco immaginario F. Nello stesso modo andranno tutti gli altri raggi procedenti dallo stesso estremo B, i quali come si è detto, entrano nella pupilla tutti paralelli al raggio BO; e perciò il punto estremo B sarà veduto per la linea BF; e per la stessa ragione il punto medio C per la linea CF. Quanto dunque l'angolo BFC è maggiore dell'angolo sotto cui apparisce senza Telescopio l'oggetto CB; tanto comparirà maggiore per mezzo del Telescopio. E perchè tale angolo è a quello dell'occhio nudo, come la distanza del foco reale dalla lente convessa alla distanza del foco immaginario della concava, in tal ragione sarà dunque la veduta del Telescopio alla veduta dell' occhio.

Corollarj.

1. Se si considera, che il punto estremo B, il quale è a destra, si riduce parimenti a destra per la linea BF, si conosce, che l'oggetto per mezzo di tale Telescopio dee vedersi dritto. Ma perchè si vegga l'oggetto intiero è necessario, che il semidiametro della pupilla non sia minore di quello, che ricerca l'apertura de' raggi BF, AL. E perciò più chè si allontana la pupilla dalla lente concava EE, minor *campo*, ovvero porzione di oggetto potrà vedersi; e maggiore campo più che sarà vicina.

2. Quanto maggiore è la distanza del foco reale della convessa, e quanto minore la distanza del foco immaginario della concava; tanto più sarà amplificato l'oggetto. Ma perchè allora l'angolo dell'amplificazione BFC tanto è maggiore, tanto minor campo dell'oggetto vedrassi; per la quale imperfezione ad altra maniera di Telescopio ricorsero i Diottrici.

Del

[1] *Fig.* 4. *T.* 12.

Del Telescopio Astronomico.

Sia l'oggetto ACB [1] da guardarsi da lontano. Si adatti ad un tubo la lente convessa GG; di cui il foco reale sia in *bca*; e dopo di essa un' altra convessa DD, di cui il foco reale sia parimenti in *bca*: dico che si avrà una immagine dell' oggetto più distinta, più grande, e più vicina; ma rovescia.

Imperocchè essendo l'oggetto ACB assai lontano, i suoi raggi saranno come paralelli, e perciò si raccoglieranno al foco reale della lente convessa G, e si avrà l'immagine dell'oggetto rovescia in *bca*. Ma di nuovo essendo in questo stesso sito il foco reale della lente DD, saranno resi paralelli. In tale maniera si ridurranno alla retina per le rifrazioni dell'occhio; ed avrassi l' immagine efficace ACB.

Si consideri ora il foco O [2] della obbiettiva DD. E perchè di que' raggi, che dalla estremità B entrano nella lente, uno dee passare per O, sia questo BO, il quale dopo il passaggio sarà paralello all'asse OP, e perciò dopo essere passato per la lente EE, sarà raccolto al foco reale di questa F. Nello stesso modo andranno tutti gli altri raggi, che, come abbiamo detto, entrano nella pupilla paralelli al raggio BO. Posto dunque l' occhio vicino alla lente EE, il punto estremo B sarà veduto per la linea BF; cioè a dire a sinistra; onde si conosce dover esser veduto rovescio.

E la parte CB sarà veduta sotto l'angolo CFB; il quale a quello dell'occhio nudo è come la distanza del foco dell'obbiettiva DD alla distanza del foco della oculare.

Corollarj.

1. Perciò più lungo che è il foco della obiettiva, e più breve quello della oculare, più amplificato comparisce l'oggetto.

2. Come però rappresenta l'oggetto rovescio, così non è atto per vedere gli oggetti terrestri.

Del Telescopio Terrestre.

Perciò investigossi il modo di render dritta l'immagine perchè si vedessero dritti gli oggetti terrestri, il che comunemente si fa con quattro lenti convesse, l'obbiettiva di maggiore sfera, e le

Gg ij tre

(1) *Fig.* 5. *T.* 12. (2) *Fig.* 6. *T.* 12.

tre altre di sfera minore eguali tutte, ed in tal guisa poste, che abbiano i loro fochi, come si vede in figura [1], in cui ACB è un oggetto assai lontano, i cui raggi per la distanza essendo a guisa di paralelli dipingono un'immagine rovescia *bca* nel foco della lente D. Ed essendo questo ancora il foco della lente E sono da essa ridotti ad essere di nuovo paralelli, ed in tal guisa entrando nella lente F sono da essa di nuovo raccolti, onde si forma una nuova immagine dritta *acb* nel suo foco. Passando questi in fine per la lente G ritornano ad essere paralelli, ed entrando tali nella pupilla dipingono sulla retina l'immagine rovescia *bca* in maniera che si vegga l'oggetto diritto per le linee *b*H, *a*I. Dall' angolo *bIa* dipende l' ampliazion dell' oggetto, il qual è all'angolo dell' occhio nudo, come la lunghezza del foco dell' obbiettiva D alla lunghezza del foco dell' oculare G.

Altri Telescopj possono costruirsi di tre lenti convesse, di cinque di sei con diverse combinazioni, del che non è nostro scopo minutamente trattare, e volontieri noi rimettiamo il Leggitore a quelli, che di professione trattano simili cose, come al P. Milliet de Chales [2], al Zahan [3], all'Ugenio [4], o ad altri de' più eccellenti.

Sonovi ancora i Telescopj Catottrico-Diottrici, l'effetto de' quali si fa parte per riflessione, parte per rifrazione. Tale è quello dell'ingegnoso Nevvton, e consiste egli in uno specchio concavo posto in fondo di un tubo, da cui sono ricevuti i raggi dall'oggetto, e sono rimandati raccolti sopra un altro piccolo specchio, che pende dal tubo collocato vicino al foco del primo ad angolo semiretto, da cui in fine sono per mezzo di un piccolo microscopio portati all' occhio in guisa che si veda l' oggetto com' espone lo stesso Autore nella sua Ottica.

De' Microscopj, ovvero Engiscopj.

Microscopio si dice uno stromento per vedere gli oggetti minuti, il quale dicesi ancora *Engiscopio*, cioè stromento per vedere gli oggetti vicini. I primi microscopj, che si viddero furono l'anno 1621 appresso il Drebbelio Ollandese, secondo che nota l'Ugenio [5], di cui l'invenzione però è attribuita a Francesco Fontana Napolitano, come si deduce dal suo libro delle osservazioni. Fu di poi maravigliosamente questa invenzione perfezionata da molti altri,

(1) *Fig.* 1. *T.* 13. (2) *Diottrica.* (3) *Occhio Artificiale Fondamento* 2. (4) *Diottrica.* (5) *Diottrica.*

come dal Tortono [1], Campano [2], Vilson [3], Leevvenoech, Musembroech, ed altri.

Sonovi microscopj *semplici*, e *composti*. Semplici sono quelli, che costano di una sola lente, o sfera. Composti quelli, che costano di più lenti.

Del Microscopio Semplice.

Sia l'oggetto ACB [4] collocato nel foco della piccola lente EFD. Allora i raggi da qualunque suo punto provenienti entreranno paralelli nell'occhio, e si dipignerà una immagine efficace, e rovescia sulla retina, e perciò vedrassi l'oggetto distinto, e diritto. I raggi *a*F, *b*F essendo dopo la rifrazione paralelli agl' incidenti AF, BF, possono per la piccolezza della lente essere considerati come posti in diretto con quelli, e perciò l' angolo, con cui entrano nella pupilla può considerarsi com'eguale a quello, con cui entrerebbono ad occhio nudo. Ma perchè l' oggetto si concepisce massimamente distinto, farà quella stessa impressione sulla retina, che fa l'oggetto KHI veduto collo stesso angolo, e situato nella distanza della massima distinzione. Sarà dunque amplificato il diametro dell' oggetto in ragione di AB a IK, ovvero di FC a FH, cioè in ragione della distanza del foco, che appartiene alla lente, alla distanza della massima distinzione. Essendo la distanza della massima distinzione, come osserva l'Ugenio, comunemente otto pollici, sarà dunque amplificato il diametro dall'oggetto in ragione della distanza del foco della lente a otto pollici; onde segue tanto maggior essere l'amplificazione, quanto minore è la distanza del foco.

Se l'oggetto è posto in un foco di una piccola sfera di vetro, e l'occhio nell'altro foco, il diametro dell'oggetto veduto coll'occhio nudo al diametro veduto coll'occhio armato è come $\frac{3}{4}$ del diametro della sfera a 8 pollici. Posto dunque il diametro della sfera $\frac{1}{16}$ di pollice sarà il diametro veduto coll'occhio nudo al diametro veduto coll'occhio armato, come $\frac{3}{64}$ a 8 pollici; ovvero come 3 : 512; ovvero come 1 : 170. E perciò la superficie alla superficie come 1 : 28900, e il solido al solido come 1 : 4913000; e tale sarà l'ingrandimento dell'oggetto.

(1) *Atti di Lipsia* 1685. (2) *Atti di Lipsia* 1686. (3) *Atti di Lipsia* 1794. [4] *Fig.* 2. *T.* 13.

Del Microscopio di due Lenti.

Siano A, e B due lenti di un microscopio quella minore, e questa maggiore, A vicina all'oggetto DEF, e B vicina all'occhio collocato in C. L'asse comune all'una, e l'altra lente è ABC. Per intendere la forza di tale microscopio sono necessarie due osservazioni, le quali conforme l'Ugenio [1] esporremo con due Figure [2]. Nella prima si considerano i pennelli provenienti da ciascun punto dell'oggetto. Così per esempio i raggi, che provengono dal punto E si raccolgono in P, dal qual punto entrando nella lente B sono da questa resi paralelli, nel qual modo entrando nella pupilla dipingono con efficacia nella retina l'oggetto DEF. Perlochè bisogna, che la distanza AE sia maggiore di AQ, che è la distanza del foco dalla lente A, e debbono essere proporzionali le linee EQ, EA, EP. La lente B sta in tale maniera disposta, sicchè il suo foco sia in P, e l'occhio è collocato in C in guisa, che AP, AB, AC sieno continue proporzionali.

Nella seconda figura si rappresentano i raggi provenienti da diversi punti dell'oggetto, come DAG, EAB, FAH. La proporzione che vi è tra la grandezza apparente, e la vera, si conosce tirando la linea CF. Imperocchè ella è come l'angolo BCH all'angolo FCE. Tale ragione si compone da quella dell'angolo BCH all'angolo BAH, e da quella di BAH, ovvero EAF a ECF. La prima si agguaglia alla ragione di AB a BC, la seconda alla ragione di CE a EA. Dunque la ragione della grandezza apparente alla vera è la composta di AB a BC, e di CE a EA; cioè come il prodotto di AB in CE al prodotto di BC in EA.

Posta dunque la distanza AQ 1, AE 4, nel qual caso EP è *16*, AP 12, e posta BP *6*, nel qual caso AC sarà 27, CE *31*, e BC *9*; il prodotto di AB in CE al prodotto di BC in AE sarà come 31 : 2, e in tale ragione sarà il diametro apparente al diametro vero; e perchè i corpi simili sono come i tubi de' loro diametri, sarà l'apparenza dell'oggetto guardato col microscopio all'apparenza dello stesso guardato coll'occhio nudo, come 29791 : 8; ovvero come 3724 : 1.

Tal è la ragione dell'ingrandimento per riguardo a ciò, che si vedrebbe coll'occhio nudo nel sito C. Ma per meglio stimare l'effetto del microcospio si dee paragonar l'angolo BCH coll'angolo, con cui si vedrebbe l'oggetto, se fosse distante dall'occhio otto pollici, dov'è la massima distinzione della veduta, cioè coll'an-

(1) *Diottrica*. [2] *Fig. 3. e 4. T. 13.*

l'angolo ELF posta LE di otto pollici, e in tal modo si conosce, che la ragione della grandezza apparente alla grandezza più distinta, che può aversi coll'occhio nudo è composta della ragione dell'angolo BCH a BAH, e di quella di BAH, ovvero EAF a ELF; cioè di AB a BC, e di EL, ovvero di otto pollici a EA; ovvero come il prodotto di AB in EL, e di BC in EA.

Come si perfezioni tale stromento, si può vedere presso l'Ugenio Proposizione *61.*ª e *62.*ª senza che dentro in tale materia maggiormente si avanziamo.

SEZIONE TERZA.

Dei Colori.

DEFINIZIONI.

1. Colore è voce equivoca, come odore, sapore, calore, e le altre sensibili qualità. Essa tanto significa l'affezione dell'anima proveniente dall'azione del corpo colorato, che agisce per mezzo de' raggi sulla retina; quanto la forza stessa, o facoltà del corpo stesso colorato per eccitare in noi colla sua azione simili sensazioni.

2. Tra' colori altri sono *primarj*, altri *secondarj*. Primarj si dicono quelli, che si considerano come i più semplici e radicali; secondarj quelli, che sono composti dai primarj, e dalla mescolanza di essi derivano. Del primo genere sono il *rosso*, il *giallo*, il *verde*, il *ceruleo*, il *violetto*; del secondo possono dirsi tutti gli altri, che noi veggiamo, come sono il color di *noce*, di *ambra*, di *mare* ec.

3. Altri sono *permanenti*, altri *apparenti*. I primi sono quelli, che veggiamo per mezzo de' raggi, che dal corpo colorato all'occhio nostro riflettono, i secondi quelli che sono cagionati dai raggi, che a traverso de' corpi diafani passando entrano nell' occhio diversamente rifratti.

I seguaci di Aristotele, come sono gli Arabi, e gli Scolastici Peripatetici considerano i colori come qualità inerenti ne' corpi colorati; ma in che cosa tali qualità consistano, essi non espongono. Quelli che seguono il metodo del filosofare meccanico, convengono in pensare, che non in altro i colori consistano, che nelle affezioni meccaniche della luce; ma in qual modo ciò sia, e se o dalle diverse particelle, delle quali la luce è composta, o dalle diverse rifrazioni, e riflessioni della medesima, o dalla in-

introduzione di nuovo, e vario moto nelle particelle lucenti, o della varia commistione di luce e di ombra, o finalmente in qualsivoglia altro modo non bene si accordano.

Perchè tutti tali diversi principj sarebbe cosa troppo lunga il riferire, e perchè tra questi il più ricevuto, e già dalle Accademie di Londra, e di Parigi approvato è quello del celebratissimo Signor Nevvton; per questo ci limiteremo ad esporre principalmente questo. Ma perchè non ha guari, che contro il Nevvtoniano sistema insorse in Italia l'ingegnosissimo Signor Rizzetti, e dopo molte difficoltà opposte per metterlo in incerto egli ne propose uno suo sull'idea del chiaro, e dell'oscuro, nel trattato delle affezioni del lume; perciò daremo ancora sopra questo una breve, ma chiara informazione, affinchè ciascuno possa essere meglio illuminato in una materia così nobile, e così vaga.

Esposizione delle dottrine del Signor Nevvton circa i Colori.

Il sistema del Sig. Nevvton consiste in questo, che la luce sia un fluido di particelle eterogenee composto, ciascuna delle quali ha il suo colore; il quale si manifesta, e distingue, quando tali particelle vengono separate, e distaccate l'una dall'altra; ma tutti tali colori, quando insieme sono mescolati, e confusi fanno la sensazione di luce. Le particelle di una grandezza sono rosse, quelle di un'altra gialle, quelle di un'altra verdi, e così seguitando, e tutte unite insieme compongono il bianco. Per questa stessa ragione è diversa in tutti i colori la *refrangibilità*, e la *reflessibilità*. Imperocchè essendo tutti composti di parti diverse, quando passano a traverso di un corpo diafano non nella stessa maniera, cioè a dire non collo stesso angolo si rifrangono i rossi di quello che i gialli, nè i gialli come i verdi; nè i verdi come i cerulei, e così seguitando. Nello stesso modo non sono tutti egualmente riflessibili; e secondo le superficie diverse de' corpi, ne' quali urtano, di là rifletterfi in maggior copia i rossi, di qua i gialli; ivi i verdi, ivi i violetti.

Poste le quali cose facilmente rende ragione de' varj colori che si veggono nelle cose. E prima quanto ai permanenti non nascono questi dalle diverse modificazioni, o turbazioni de' raggi lucidi cagionate dalle diverse asprezze, e dai piani diversamente inclinati delle superficie de' corpi, ne' quali cadono tali raggi; ma un corpo vedesi rosso; perchè dalla sua superficie più copiosamente si riflettono i raggi rossi di quello, che gli altri raggi; così un altro vedesi giallo, perchè più copiosamente si riflettono i raggi gialli. E per meglio esplicare, perchè certi corpi più copiosamente riflettano certi raggi, concepisce egli, che tutti i corpi sieno composti di molti tenui, e trasparenti strati, o superficie in diversa maniera disposte. Se nei pori del primo strato entrano liberamente i raggi, indi in quelli del secondo, indi in quelli del terzo, sicchè una gran parte de' raggi passi dal primo all'ultimo strato, allora il corpo si dice *diafano*, o *trasparente*. Ma se in tale maniera sono disposti gli strati, che non ammettano il passaggio de' raggi a traverso, allora si dicono *opachi*. Tra' corpi opachi quelli, ne' pori de' quali s' internano i raggi in maniera che non passano liberamente, nè si riflettono, ma restano in certo modo soffocati, si dicono *neri*, quelli, le cui superficie costano di tali parti, che facilmente riflettono ogni sorta di raggi, si dicono *bianchi*, infine altri *rossi*, altri *gialli*, altri *cerulei*, altri *violetti* secondo che da' loro strati vengono ribattuti i raggi rossi, o gialli, o cerulei, o violetti, restando gli altri o soffocati, o trasmessi.

Per esplicare poi i colori apparenti considera, che nel passaggio di un raggio lucido, i raggi colorati omogenei, che lo compongono, per la diversa grandezza delle loro parti con diverso angolo si rifrangono, il che non può farsi se l'uno non si distacchi e divida dall'altro, e quelli, che prima uniti insieme formavano il misto della luce, distinti, e sciolti da se compariscano. Le quali cose dopo una serie di acutissime sperienze egli stabilisce, delle quali riferiremo le principali.

Sperienza Prima.

Imperocchè primamente presa una nera carta rettangola, e tintala mezza di rosso, e mezza di violetto la collocò avanti di una finestra in maniera che i suoi lati fossero paralelli all'orizzonte, e la linea, che separava i colori fosse perpendicolare alla finestra, coperti i pareti opposti di panno nero, perchè il lume riflesso dal muro non turbasse i colori della carta. Il che fatto cominciò a guardarla a traverso con un prisma, il cui angolo rifrangente era di 60. gradi collocato in maniera che fosse paralello ancor esso all'orizzonte; ed osservò, che se l'angolo rifrangente del prisma portava in alto la rifrazione, la parte violetta compariva più alta della rossa; ma per lo contrario se si rivolgeva il prisma, sicchè portasse a basso la rifrazione, allora la parte rossa compariva più alta della violetta.

Sperienza Seconda.

Avendo in secondo luogo collocata la stessa carta perpendicolarmente all'orizzonte vi rivolse più di una volta intorno un filo di seta nero, e vi pose avanti una candella accesa per ben illuminarla, il che fatto vi collocò a dirimpetto lungi sei piedi in circa una lente di vetro larga quattro once, per cui passando i raggi della carta colorata restasse dipinta l'immagine di essa sopra una carta bianca paralella alla colorata; dopo di che osservò, che dove si vedeva distintissimo il rosso, ivi non si vedeva se non confuso il violetto; e per lo contrario dove si vedeva distinto il violetto, ivi il rosso era confuso, in maniera che per vedere il rosso distinto era necessario allontanare la carta un oncia, e mezza. La distinzione de' colori massimamente si aveva per la distinzione delle ombre, che provenivano sull'immagine da' fili di seta nera sparsi in mezzo a' colori.

Da' quali due sperimenti egli deduce essere i colori diversi di rifrangibilità diversa. Dopo di che egli stabilisce essere il lume del Sole un misto di raggi diversi, ognuno de' quali ha il suo colore, diversamente rifrangibili, e riflessibili.

Sperienza Terza.

Imperocchè avendo in una camera oscura applicato ad un foro della finestra largo in circa quattro linee un prisma di vetro, ed avendolo in tal maniera disposto, che le due rifrazioni, che si facevano nella prima, e seconda faccia, cioè a dire tanto nell'entrare, quanto nell'uscire fossero eguali, ricevè il lume rifratto sopra una carta opposta perpendicolarmente a' raggi, e vide allargarsi il lume dopo il passaggio per lo prisma, e dipingersi sopra la carta non una rotonda, e bianca immagine, qual è quella del Sole, ma un' immagine allungata, e co' primarj colori dipinta. Ed essendo l'angolo rifrangente del prisma di 60 gradi, e la distanza della carta essendo di piedi $18\frac{1}{2}$, la larghezza dell'immagine era pollici $2\frac{1}{2}$; e la lunghezza $10\frac{1}{4}$. Il che per rappresentare sia [1] F il foro, ABC il prisma, XY il Sole, MN, la

[1] *Fig.* 5. *T.* 13.

carta, PT è l'immagine del Sole, di cui i lati PvT, PvvT sono rettilinei, e tra se paralelli, e l'estremità P, e T semicircolari. L'estremità T era tinta di rosso, dopo di cui per ordine il giallo, il verde, il ceruleo, e il violetto. Sieno dunque considerati i due raggi YKHP, e XLIT, il primo de' quali provenendo dalla parte inferiore del Sole, e andando verso la parte superior dell'immagine viene rifratto dal prisma ne' punti K, e H, e il secondo, che dalla parte superiore del Sole andando verso l'inferior dell'immagine viene rifratto ne' punti L, ed I. E perchè per la posizione del prisma le rifrazioni nella entrata sono eguali a quelle nella uscita, cioè a dire la rifrazione in K è eguale a quella in I, e la rifrazione in L è eguale a quella in H, seguita per le leggi ordinarie della Diottrica, che l'inclinazione de' raggi dopo il passaggio dovrebbe essere la medesima, che avanti il passaggio; e perciò dovrebbe corrispondere al diametro del Sole, che è di mezzo grado; e dovrebbe l'immagine essere un cerchio, di cui il diametro fosse vvv. Ma ciò è contro la sperienza. Bisogna dunque, che tali due raggi sieno di refrangibità diversa; e così a proporzione tutti gli altri intermedj; e in tal modo la luce del Sole sia un misto di raggi per loro natura diversi.

Sperienza Quarta.

Rivolgendo poi nell'animo se tale immagine del Sole comparisse allungata forse per la dispersione, ed aprimento de' raggi, nella qual sentenza era il P. Grimaldi, o per qualche fortuita ineguallità di refrazione, pensò che se ciò fosse, poteva allargarsi l'immagine, e rendersi quadrata colla positura di due prismi, l'uno de' quali rifrangesse da basso in alto, e l'altro orizzontalmente, il che provando non vide ciò succedere, ma restare sempre la figura allungata, e solo cangiare di positura, perchè quella, che per un prisma era dipinta paralella alla finestra, per lo secondo era renduta inclinata, rifrangendosi dal secondo prisma maggiormente i raggi della parte superiore, cioè i cerulei, e i violetti, e meno quelli della inferiore, cioè i gialli, e i rossi. Essendosi talvolta aggiunto un terzo prisma, ed ancora un quarto nel modo medesimo, restò sempre allungata l'immagine, nè altro successe se non che quei raggi, che nel primo prisma più si rifrangevano, negli altri maggiore rifrazione pativano.

Ciò si conferma con molte altre sperienze, perchè se con due prismi applicati a due vicini fori si dipingono due immagini in guisa che vadano a cadere colle loro estremità sopra una carta bian-

bianca, la quale mezza si tinga di rosso, e mezza di violetto, guardando con un terzo prisma tali colori si osserva distaccarsi la metà violetta per la maggior rifrazione dall' altra metà rossa, come nella prima sperienza. Lo stesso accade se tali colori si ricevano sopra un bianco filo; il quale guardato con un prisma comparisce diviso in due parti inegualmente distanti, e tra se paralelle. Se le due immagini dipinte da' due prismi si dispongono unitamente in linea retta in maniera che il ceruleo dell' una confini col rosso dell'altra, guardate con un terzo prisma non più compariscono in linea retta, ma distaccate. E se si dispongono *in modo*, che dove sta il rosso di una ivi cada il ceruleo dell'*altra*, ed in tale maniera si adattino con l'ordine de' colori contrario, guardate con un terzo prisma, compariscono *incrocicchiate*.

Sperienza Quinta.

Sieno ABC [1], e BCD due prismi in guisa uniti, che formino un paralellopipedo, come in Figura, e passi per essi un raggio, che di nuovo passi per lo terzo prisma HIK, e dipinga i colori in TRP. Girando il paralellopipedo secondo l'ordine delle lettere ACDB, nasce, che quando il raggio è assai obliquo a BC svanisca prima il raggio più rifratto OP; indi per ordine fino al meno rifratto OR, riflettendosi tali raggi intieramente da M in N l'uno dopo l'altro. In tal maniera possono togliersi al raggio MO (che è lo stesso che MF) i colori, che lo compongono, uno dopo l'altro; e allora muta egli continuamente colore; onde di bianco ch'era diventa prima giallicio, indi dorетто, ed in fine rosso, quando gli vengono levati tutti i raggi fuori che il rosso.

Se si aggiugne il quarto prisma VXY, da cui il raggio riflesso MN sia rifratto in *tp*, osservasi allora farsi in *tp* il raggio ceruleo N*p* più vivo, quando si estingue in PT il ceruleo OP; e così per ordine finochè si estingua QT, per cui si avviva N*r*. E siccome il raggio diretto MO privato de' suoi colori muta successivamente colore, così il raggio riflesso MN per la commistione di nuovi colori muta anch'egli successivamente colore, il quale ritorna al suo stato quando tutte le parti del raggio MO sono riflesse, e congiunte in MN.

Si

[1] *Fig. 6. T. 13.*

Si deduce da tale sperimento 1.° che il raggio del Sole è composto di diversi raggi colorati primarj; 2.° che sono primi a riflettersi quelli, che sono i più forti a rifrangersi; 3.° che la mistione di diversi primarj forma diversi secondarj; e la mistione di tutti forma la luce.

Sperienza Sesta.

Se i raggi del Sole dal foro di una camera oscura si ricevono dentro di un prisma, e dipoi dentro di una lente; postavi una carta bianca vicino alla lente, si dipigne in essa un' immagine allungata, e vivamente dai primarj colori dipinta. Ma se tale carta a poco a poco si allontana, l'immagine del Sole a poco a poco si ristrigne, e i colori si fanno più diluti, finochè ridotta la carta al foco della lente, dove i raggi, che dal prisma erano stati separati, di nuovo si raccolgono, svaniscono tutti i colori, e l'immagine è a guisa di un bianco cerchio. Allontanando ancora di più la carta, compariscono di nuovo i colori ma con ordine contrario a quello di prima.

Annotazione.

Più chè si ristrigne il diametro apparente del Sole [il che si fa ristrignendo il raggio, che passa per lo foro] più si ristrigne la latitudine dell'immagine, ed in tale caso più esattamente vengono separati i raggi omogenei, che compongono la luce, ed in conseguenza compariscono più puri, e più vivaci. Per tale vivacità nasce, che qualunque colore ordinario si confonda con essi, non si distingue; così qualunque oggetto posto ne' raggi rossi apparisce rosso, ne' gialli giallo, ne' violetti violetto. Nè quando una volta sono stati bene separati si possono più o disperdere o rompere, o in qualunque maniera alterare per quanto si facciano passare per replicati prismi; nè si cangia la loro refrangibilità, o reflessibilità, nè alcun'altra delle loro proprietà. Per le quali cose se un oggetto colorato, come sperimenta il suddetto Autore, sia posto dentro di un colore puro omogeneo, riguardandolo con un prisma si vede chiaro, e distinto; ma se si pone sul bianco si vede confuso; e i piccoli animali, e le minute lettere nel raggio omogeneo si distinguono; ma non così nel lume bianco. I seni d'incidenza a' seni di rifrazione per ciascun raggio sono in ragione costante secondo il computo [1] Nevvto-

(1) *Ottica Lib. 1, P. 2. Pr. 3.*

vvtoniano divisi i colori primarj in sette, quali sono i rossi, i dorati, i gialli, i verdi, i cerulei, gl'indici, e i violetti dal vetro nell'aria dato il seno d'incidenza di 50. gradi, i seni di rifrazione sono per ordine tra questi numeri rispettivamente 77, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{1}{5}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{9}$, 78.

Tali rifrangibilità diverse sono la cagione della imperfezione de'Telescopj.

Come tutti i primarj misti insieme formano la luce, così alquanti de'primarj tra se mescolati formano i colori secondarj, o composti, i quali variano secondo la qualità e la quantità de' colori, che li compongono; in maniera che tutti i colori, che sono in natura, sono o colori di raggi omogenei, o colori di molti raggi omogenei composti.

Le quali cose poste seguita l' intelligenza de' colori generati per mezzo de'prismi, o altri corpi diafani. Imperocchè sia il prisma [1] ABC, in cui cada la luce del Sole dal foro Ff, e sieno i raggi ricevuti sopra una bianca carta MN, in cui gli estremi più rifrangibili, cioè i violetti cadano nello spazio Pp; e gli estremi meno rifrangibili, cioè i rossi cadano in Tt, i raggi medj tra gl'indici, e cerulei in Qq, i verdi in Rr, i medj tra gialli, e dorati in Ss. Se la carta è nel sito MN, lo spazio Tp essendo da tutti i colori irradiato dee comparir bianco; ma gli spazj PT, e pt deono vedersi colorati. In P, dove non cadono che i violetti, vedesi un violetto assai vivace; in Q dove cadono i violetti, e gl'indici vedesi un violetto diluto, in R, dove sono i violetti, gl'indici, i cerulei, e i verdi un colore composto, che è tra l'indico, e il ceruleo, in S dove tutti cadono fuori che i rossi e i dorati, un composto, che è un colore di mare, che si fa sempre più diluto fino in T, dove incomincia il bianco. Così nell'altro spazio in t, dove cadono solo i rossi, vedesi un rosso vivace; in s, dove stanno i rossi, e i dorati, un rosso dorato; in r, dove stanno i rossi, i dorati, i gialli, e i verdi, un composto, che è tra il dorato, e il giallo; in q, dove tutti vi sono fuori che i violetti, e gl'indici vi è un composto, che è un giallo tinto di verde, il quale si fa sempre più diluto fino in p, dove incomincia il bianco.

Se la carta a poco a poco si allontana, lo spazio bianco Tp a poco a poco svanisce finochè la permistione de' raggi produce invece di esso un verde.

Nel-

(1) *Fig.7.T.13.*

Nello stesso modo si debbono intendere i colori dell'Iride, delle Corone, come diremo a suo luogo; de' Telescopj, delle lame di vetro ec.

Dalle proprietà sopraddette nascono parimenti le diversità de' colori permanenti nelle cose naturali. Imperocchè tali colori nascono; perchè da un corpo naturale vengono riflessi i raggi di un colore più copiosamente degli altri; e da un altro corpo altri colori. Il minio per esempio comparisce rosso; perchè riflette più copiosamente i raggi rossi degli altri, e le viole sono cerulee; perchè più copiosamente riflettono i raggi cerulei; e così degli altri corpi. Il che si conferma colla sperienza.

Sperienza Settima.

Imperocchè primamente se nei colori omogenei, che si sono separati col prisma, sieno collocati corpi di diversi colori si ritrova sempre essere ciascheduno chiarissimo, e luminosissimo, quando è posto nel suo colore. Il cinnabro per esempio posto nel rosso massimamente risplende; posto nel verde meno; e meno ancora nel ceruleo; l'indico posto tra il violetto e ceruleo è risplendentissimo, e a poco a poco si diminuisce il suo splendore passando prima nel verde, indi nel giallo e rosso. Se nello stesso tempo il cinnabro, e il ceruleo oltramarino si pongono nel rosso omogeneo, amendue compariscono rossi, ma il primo è un rosso forte, pieno, e vivace; il secondo debole, e languido. Ma se amendue si pongono nel ceruleo omogeneo, amendue compariscono cerulei, ma il cinnabro è debole e fiacco, e l'oltramarino vivace. Dalle quali cose seguita senza dubbio che il lume rosso più vivacemente si riflette dal cinnabro di quello che dall'oltramarino; e per lo contrario il ceruleo più da questo, che da quello.

Sperienza Ottava.

Ne' liquori colorati e trasparenti osservasi per l' ordinario variare il colore secondo la loro grossezza. Un liquor rosso rinchiuso in un vetro conico e collocato tra la luce e l'occhio, nel fondo dove è più stretto comparisce di color giallo diluto; un poco più in alto dove è più grosso, dorato; indi rosso diluto; indi rosso fortissimo. Per rendere ragione di tali fenomeni è da giudicarsi, che tal liquore trasmetta più facilmente di tutti i raggi violetti, ed indici, i cerulei più difficilmente, i verdi più difficilmente anco-cora; e i rossi quasi tutti si riflettano. Dove il liquore è solo in tal modo crasso, che trasmetta solo i violetti e gl'indici, riflettendone gli altri, allora per la mistione de' raggi, che si riflettono nasce un colore composto qual è il giallo diluto. Dove il liquore è più grosso in guisa che si perdano ancora i cerulei, ed i verdi più forti, il colore riflesso è un dorato; dove si perdono ancora i verdi e gran parte de' gialli, cioè a dire nella maggiore grossezza, si vedrà un rosso diluto; e finalmente nella massima grossezza, dove si perde ancora il restante de' gialli, si vedrà un rosso assai carico.

Simile fenomeno è quello, che vide Hallejo allora quando essendosi sommerso in gran fondo di mare dentro la campana urinatoria in giorno sereno vide la parte superiore della sua mano, cui per la finestra vitrea della campana arrivavano i raggi del Sole penetrati per l'acqua, essere tinta di rosso, ma la parte inferiore della stessa mano, e le acque stesse inferiori tinte di verde. Perchè da ciò dee raccogliersi, che per l'acque del mare passano facilmente i raggi rossi fino alle più profonde altezze, ma i raggi violetti, e cerulei difficilmente, restando continuamente ribattuti, e riflessi. Per tale ragione guardando in alto vide il colore rosso, che è quello, che si trasmette, e guardando al basso vide il color verde, che si riflette. Per questo può accadere ciò, che per accidente toccò vedere all'Hoochio, che due liquori colorati come un ceruleo ed un rosso, che disgiunti erano trasparenti, congiunti non più trasparischino; perch'essendo riflessi dal primo tutti i colori fuori che i rossi; e dal secondo tutti fuori che i cerulei può darsi ch'essendo mescolati insieme amendue restino tutti i colori sensibilmente impediti.

Sperienza Nona.

Se una lama sottile di oro si ponga tra l'occhio e il lume, e si guardi, si vede una luce cerulea, o verde; ma se si pone l'occhio tra la luce e la lama d'oro, si vede nella lama il suo color giallo. La ragion è che nel primo caso si veggono i raggi trasmessi, nel secondo i riflessi. Lo stesso accade in guardar certi liquori, come l'infusione di *legno nefritico*; e certe specie di vetri, che guardati per raggi trasmessi compariscono di un colore, per raggi riflessi di un altro.

Il cielo comparisce ceruleo, quando la parti, che compongono l'atmosfera sono disposte a riflettere più copiosamente i raggi cerulei. Ma se l'atmosfera si riempie di vapori, o di aliti atti

atti a riflettere più copiosamente i raggi gialli, o i rossi; comparisce giallo, o rosso.

Tali sono i fondamenti del celebre Nevvtoniano sistema. Altre sperienze ed osservazioni aggiugne il suddetto Autore per maggiormente comprovarlo, ma l'istituto della nostra elementare non richiedeva, che fossimo più diffusi; e perciò rimettiamo quello, che ricerca tutta la serie delle cose con esattezza al di lui eccellente trattato, cui si può aggiugnere ancora la nobile Dissertazione di Lotario Zumbach di Koesfeld intorno l'essenza de' colori apparenti, e dell'Iride.

Molto è stato obbiettato, e molto è stato risposto. Ultimamente il Sig. Rizzetti fece molte e nuove opposizioni, per le quali giudica doversi rigettare questo Sistema, dopo di che ne propone un nuovo, che regge, come a lui pare, a tutti i fenomeni.

Obbiezioni del Signor Rizzetti.

1. Quando il lume del Sole passando per un prisma dipigne sopra una carta bianca l'immagine in una certa distanza, si dipingono ordinatamente i colori primarj. Ma se cresce la distanza della carta nasce difficoltà. Imperocchè dovrebbono comparire gli stessi colori in maggiore spazio diffusi, e pure osserva il Mariotte [1], che quanto più si allontana la carta, tanto più il giallo si ristrigne in guisa che in fine ve ne resta una porzione insensibile, e quest'ancora di colore d'arancio, e quasi rossa.

3. Se nella carta stessa si fa un foro per far passare solo i colori gialli, e riceverli poi sopra una seconda carta, compariscono sopra di questa nuovi colori. Tali colori nel sistema del Nevvton sono prodotti, perchè il raggio giallo, che si fa passare non è puro, ma è con altri raggi commescolato. Ma perchè tale raggio è giallo per la prop. 4. lib. 1. par. 1. prevalgono in detto raggio i raggi gialli. Dunque potranno ben farsi vedere per la rifrazione nuovi colori nella maggiore distanza, ma dovrà sempre restare il giallo. E pure non si vede, ma, come sperimenta lo stesso Mariotte, il lume è di sotto rosso, e di sopra verde.

3. Se si fa passare per lo foro della prima carta il color rosso, indi si rifrange con un secondo prisma, si dipigne sopra una seconda carta il rosso, e il ceruleo, come osserva il suddetto Mariotte. Ma dovrebbe nascere per più forte ragione il giallo; che nell'ordine della rifrangibilità è il più vicino.

4. Se un' immagine colorata è stata dipinta da un prisma che ri-

[1] *Trattato de' Colori.*

rifrange all'alto, indi si guarda con un simile prisma rivolto in maniera che rifranga al basso, osserva il Nevvton [1], che allontanandosi a poco a poco il riguardante vede tale immagine a poco a roco abbreviarsi sinochè si riduce in un bianco cerchio, dopodichè allontanandosi maggiormente vede allungarsi di nuovo la immagine, e comparire i colori con ordine contrario.

Simile allo spettro apparente se ne dipinga un altro co' colori permanenti, e si sostituisca questo sopra un panno nero nello stesso luogo del primo. Aperte poi le finestre, acciocchè resti il nuovo spettro illuminato, sia egli riguardato in quella stessa distanza, in cui lo spettro apparente si vedeva ristretto in un bianco cerchio; esperimenta il Rizzetti [2], che tale spettro non si vede come l'altro, ristretto; ma più allungato ancora di quello, che si vedeva ad occhio nudo; e perciò muove difficoltà. Imperocchè in due sperienze dal Nevvton fu dipinta una carta mezza di color rosso, e mezza di ceruleo. Nell'una [3] i colori furono apparenti, nell'altra [4] permanenti.

In ognuna di queste sperienze afferma egli essere stata rappresentata da una lente in minor distanza la parte cerulea di quello che la rossa; e la differenza di queste distanze nel caso de' colori apparenti essere stata doppia di quella, che fu trovata nel caso de' colori permanenti; di cui la ragione, come afferma il suddetto Autore, era, che nel primo caso i colori erano più separati, e più puri di quello che nel secondo. Seguita dunque da tali cose, che tanto nello spettro apparente, quanto nel permanente il colore ceruleo si dee vedere abbassato più del rosso, e così successivamente gli altri colori a proporzione della loro rifrangibilità; dee dunque abbreviarsi anche il secondo spettro; e almeno per la metà; il che è contro la sperienza.

5. Se sopa un panno nero si distende una carta rettangola dipinta de' colori primarj, pare che conforme la sperienza 1. del Nevvton l. 1. p. 1. debbano di grado in grado comparir più alti i colori guardati con un prisma, che rifrange all'alto; e ciò secondo la loro refrangibilità; onde i più alti debbano comparire i violetti; il che però non succede.

6. Sopra un vetro sottile si descrivauo co' colori trasparenti due linee una rossa, e l'altra cerulea larghe quanto si vuole, e le diparta un nero filo di seta, che disteso per lungo passa per lo centro del vetro. Posto nella lanterna magica questo vetro paralello alla lente si dipinga nella camera oscura sopra una carta bianca molti piedi lontana la immagine delle linee. I due colori dipinti sul vetro paralello alla lente, sono colla lente egualmente inclinati nel confine del filo nero. Secondo la legge Nevvtoniana dove un colore si dipigne distinto, l'altro dee vedersi confuso, e perciò in qualunque distanza si dee confondere l'immagine del filo nero, il che non succede.

[1] *L. 1. P. 2. Sper. 11.* [2] *Nelle Affezioni del Lume L. 1.* [3] *L. 1. P. 1. Sper. 8.* [4] *L. 1. P. 1. Sper. 2.*

7. Per ispiegare i colori del Cielo vuole il Nevvton, che dove si riflettono i raggi cerulei, ivi sieno le particelle più sottili, e dove i rossi le meno sottili. Quando dunque il Cielo apparisce ceruleo, dice, che l'atmosfera è tutta di parti sottili ripiena; e quando apparisce rosso, che parti grosse l'ingombrano. E' da osservare, che quando si guarda il Cielc nel crepuscolo della sera, lungi dall'orizzonte si vede il color ceruleo, e vicino all'orizzonte il rosso. Vi sieno dunque due osservatori, l'uno più occidentale, e l'altro meno. Seguita da tale osservazione, che il primo vedrà cerulee quelle parti, che il secondo vedrà rosse; perchè quelle parti che sono alte al primo sono basse al secondo. Dunque le stesse parti riflettono egualmente il ceruleo e il rosso, il che è contro del Nevvton.

8. Nel fenomeno dell' Hallejo se i raggi gialli, verdi, e cerulei si riflettono dall'acqua inferiore; dunque ancora si trasmettono. Dunque i raggi rossi liberamente trasmessi, che dipignevano la parte superiore della mano dovevano essere mescolati ancora di tali raggi. Doveva dunque la mano dell'Hallejo essere tinta di un colore composto, e tutto altro che rosso, che nella sperienza si aveva fatto vedere.

Esposizione delle dottrine del Signor Rizzetti intorno i Colori.

OSSERVAZIONI.

1. Se a traverso di una lama di vetro astroite oscurata dall' ombra si guarda una carta bianca, e illustrata dal Sole secondo che la grossezza del vetro è maggiore, o minore la carta si vede rossa, o gialla, rossa nel primo caso, gialla nel secondo.

2. Se restando lo stesso vetro, la carta è meno chiara, quando prima si vedeva gialla, si vede rossa, ma se la carta maggiormente s'illustra, quando prima si vedeva rossa, si vede gialla.

Proposizione Prima.

Oggetto adunque chiaro guardato a traverso di mezzo oscuro secondo la diversa relazione del chiaro coll'oscuro comparirà rosso, o giallo.

3. Se una carta nera, ed oscurata dall'ombra si guarda a traverso una lama dello stesso vetro illuminata dal Sole secondo che la grossezza del vetro è maggiore, o minore, la carta si vede cerulea, o violetta, cerulea nel primo caso, e violetta nell'altro.

4. Se restando lo stesso vetro la carta si fa meno oscura, quando prima si vedeva cerulea, si vede violetta; ma se si fa più oscura, quando prima si vedeva violetta, si vede cerulea.

Proposizione Seconda.

Oggetto adunque oscuro guardato a traverso di mezzo chiaro secondo la diversa relazione dell'oscuro col chiaro comparirà ceruleo, o violetto.

5. Se una carta bianca, ed illustrata dal Sole si guarda a traverso di due vetri, de' quali il primo è offuscato dall'ombra, l'altro illuminato dal Sole; se guardando per lo primo si vede il giallo, guardando per amendue, si vede il verde; ma se guardando per lo primo si vede il rosso, guardando per amendue si vede il vinoso.

6. Ma se una carta nera, e offuscata dall'ombra si guarda a traverso di due vetri, il primo de' quali è illustrato dal Sole, e il secondo offuscato dall'ombra, si vede sempre verde.

Proposizione Terza.

Oggetto dunque oscuro guardato prima per chiaro, indi per oscuro fa verde; e oggetto chiaro guardato prima per oscuro, indi per chiaro secondo la diversa relazione del chiaro all'oscuro fa verde, o vinoso.

Corollario universale.

Dalle cose dette si deduce nascere i colori da non altro, che da una perturbazione [qualunque sia] de' raggi lucidi, che loro avviene o quando passano essi per mezzo dell'ombre; o quando l'ombre passano per mezzo di essi. E come le prime alterazioni, che possono farsi sono o perchè il chiaro passa per l'oscuro, o perchè l'oscuro passa per lo chiaro; seguita, che il rosso, giallo, violetto, e ceruleo sono colori primarj; ma il verde, e vinoso secondarj, e molto più i composti di questi.

De' Colori permanenti.

Tali cose poste si deduce la ragione de' colori permanenti, che si veggono negli oggetti.

1. E primamente non è difficile il conoscere, perchè il Cielo debba comparire ceruleo, se si considera, che i vasti spazj superiori non riflettenti luce per la rara e sottile materia, di cui sono composti, sono come un oggetto oscuro guardato a traverso della lucente, e chiara atmosfera.

2. Quando il Sole nasce sull'orizzonte rosseggia, perchè egli è un oggetto chiaro guardato a traverso della lunga e densa atmosfera. Ma quando il Sole è sublime, diminuita l'atmosfera si vede giallo, e in fine quando è sul meriggio, diventando allora insensibile la ragione dell'oscurità dell'atmosfera alla luce del Sole, si vede bianco. Lo stesso è della Luna, e degli Astri.

3. Nel tempo del crepuscolo, la parte superiore dell'atmosfera è illustrata, e la parte vicina a noi è ancora oscura, perchè un fondo oscuro, che è il Cielo, si vede a traverso della porzione lucida dell'atmosfera superiore, indi dalla porzione oscura dell'inferiore, si vedrà verde. Così quando il Sole è vicino a sorgere sull'orizzonte, una nube da esso illustrata comparisce rossa, perchè si guarda a traverso dell'atmosfera. Quando il Sole si sublima si vede gialla; ma quando arriva egli al meriggio, bianca.

4. Quando una candida carta, e illuminata dal Sole si guarda a traverso di una ampolla ripiena di liquore infuso di legno nefritico si vede gialla, o rossa secondo la densità maggiore, o minore del mezzo. Ma se a traverso di un liquor rilucente si guarda una carta nera, si vede o cerulea, o violetta.

5. Quando il cuojo, come fanno gli artefici, s'inargenta, indi colla solita vernice si offusca; si vede giallo. Si vedrebbe lo stesso, se in vece di riguardarlo a traverso della vernice si guardasse a traverso di un vetro fosco, o dell'astroite. Se lo stesso si annegra, e si copre colla suddetta vernice, si vede ceruleo. Nel primo caso un chiaro passa per un oscuro; nel secondo un oscuro per un chiaro.

6. Quando il ferro è molto infuocato, essendo egualmente lucen-

centi tanto le parti esterne, quanto le interne, dee comparire bianco. Ma quando l'esterne perdendo a poco a poco il loro moto incominciano ad infoscarsi, guardandosi un lucido a traverso di un fosco si vede prima un giallo, indi un rosso, sinochè avendo tutte egualmente perduto il moto si vede un opaco.

7. Così la fiamma di una candela nel lembo inferiore, dove si guarda il fosco dello stoppino a traverso della luce, si vede cerulea; nel vertice, dove le parti lucide si guardano a traverso il fumo, gialla, e rossa; nel mezzo, dove le parti egualmente rilucono, bianca.

8. Se si guarda la luce trasmessa per mezzo dell'oglio di oliva, si vede gialla; ma se si guarda la riflessa si vede verde. E' da osservare, che l'ampolla di tal liquore esposta al Sole non per tutto egualmente riluce; perchè per le continuate riflessioni la luce va sempre scemandosi, ed abbandona le parti interne. La luce dunque, che si riflette dalle intime parti venuta da un principio chiaro, che è il Sole, passa per un fondo oscuro, che sono le parti interne del liquore, indi per un chiaro, che sono l'esterne, il che cagiona il verde. Ma quando guardo il Sole a traverso il liquore, guardo un chiaro a traverso un fosco, e perciò veggo il giallo.

9. Nel qual modo si dee spiegare anche il fenomeno dell'Hallejo; perchè il rosso nasceva dalla luce trasmessa dal Sole nel mare; ma il verde dalla luce che derivata dal Sole passava prima per riflessione per lo mezzo oscuro delle parti inferiori dell'acque, indi per lo chiaro delle acque superiori.

10. Tali cose intese non è difficile l'applicarle a tutti i colori permanenti della natura. Imperocchè deono considerarsi i corpi naturali, come osserva ancora lo stesso Nevvton, composti di molti piccoli strati l'uno sopra dell'altro con diversa disposizione, e tessitura di superficie ordinati. Quando il primo strato è fosco, ed il secondo è lucido venendo i raggi per riflessione da un principio chiaro per un mezzo oscuro si vedrà il corpo o giallo, o rosso; ma quando il primo strato è lucido, ed il secondo oscuro, si vedrà ceruleo, o violetto. Dalla combinazione di tre strati, o sia un fosco in mezzo a due lucidi; o un lucido in mezzo a due foschi nasce una superficie verde, o vinosa, la composizione de' quali colori cagiona poi tutti gli altri secondarj più misti, che nella natura si veggono.

De'

De' Colori apparenti.

Collo stesso principio si spiegano i colori apparenti, come per esempio quelli, che si formano per mezzo de' prismi. Imperocchè sia [1] XY il diametro del Sole, i cui raggi per lo foro F entrino nel prisma ABC. I raggi XI; XK andranno per la rifrazione in V, ed S. Ma perchè ognuno di loro secondo la osservazione del Grimaldi si disperde, si disperga il primo sino in R, il secondo sino in T. Posta una carta bianca nel sito VT è da considerarsi, che nello spazio VR vi saranno due lumi, l'uno diretto del Sole, l'altro disperso del Cielo GX, ed i raggi dispersi attraversando obliquamente i diretti, ed essendo foschi, e misti di ombre faranno lo stesso effetto, che se un chiaro oggetto si riguardasse a traverso di un mezzo oscuro; e perciò vedrassi il rosso, e il giallo; il rosso verso V dov'è più forte il lume disperso, e fosco; e il giallo in R, dov'è la dispersione più debole. Nello spazio RS altro non essendovi, che il lume del Sole vedrassi il bianco. Ma in ST vi è l'immagine diretta del Cielo YD, e la dispersa del Sole; vedrassi dunque l'oscuro a traverso di un chiaro, e perciò si vedrà il ceruleo, e il violetto; il ceruleo in S dove il lume disperso è più forte, e il violetto in T, dove quello è più debole.

Se la carta si pone in *np*, svanirà il color bianco ridotto nel punto O, e lo spazio *n*O vedrassi rosso, e giallo, O*p* ceruleo, e violetto. Ma se si pone nel sito *ad*, lo spazio *ab* si vedrà rosso, e giallo; ma *bg* si vedrà verde. Imperocchè ivi stanno tre lumi, il primo diretto del Cielo YD, il secondo disperso del Sole, il terzo disperso del Cielo XG, e perciò vedrassi un oscuro a traverso prima di un chiaro, e poi di un oscuro, dal che nasce la sensazione del verde. In *gd* per le cause sopraddette vi sarà il ceruleo, e il violetto.

Col qual metodo si spiegano tutti gli altri simili fenomeni.

Collo stesso modo rende il suddetto Autore la ragione ancora de' colori, che si chiamano *immaginarj*. Se si riguarda per esempio una carta bianca dopo di avere fissati gli occhi nel Sole, è noto per la sperienza, che nel principio si vede gialla, indi rossa, bianca, e in fine cerulea, e violetta. La ragione di tale fenomeno giudica il suddetto Autore essere una chiara conseguenza del suo sistema, se si fa attenzione, che nella retina stannovi nello

---

(1) *Fig.* 8. *T.* 13.

nello ſteſſo tempo impreſſe due immagini, l' una del Sole, e l' altra della carta, delle quali la prima può conſiderarſi a guiſa di fondo, e la ſeconda a guiſa di velamento. E perchè nel principio l'immagine del Sole è aſſai forte, e vivace, e quella della carta in paragone di eſſa è foſca, ed oſcurata, ſi avrà dunque quella ſteſſa impreſſione, che ſi ha nel riguardar un chiaro a traverſo di un oſcuro, e perciò dovrà vederſi il giallo. Ma perchè l'efficacia della immagine Solare a poco a poco languiſce, il giallo dee cangiarſi in roſſo fino che eſſendo eguali le efficacie non ſi veda che un bianco. Ma quando il lume del Sole è maggiormente diminuito v'è la ſteſſa impreſſione, che ſe vi foſſe guardato un oſcuro a traverſo di un chiaro, e perciò vedraſſi il ceruleo, e il violetto.

Il Fine della Parte Prima.

ELEMENTI DI FISICA

ESPOSTI DAL P. D.

GIOVANNI CRIVELLI

CHERICO REGOLARE SOMASCO

In queſta ſeconda edizione accreſciuti e migliorati.

S'aggiungono dell' iſteſſo autore due Diſſertazioni

SULLE LEGGI DEL MOTO,

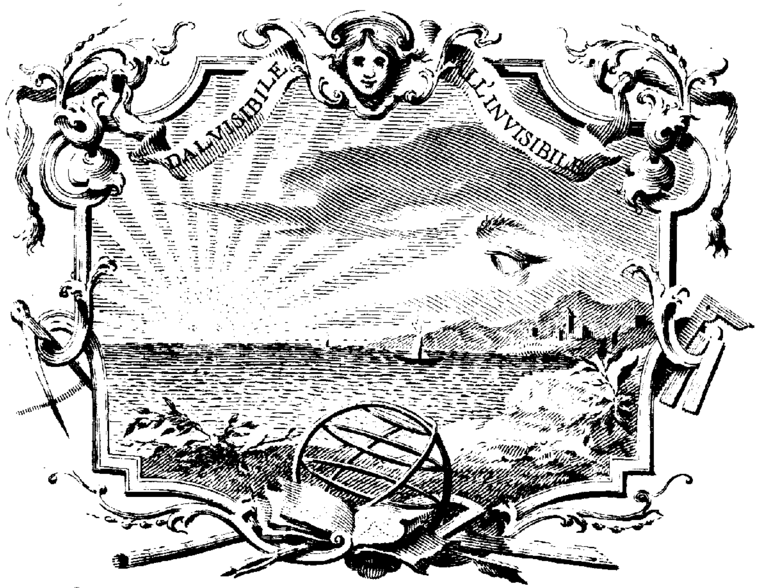
E DELL'ESTIMAZIONE DELLE FORZE VIVE,

Ed i Problemi aritmetici

DI DIOFANTO ALESSANDRINO

ANALITICAMENTE DIMOSTRATI.

PARTE SECONDA.



IN VENEZIA, MDCCXLIV.

PRESSO SIMONE OCCHI.

CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

TAVOLA
DELLE MATERIE,

Che in questa Seconda Parte si contengono.

LIBRO SESTO.

SEZIONE PRIMA.

SEZIONE SECONDA.

LIBRO SETTIMO.

SEZIONE PRIMA.

SEZIONE SECONDA.

SEZIONE TERZA.

SEZIONE QUARTA.

LIBRO OTTAVO.

SEZIONE PRIMA.

SE-

SEZIONE SECONDA.

SEZIONE TERZA.

SEZIONE QUARTA.

LIBRO NONO.

SEZIONE PRIMA.

SEZIONE SECONDA.

SE-

SEZIONE TERZA.

Delle ragioni Fisiche per lo Sistema Copernico - Kepleriano.

SEZIONE QUARTA.

Delle Stelle fisse.

SEZIONE QUINTA.

Delle Comete.

APPENDICE.

Del Flusso, e Riflesso dell' Oceano.

LIBRO

LIBRO SESTO

Delle Immaginazioni, e Passioni.

SEZIONE PRIMA

Della Immaginazione.

Della Natura della Immaginazione. *Cap. I.*

PEr intendere le dottrine della Immaginazione secondo il più facile, e più conveniente sistema, bisogna ridursi a memoria ciò che abbiamo detto intorno delle Sensazioni, ed in qual modo, e con qual legge esse si facciano, e come gli organi loro in tanti piccioli filetti, o nervi consistano, che dal cerebro, dove hanno l'origine, alle parti esteriori del corpo spandendosi, e diramandosi sono continuamente esposti all'azione de' corpi esterni, dalle quali azioni facendosi in essi varie, e diverse impressioni, avviene che l'Anima venga a diverse passioni, o percezioni determinata, che *Sensazioni* si chiamano, le quali seguono sempre la condizione di tali impressioni. Imperocchè tale è la legge della Natura. Così quando per mezzo degli occhi noi concepiamo, cioè a dire quando veggiamo un albero, intanto lo veggiamo, in quanto che per mezzo dei raggi di luce, che dalla superficie dell' albero si riflettono, ed entrano per la pupilla, si fa l'impressione, cioè a dire si forma l'immagine di tale albero sulla retina. Tale impressione dalla retina, che è uno degli organi esterni, si comunica al cerebro organo interno, e comune, dove restando affètte in quel preciso modo, che all' azione di tale agente conviene, le fibre, e gli spiriti sottili, che dentro di esse quasi per tanti piccioli canali, o tubi vi scorrono, viene determinata l'Anima a concepire ciò, che poi ella col nome d'*albero* appella. Il concepimento, che abbiamo nell' atto stesso, che dall' esterno agente fassi nel cerebro la prima volta tale impressione, diccsi *Sensazione*. Ma se dopo che l'impressione

sione fu fatta, si rinovella negli spiriti sottili quella stessa affezione, ch'ebbero la prima volta, cioè a dire se nelle fibre in cui l'esterno agente fece la sua impressione si muovono come la prima volta si mossero, il concepimento dell'Anima, che a tale moto si congiugne, chiamasi *Immaginazione*. Dalle quali cose si conosce essere all' Immaginazione, ed alla Sensazione comune il Principio. Imperocchè quella stessa impressione, che fa che sentiamo, fa ancora che c' immaginiamo. Ma vi ha questo di vario, che la sensazione si fa nello stesso tempo, che l'esterno agente forma la sua impressione nel cerebro; ma l'immaginazione dopo che già l' impression fu formata. In quella l'Oggetto è sempre presente: in questa è sempre lontano. In quella il pensiere si dirige al di fuori, e verso l'Oggetto, in questa si contiene al di dentro, e ci rappresenta le cose quasi nel cerebro stesso circonscritte. E perchè le impressioni che fanno gli Oggetti esterni nel nostro organo, sono assai più vive, ed efficaci che quelle, che vi fanno gli spiriti dentro delle fatte tracce scorrendo, per questo l'Anima è assai più tocca nel senso di quello che nell' immaginazione. Ma perchè possono talvolta gli spiriti essere così agitati, e violenti, che nel passar per le tracce muovano le fibre presso che con quella forza, con cui furono mosse dagli esterni moventi, per questo può darsi una immaginazione così stranamente vivace, che ci faccia vedere le cose come presenti, e sia in certo modo emulatrice del Senso.

Una delle prime Leggi dell'Immaginazione è la corrispondenza reciproca dei concepimenti colle tracce impresse, e delle tracce co' concepimenti. Come le diverse tracce impresse nel cerebro dagli oggetti eccitano diverse passioni, o affezioni, o idee nella nostr' Anima, così le diverse idee dell'Anima imprimono nuove diverse tracce nel cerebro. La causa di tale reciproca corrispondenza non è che la volontà dell'Autore. Come alla traccia di un albero risponde l'immaginazione d'un albero, così all'immaginazione di un albero si forma la traccia di un albero. Su questa naturale corrispondenza sta fondata, come osserva il P. Malebranche, (1) la corrispondenza artificiale introdotta dagli Uomini sicchè a tali tracce di suoni, o di caratteri rispondano tali concepimenti, ed idee, nel che consiste il commercio delle Lingue, e l'universale società de' Popoli. Alla voce per esempio di *Soldato* hanno gl' Italiani congiunta l'idea di un Uomo, che fa guerra, la quale idea hanno gli antichi Latini congiunta alla voce *Miles*, ed ora quelli di Francia alla voce *un soldat*. Così di tutte le altre. Il che non può farsi senza un accordo, o tacita convenzione. Imperocchè quando si vede un quadrato, si eccita in tutti l'idea d'un quadrato; ma non così quando si sente la voce *quadrato*: perchè il primo modo è naturale, il secondo artificiale. E ciò si dee applicare a tutte le idee spirituali, che artificialmente sono annesse a tracce naturali. Ove però è da osservarsi esserci molta differenza in questi due modi d'immaginazione. Imperocchè le tracce, che naturalmente vengono dagli Oggetti, toccano, e rendono attenta l'anima; onde avviene che la maggior parte degli Uomini ha facilità di comprendere e ritenere le verità sensibili, cioè le proprietà de' corpi; ma le tracce, che non hanno altr' alleanza coll' idee che quella che vi ha posto la volontà degli uomini, sono meno forti; e perciò abbiamo maggior pena di ritenerle.

(1) *Ricerca della verità.*

Una seconda legge principale è il legamento scambievole di una traccia coll'altra, in che consiste il legamento de' pensieri tra se. La cagione di tal legamento è l'*identità* del tempo, in cui molte diverse tracce sono state dagli oggetti nel cerebro impresse. Imperocchè, come nota il sopraddetto Autore, basta che molte tracce sieno state nel medesimo tempo prodotte, a fine che non possano più risvegliarsi se non tutte insieme, perchè gli spiriti animali trovando aperto il cammino in tutte le tracce, che si sono fatte nel medesimo tempo, continuano in esse il loro cammino per causa che vi passano più facilmente che in qualunque altra parte. E da tali legamenti prende origine la Memoria, e le Abitudini corporee degli Uomini, che sono comuni a molti altri animali. Imperocchè la memoria non in altro consiste, che in una serie di concepimenti procedente da una serie di tracce, nelle quali una dopo l'altra scorrono gli spiriti. E perchè tali tracce ora sono più profonde, ed ora meno, e perciò in esse ora con maggiore, ora con minore facilità vi scorrono gli spiriti, per questo alcune cose più facilmente, alcune meno si tengono a memoria. E perchè le replicate sensazioni fanno più profonde le tracce, perciò si tiene a memoria più facilmente ciò, che spesso si è veduto, o udito, e più facilmente ciò che si è veduto, essendo generalmente più forti le impressioni, che vengono per mezzo degli occhi, di quelle che vengono per mezzo degli orecchi. Dallo stesso principio dipendono le abitudini. Imperocchè le abitudini non in altro consistono, che in un corso facile degli spiriti di nervo in nervo secondo quelle vie, che a poco a poco si hanno aperte, e si hanno in certa maniera rendute familiari. Per

Per questo nel principio sono difficili l'esecuzioni, perchè gli spiriti non trovano le vie, per cui deono passare, assai aperte, e libere; come veggiamo ne' principianti della Musica, o d'una Lingua straniera. E spesso quelli, che avevano acquistata un'abitudine, la perdono per lo lungo disuso, perchè ritornano a strignersi ed a serrarsi quelle vie, per cui prima gli spiriti liberamente passavano. Per questo in fine i fanciulli sono capaci di acquistar nuove abitudini più che gli Uomini, per la mobilità de' loro spiriti, e delicatezza delle loro fibre, ed è difficile di perdere gli antichi abiti, ed a forza di parlare si acquista tanta facilità.

Come allor che noi vegliamo, stanno gli spiriti divisi in molte tracce, ed occupati in diversi sensi; ma nella quiete del sonno stanno più raccolti, e ridotti nel cerebro; accade per questo, che nel tempo del sonno possono talvolta entrare con maggior copia, ed energia in una traccia di quello, che in tempo di veglia, e farci perciò immaginar più vivamente un oggetto dormendo di quello che siamo soliti d'immaginarlo vegliando. Così può crescere l'intension dell'immaginazione sicchè equivaglia ad un senso; onde sentiamo talvolta tanto vivamente la puntura di un ago dormendo, quanto la sentiremmo vegliando; e così dell' altre immaginazioni.

Il passare di pensiero in pensiero, e d'immaginazione in immaginazione senza riflesso, e senz'alcuna previa meditazione, come talvolta veggiamo accadere, non altronde nasce che dal corso vago, ed irregolare, che prendono gli spiriti dentro le tracce, che trovano più aperte, e più facili. Che se sono questi per qualche causa fisica troppo agitati, allora movendo essi con troppa forza le fibre, per cui passano, con varie violente illusioni c' inquietano, e ci perturbano, e cagionano in Noi ciò, che diciamo l' *Insonnia*.

Se i medesimi spiriti dopo di essere entrati nelle tracce dell' immaginazione di un uomo che dorme, passano per la facilità che ritrovano dentro di quei nervi, che servono al movimento del corpo, allora faranno nascere diversi moti, e principalmente quelli, a cui tale uomo ha la sua maggiore abitudine. E da ciò nasce, perchè alcuni benchè addormentati, escono talvolta, come veggiamo dal letto, aprono le finestre, passeggiano, e fanno simili azioni, quali sono i *Nottambuli*. E come in tal sorta d'Uomini appena gli spiriti entrano nelle tracce, che scorrono a dar movimento al corpo, per questo avviene per l'ordinario, ch' essendo svegliati non si ricordano più di quello, che hanno fatto dormendo. Il contrario accade in quelli, i cui spiriti dalle tracce dell' immaginazione non escono, e principalmente se si sono in quelle mossi con forza, perchè allora ritengono essi a memoria tutto ciò, che si sono immaginati dormendo, e dopo di essersi risvegliati, ne fanno lunghe, ed esatte descrizioni.

Dalla forza dell' immaginazione nasce talvolta, che imitiamo le altrui azioni senza alcuna deliberazione, e meccanicamente. Quando ci fissiamo in qualche azione, che veggiamo farsi, che per la sua novità ci rapisce, e ci occupa, si forma una profonda traccia nel cerebro, ove molta copia di spiriti concorre, e talvolta move quelle medesime fibre, e quei medesimi nervi, che sono mossi in quello, di cui veggiamo l'azione, e nel modo medesimo; onde nasce, che siamo all' improvviso veduti a far le medesime cose.

Nella stessa maniera nasce la compassione. Quando, per esempio, veggiamo una piaga, corrono gli spiriti a quella parte, che corrisponde a quella, che veggiamo impiagata, e si muovono in maniera simile a quella di colui che patisce. E come in tale moto di spiriti, e di nervi consiste il dolore di chi patisce, così anche il dolor di chi compatisce. Questo sol vi ha di vario, che in quello il moto è primario ed originale, in questo è secondario e derivativo; in quello nasce dall'azion d'un agente, in questo dalla passion del paziente.

Nasce per questo, che la compassione è minor della passione. Ma essendo il resto pari, ella è più viva in quelli, che hanno gli spiriti più vivaci e le fibre più delicate. Perciò gli Uomini giunti all' età virile meno compassionano delle femmine, e dei fanciulli. E più compassiona quello, che sta più fisso nello spettacolo doloroso e funesto, ed in cui le tracce dell'immaginazione si fanno più profonde.

Dei cangiamenti della Immaginazione. Cap. II.

Più chè i vestigj, o le immagini impresse nel cerebro saranno grandi, e distinte, più l' Anima s' immaginerà vivamente. E come nota il sovrallodato P. Malebranche [1] in quella guisa che la larghezza, e la profondità, e nettezza dei tratti di qualche intaglio dipende dalla forza, con cui si tratta il bolino, e dalla ubbidienza del rame, così la profondità, e la nettezza dei vestigj dell' immaginazione dalla forza degli *Spiriti animali*, e dalla costituzione dello *fibre del cerebro* dipende.

Gli spiriti, continua il suddetto Autore, sono la parte più pura

[1] *Ricerca della Verità L. 2.*

pura del sangue. Se il sangue è crasso, pochi spiriti vi sono; se è facile al moto, gli spiriti sono caldi ed agitati; se troppo non si fermenta, sono languidi. Infine la solidità, e forza di questi è in proporzione della solidità, e forza di quello. Nasce per questo, che tutte le cause che possono cangiar affezione nel sangue, la cangeranno ancora negli spiriti, ed in conseguenza nella immaginazione.

Una delle cause, che cangiano affezione nel sangue, sono i nutrimenti. Il sangue mescolato col chilo è assai differente dal sangue che ha fatte già molte circolazioni pel cuore. E perciò gli spiriti animali, che non ne sono che la più sottile porzione, sono assai differenti nelle persone a digiuno, e in quelle che hanno preso il cibo. E perchè i cibi, e le bevande variano in infinito, e i corpi che le ricevono variano ancor' essi infinitamente, così senza termine debbono variarsi le immaginazioni per tale causa; ne due persone, ch'escono dalla medesima mensa debbono aver la medesima precisa mutazione. I sani e robusti meno restano alterati, ma non così i vecchi e deboli, che perciò si assopiscono quasi tutti, ed illanguiditi nell' immaginazione non possono più dopo il cibo distintamente applicare. Ma il vino secondo il moto, ch'egli apporta al sangue, ed in conseguenza agli spiriti, rallegra, commuove, trasporta, ed in fine istupidisce.

Un'altra cagione di cangiamento di spiriti è l'aria. Entra questa dalla trachea nell'arteria venosa, onde passa a fermentarsi col sangue nel cuore, e perciò se non apporta una pronta mutazion, come il cibo, lo fa però a poco a poco. La differenza dell' aria, che si respira, si dee considerare come un principio della varietà degli animi nelle Nazioni. Per questo Cicerone [1] attribuisce agli Ateniesi l'ingegno acuto, ai Tebani il crasso.

Una terza cagione son le Passioni dell' animo. Egli è da osservare che molti rami de' nervi dell'ottavo pari si legano colle fibre del cuore, e circondano le sue aperture, le sue auricole, e le sue arterie, spandendosi ancora nella sostanza del polmone. Essi col loro moto cagionano molte mutazioni al sangue. Imperocchè quelli, che si legano alle fibre del cuore, facendolo qualche volta accorciare con troppa forza, spingono con maggior empito, che conviene il sangue alla testa, ed alle parti esteriori del corpo, e talvolta fanno un effetto contrario. Quelli che circondano le aperture, e le auricole del cuore, ora le allargano, ora le stringono, ed in tal modo accelerano, o ritardano il moto

[1] *Del Fato*.

to al sangue. Tale uso hanno ancora i nervi, che sono sparsi nel polmone; perchè il polmone non essendo che un composto dei rami della trachea, della vena arteriosa, e dell' arteria venosa, nasce talvolta che i nervi sparsi nella sua sostanza impediscono colla loro contrazione, che l'aria con l'ordinario corso non passi per gli rami della trachea, ed il sangue da quelli della vena arteriosa in quelli dell'arteria venosa, che portano al cuore; ed in tal modo viene talvolta alterato il moto e la costituzione del sangue; onde resta cangiata la Forza immaginatrice. Così i rami che vanno al fegato, se talvolta lo stringono, fanno entrare gran copia di bile per lo suo canale nel cuore, e di là nel sangue; onde nasce un gran moto negli spiriti, ed in conseguenza un' immaginazione agitata e violenta. Per lo contrario quelli, che vanno alla milza, impediscono il moto colle loro contrazioni, e col succo melancolico, che vi spremono, assopiscono il sangue, e rendono perciò l'immaginazione languida, e stupida.

L'altro principio, da cui, come abbiamo detto, dipendono le qualità diverse dell' immaginazione, sono le *fibre del cerebro*. Dal variamento perciò che si farà in esse, nascerà ancora il variamento della forza immaginatrice. Ne' giovani sono molli, flessibili, e delicate, coll'età divengono più secche, più dure, e più forti, nella vecchiaja sono inflessibili, o difficili al corso degli spiriti, parte per essere crasse, parte per essere riempiute di umori superflui. Nasce per questo, che i giovani facilmente ricevono le tracce, ma se non le profondano colle replicate impressioni, facilmente le perdono; quelli, che sono arrivati all' età virile, hanno le tracce più consistenti, e per la forza degli spiriti ne fanno un perfetto uso. Ma i vecchi poco le nuove tracce ricevono, ed i loro spiriti per lo più versano in quelle già fatte, e da molto tempo scolpite, e perciò come si suol dire, vivono di memoria.

La delicatezza delle fibre è cagione d'una vivace immaginazione per tutte le cose sensibili. Per questo le femmine da tali cose grandemente si muovono, e troppo occupate dal sensibile non sono atte alle astrazioni. Elle versano sulla corteccia delle cose, ma non hanno forza di penetrare. V'è una quantità d'uomini, che nella costituzione delle loro fibre sono poco, o nulla dissimili dalle femmine, e perciò hanno essi uno spirito molle, e capace solo di cose leggiere. Altri per lo contrario l'hanno penetrante, robusto, e capace d'ogni meditazione.

Del

Del potere, che hanno le immaginazioni delle Madri sopra i loro Figliuoli. Cap. III.

BEnchè l'anima dell'infante, che sta nel seno della Madre sia separata da quella della Madre, è però talmente il suo corpo unito, che le sensazioni e le passioni della Madre si rendono sempre comuni anche al figliuolo. Così l'infante vede ciò, che vede la Madre, ode lo stesso suono, si risente al di lei amore, all'odio, e allo sdegno: e sono come due cetre accordate all'unisono, a' suoni d' una delle quali corrispondono i suoni dall'altra. Imperocchè se un uomo appassionato imprime una passione simile in quelli, che lo riguardano, molto più la Madre la dovrà imprimere nell'infante, non essendo il corpo dell' infante, che una parte di quello della Madre, ed essendo gli spiriti comuni. Per questo se alla vista di qualche animale improvvisamente veduto nacque una forte passione di spavento nell'animo della Madre, il moto, ch'ebbero allora i di lei spiriti si comunica anche agli spiriti dell'infante, e resta impresso in quello un vestigio profondo di spavento, che non può non risvegliarsi allora ch'egli vede il medesimo animale.

Da tale principio dipende una quantità di strani fenomeni in tale materia. Per tale cagione, per esempio, si viddero nascere alcuni stupidi, e senza senso, e colle membra spezzate. Del che la causa fu la immaginazion delle loro Madri, ch'essendo di loro gravide vollero essere presenti allora che da' carnefici si rompevano l'ossa a'rei. Quanti colpi dà il carnefice al reo, tante scosse si fanno nel cerebro della Madre, e nello stesso tempo in quello del Figlio, che per essere troppo delicato si fiacca, e si sfibra, e perde il senso. Così parimente alla vista dell'orribile esecuzione, corrono gli spiriti della Madre verso quelle stesse parti, dove il reo riceve i colpi, il che si fa ancora nel Figlio; e quel moto, che nei nervi della Madre non lascia sensibile vestigio per la grande tenerezza, e mollezza, lo lascia nei nervi, e nelle ossa del Figlio, e perciò nasce spezzato. Per questo le femmine imprimono ne' fanciulli quelle strane forme, dalle quali esse restarono commosse nel vederle negli altri. Per questo nascono alcuni con deformi, ed estraordinarie figure. Per questo in fine coll' impressioni di diverse frutta, ed altri cibi formate in diverse parti del corpo. Imperocchè quando la Madre vede il frutto, e lo appetisce si forma una forte immagine di quel frutto nel di lei cerebro, e si mettono in agitazione gli spiriti, il che si fa ancor nell' infante. Quando ella si tocca in qualche parte del corpo scorrono gli spiriti verso quella parte, che tocca, con quella determinazione di moto, ch'è cagionata in loro dall' impressione fatta nel cerebro, e colà fissati stampano questi in quella medesima parte un'impressione simile a quella del cerebro, il che si fa ancor nell'infante; ma evvi questo di vario, ch'essendo le fibre della Madre consistenti, e forti, non si fa in esse mutazione sensibile per l'impressione degli spiriti; ma non così nel fanciullo, in cui le fibre essendo assai delicate, e tenere molta mutazione patiscono, che spesse volte lascia in esse un indelebile vestigio; onde segue che li veggiamo talvolta con simili note, le quali alla vista delle frutta, che rappresentano, si gonfiano, e crescono per lo concorso degli umori, e del sangue, che si fa in esse per quelle vie più facili, ed aperte, che corrispondono all'antica impressione.

Altri effetti di non minore importanza cagionano le immaginazioni delle Madri, e sono le inclinazioni, e le passioni, e quelle che chiamano le antipatie, e le simpatie. Imperocchè se gl'infanti portano sul volto le immagini di ciò, che ha mosso la Madre, benchè le fibre della cute siano più dure di quelle del cerebro, e benchè gli spiriti si muovano più vivamente nel cerebro, che nella cute, non si dee perciò dubitare, che gli spiriti della Madre non producano molte tracce forti nel cerebro de'loro infanti. E come alle tracce dell' immaginazione s' accompagnano spesso nella Madre i moti delle passioni, così non dee dubitarsi che ne' loro infanti co' vestigj delle immaginazioni non si accompagnino ancora quelle delle passioni. Che se tali vestigj sono fortemente impressi, è facile il conoscere come essi possono essere tutta la causa, per cui cotanti stravaganti affetti si veggano, e come tante avversioni, o desiderj, o amori, o inclinazioni veementi, il regolare i quali non è in nostra balia.

Tale per esempio, era lo spavento, in cui tosto si poneva Giacomo Terzo Re d' Inghilterra alla vista d'una spada ignuda, di cui ne parla il Cavaliere d'Igby. Nè altronde ebbe questo l' origine che dallo spavento, ch'ebbe la di lui Madre allora che essendo d'esso gravida si vidde entrare in Camera i congiurati colle spade ignude, ed ammazzare i suoi sotto gli occhi proprj.

Nè giova il dire, che se ciò fosse vero, dovrebbono sempre le Madri comunicare a'loro figliuoli le stesse inclinazioni, e le stesse affezioni, che hanno. Imperocchè si dee considerare esservi due

due sorte di tracce, altre naturali, ed altre accidentali. Quelle sono più profonde, ed immutabili, e si diramano per tutto il corpo; queste sono meno forti, e si cangiano, e ad alcuni nervi solamente si stendono. Le prime si trasmettono con tutta la forza. Così i Papagalli formano i figli disposti ad aver il medesimo canto, e il medesimo grido. Ma perchè le tracce accidentali sono di minor forza, nè all'organo intiero si estendono, per questo non molto si trasmettono. Così un Papagallo, che saluta il suo Padrone, non imprime la stessa virtù ne' suoi parti. Egli è vero, che non vengono eccitate tali idee passaggere nella Madre se non sono ancora nel Figlio, ma quando nasce il Figlio, facilmente si cancellano, e gli oggetti sensibili ne producano di nuove, come veggiamo che ad un nuovo efficace dolore si obblia il precedente. Che se le accidentali sono assai violente, allora sono emule delle naturali, come nell'esempio di Giacomo Terzo. Ma i figliuoli di quello non ebbero la stessa debolezza, parte perchè tali impressioni vanno sempre scemandosi ne' Figli; parte perchè la Madre colla buona costituzione del corpo le impedisce.

Dell' Immaginazione forte. Cap. IV.

PER *Immaginazione forte* intendesi quella costituzion di cervello, che ci rende capaci di vestigj, e di tracce estremamente profonde, per le quali si riempie talmente la capacità dell'anima, ch'ella è impedita di prestar attenzione a qualunque altra cosa. Vi sono due sorte di persone, che hanno l'immaginazion forte. I primi ricevono queste tracce per l'impressione involontaria, e sregolata degli spiriti, i secondi per la costituzione del loro cerebro. Del primo genere sono quei *Pazzi*, che sono costretti a pensar sempre intorno una cosa sola, e quando incominciano il discorso intorno di un'altra, tosto lo troncano per versare su quella. Della qual sorta ve ne sono molti, ed a questa classe appartengono tutti gli *Appassionati*. I secondi sono tali per la natura delle loro fibre, e sono esposti a due difetti, il primo d'essere difficili nel maneggio de' discorsi, perchè difficilmente si flettono le loro fibre, e si mutano in essi le tracce; il secondo è che sono per lo più visionarj, non come i Pazzi, ma prossimamente. Tale sorta di genj eccede in tutto, e nel timore, e nella speranza, ingrandiscono tutto, e di tutto si fanno maraviglia.

Uno de' più grandi effetti dell'Immaginazion forte è uno irregolato timore delle apparizioni degli spiriti, de' fortilegj, e magie. Niente vi è di più terribile, e che imprima più profonde tracce, che l'idea di qualche potenza invisibile, che non pensa, che a nuocerci, ed a cui non possiamo resistere. All'immaginazione di questa molti perciò si credono d'essere invasi, e fissamente lo pensano. All'aspetto, o alla descrizione d'una maliaa, molte volte si stimano ammaliati.

Nasce per l'immaginazion forte, che alcuni talvolta credonsi diventar Lupi, e vanno per le strade correndo in tempo di notte; altri si credono animali, altri si stimano Monarchi. Nè da altra origine nascono i Sogni, o le illusioni de' Nottambuli.

E tali cose bastino intorno della Immaginazione.

SEZIONE SECONDA

Delle Passioni dell' Anima.

Delle Passioni in Genere. Cap. I.

DIetro alle sensazioni, ed immaginazioni vengono le *Passioni*, delle quali ora diremo; incominciando prima dai Platonici, e dai Pitagorici, che, come nota ancor Cicerone nelle sue questioni Tusculane [1], consideravano nell'Anima due parti, l'una *partecipe della ragione*, e l'altra della *ragione incapace*. Nella prima ponevano la *tranquillità*, cioè uno stato placido e quieto, proprio dell'Uomo saggio; nell'altra i movimenti torbidi dell'ira, delle cupidigie, e degli altri affetti, i quali tutti da Zenone, e dagli Stoici erano tenuti per contrarj, ed inimici della ragione. Tale dottrina fu abbracciata ancora dagli Aristotelici, i quali considerarono ancor essi nell'Anima due parti, l'una *Ragionevole*, che chiamarono ancora *Superiore*, e l'altra *Irragionevole*, ovvero *Inferiore*. Nella ragionevole due facoltà distinsero, e due parimente nella irragionevole; quelle sono l'*Intelletto*, e la *Volontà*; queste la *Immaginazione*, e l'*Appetito sensitivo*, che poi dietro l'orme di Platone in *Concupiscibile*, ed *Irascibile* divisero. E siccome nella parte tranquilla dell'Anima la Volontà con moto placido ed ordinato seguita ciò, che le viene dall'Intelletto proposto e rappresentato per bene, e fugge, ciò che le viene rappresentato per male; così nella parte torbida l'Appetito sensitivo seguita, e fugge quel bene, o male sensibile, che gli viene dalla Fantasia, o Forza immaginatrice rappresentato, il che non

(1) *Lib.* 4.

non si fa senza molte, e varie mutazioni, e perturbazioni corporee. Che se tal bene, o male sensibile viene rappresentato come difficile ed arduo da conseguire, o da fuggire, egli appartiene all'Appetito irascibile; ma se viene rappresentato come facile, egli appartiene al concupiscibile, di cui certamente i moti sono violenti, ed agitati; ma meno però degl'irascibili. E secondo tali dottrine furono comunemente definite le Passioni: *Movimenti dell' Appetito sensitivo nati dalla immaginazione di un bene, o di un male sensibile: onde accade insolita mutazione nel corpo.*

Aristotele nel Libro 2. dell' Etica Cap. 4. a due specie riduce tutte le passioni, cioè al *Piacere*, e al *Dolore*.

Dalla qual opinione non è diversa quella dei Democritici, e degli Epicurei. Ma presso gli Stoici quattro sono gli Affetti primarj, due riguardo al bene, e due riguardo al male. Imperocchè in ordine al bene considerato come conveniente, e facile da acquistarsi, nasce il *Desiderio*; e in ordine al bene acquistato, e posseduto nasce il *Gaudio*. Ma in ordine al male conceputo come già vicino, ed imminente nasce il *Timore*; e in ordine al male, che già ci ha giunto, e ci aggrava, il *Dolore*. La qual divisione segue Virgilio [1] allora quando parlando dell'Anima del Mondo secondo le dottrine de' Platonici, afferma da essa trarre origine le Anime umane, e le Passioni, ch'esse dentro i corpi imprigionate esperimentano.

Hinc cupiunt, metuuntque, dolent, gaudentque, nec auras
Respiciunt clausæ tenebris, & carcere cæco.

E quinci ancora

Avvien, che Tema, e Speme, e Duolo, e Gioja
Vivendo le conturba, e che rinchiuse
Nel tenebroso carcere, e nell' ombra
Del mortal velo, alle bellezze eterne
Non ergan gli occhi.

S. Tommaso [2] nella sua Somma undici passioni distingue; sei delle quali appartengono alla Concupiscibile, e sono l' *Amore*, l' *Odio*, il *Desiderio*, la *Fuga*, il *Gaudio*, e la *Tristezza*; e cinque all'Irascibile, e sono la *Speranza*, e la *Disperazione*, l' *Audacia*, e il *Timore*, e finalmente l' *Ira*, cui non si dà contrario.

Per render ragione della qual divisione egli vuole, che si consideri, che qualunque immaginazione di bene, o di male sensibile, che non importa la circostanza dell' arduo appartiene all' Ap-

(1) *Eneide Lib. 6.* (2) 1. 2. *quest. 23. art. 3.*

Appetito di cupidigia, e perciò o che l'Anima versa intorno di tale oggetto, astraendo che sia presente, o lontano, e nasce in essa l' *Amore* per riguardo al bene, e l' *Odio* per riguardo al male; ovvero lo considera lontano, e nasce il *Desiderio* per riguardo al bene, e la *Fuga* per riguardo al male. O finalmente lo concepisce presente, e per lo bene ha il *Gaudio*, per lo male la *Tristezza*.

Ma quando il male, o bene sensibile è conceputo come arduo allora nascono gli Affetti dell' Irascibile. Ed in tal modo se si concepisce il bene arduo, ma però possibile da ottenere, nasce la *Speranza*, e se si concepisce impossibile la *Disperazione*. Se si apprende il male imminente; ma nello stesso tempo si concepisce una forza di ribatterlo, e superarlo; nasce l' *Ardimento*; ma se si apprende maggior della nostra forza, il *Timore*. Finalmente se il male ci aggrava, e circonda, e tendiamo a respignerlo, e discacciarlo, insorge l' *Ira*, cui non v'è Affetto contrario; imperocchè se vi fosse dovrebbe egli versare intorno il bene presente, ed arduo, il che non può darsi, non potendo concepirsi per arduo il ben, ch'è presente.

Altra divisione stabilì il Cartesio, il quale di tal materia ci lasciò un eccellente Trattato, ed accuratamente i moti corporei, che alle Passioni vanno congiunti, e o le precedono, o le conseguono, ci descrisse, del che ora diremo; imperocchè l' esaminarle in tal modo alla Fisica principalmente appartiene.

E prima di tutto allora che concepiamo gli oggetti, secondo che gli concepiamo o giocondi, o molesti, ed uno in una maniera, uno in un' altra, nascono in Noi diverse mutazioni, che *Passioni* dell' *Anima* si appellano, le quali sono differenti dalle semplici Sensazioni; perchè le Sensazioni si riferiscono agli oggetti stessi, e le passioni a Noi. E perchè tra il Corpo e lo Spirito v'è tale unione, che ogni volta, che nasce mutazione nel Corpo, nascer debba mutazione ancor nello Spirito, e reciprocamente alle mutazioni dello Spirito debbano accompagnarsi le mutazioni del Corpo; perciò a qualunque Passione dell'Anima corrispone una precisa Passione del Corpo, e a qualunque Passione del Corpo corrisponde una precisa Passione dell'Anima, così che in qualunque affezione dell' Anima con tale e tal modo viene costituito l'organo, e le parti dell'organo, ed in altra affezione con altro modo, e reciprocamente; i quali modi per verità non possono precisamente determinarsi; ma possono però molte circostanze o esterne, o interne non difficilmente osser-

osservarsi, e notarsi, che sono come le note, ed i caratteri sensibili di ciascuna Passione.

Diconsi poi Passioni, perchè nascono in Noi per l'azione degli oggetti, che concepiamo. E perciò l'oggetto è quello che agisce, lo Spirito quel che patisce. Non però gli oggetti esterni eccitano in Noi le passioni secondo ciò, che essi sono, ma secondo ciò, che vengono da Noi conceputi. Così un oggetto, sebbene non è pericoloso in se stesso, conceputo però sotto l'immagine di pericoloso, muove il *Terrore*, e così degli altri.

Per altro quantunque innumerabili Passioni distinguer si possano, altre delle quali hanno il nome, ed altre sono senza nome, ottimamente sembra avere considerato il Cartesio, esservene alcune *Originarie*, e *Primitive*, che quasi fonti di tutte l'altre possono con ragione chiamarsi; essendo tutte l'altre *Secondarie*, e *Derivate*. Della prima sorta sei ne distingue il suddetto Autore, e sono l'*Ammirazione*, l'*Amore*, e l'*Odio*, il *Desiderio*, l'*Allegrezza*, e la *Tristezza*, delle quali ora singolarmente tratteremo per parlare poi delle Secondarie.

Delle Passioni Primarie. Cap. II.

LA Passione, che sentiamo prima di tutte è l'*Ammirazione*. Imperocchè come tutte l'altre vengono in Noi eccitate dopo che già è stato da Noi conceputo l'oggetto; questa si eccita nella prima impressione di quello. Ella è un ordinario effetto della novità. Imperocchè suole occuparsi l'Anima, e tenersi attenta alla considerazion di un oggetto, che all'improvviso se le rappresenta come estraordinario, e nuovo; nel che consiste l'Ammirazione. Così quando concepiamo una cosa insolitamente grande, o una rara virtù, nasce in Noi maraviglia. La novità dell'oggetto dà piacere all'Anima, e perciò si fissa ella nella contemplazione di quello. Tale fissamento nasce per la stessa fissazione degli spiriti occupati nella nuova traccia, che il nuovo oggetto nel cerebro impresse; il che talvolta in tal maniera si fa, che dall'azione degli altri oggetti vengono appena gli spiriti richiamati, e lasciano senza moto, e senza funzioni le parti esteriori del corpo; onde seguono molti segni e caratteri proprj di quelli che in tal Passione sono costituiti. Per questo sogliono essi talvolta tenere gli occhi fissi nell'oggetto, stare colle ciglia inarcate, colla bocca aperta, e restarsi immobili, e simili talora ad una statua, il quale grado di maraviglia dicesi *Stupore*.

Dalle quali cose s'intende primamente, perchè nel primo aspetto nasce sempre maggiore ammirazione, che nel secondo, e nel secondo più che nel terzo, sicchè sempre vada diminuendosi. Imperocchè men nuovo comparisce l'oggetto nella seconda comparsa di quello che nella prima; e meno ancora nella terza di quello che nella seconda. Il che sembra essere una legge generale della natura, imperocchè qualunque sensazione, o passione è più forte, ed occupa più lo spirito nel tempo, in cui s'imprime, che per lo tempo, in cui si conserva. Così un lungo dolore si fa minore col sopportarlo, e la causa forse principale, per cui il solletico fa tanta impressione nel nostro spirito, è perch' egli è un movimento insolito.

Intendesi in secondo luogo, perchè quelli, che hanno l'ingegno pigro, e tardo, non sono disposti all'ammirazione, imperocchè manca in essi la forza immaginatrice, che è necessaria per concepire distintamente gli oggetti, e conoscerne in conseguenza la loro novità. Dall'altra parte sogliono più facilmente maravigliarsi quelli, che sono più rozzi, ed incolti, perchè gli oggetti a questi appariscono più nuovi di quello che agli uomini eruditi, ed istruiti. Il che tanto più spesso succede in quelli, che dopo molti atti di ammirazione hanno contratta una certa facilità di ammirare, onde restano fissi, ed attoniti anche per quegli oggetti, che appena hanno faccia di novità, come è proprio di quelli, che si chiamano *Leggieri*.

Dopo che l'oggetto ha impressa la traccia di se medesimo nel nostro cerebro, se viene da Noi conceputo come un bene, allora nasce iu Noi una commozione interiore, che ci porta verso di quello, e si chiama *Amore*. Ma per lo contrario se l'oggetto viene da Noi conceputo come un male, nasce in Noi un movimento contrario, che ci ritira, e ci allontana da quello, ed *Odio* si appella. Ed in tal modo, nella passion dell'Amore consideriamo la cosa amata come a Noi congiunta, sicchè di quella, e di Noi stessi c'immaginiamo farsi una cosa sola. Ma per lo contrario nell'Odio consideriamo la cosa odiata come disgiunta, sicchè quella come un tutto, e noi come un altro tutto intieramente diverso ci concepiamo.

Il Bene, come lo definisce ancora Aristotele [1] è ciò, che bramiamo, o ciò, al di cui possesso siamo portati, perchè il possederlo ci arreca piacere. E perchè a questo una cosa, a quello un'altra è di piacere, per questo vario è l'Amore. Perciò altri amano gli onori, altri le ricchezze, perchè ritrovano in esse il loro bene, e il loro piacere, altri i beni del corpo, come la

(1) *Etic. L. 1.*

la robustezza, la forza d'ingegno, la gioventù, la bellezza, altri le virtù dell'intelletto, o del costume.

Se l'oggetto si concepisce come un bene a Noi proporzionato, e facile ad acquistarsi, nasce un movimento di spiriti verso di quello, e nello stesso tempo una tendenza dell'anima, ed una volontà di acquistarlo, e di possederlo, la qual Passione chiamasi *Desiderio*. Che se si concepisce l'oggetto come un male, da cui possiamo sottrarci, allora si fa un movimento contrario di spiriti, e nello stesso tempo nasce una Passione nell'anima, con cui vogliamo sottrarci dal male che ci sovrasta, e dicesi *Fuga*. Nè solo il Desiderio tende ad acquistare il bene, che non si ha, ma a conservare ancora quello che si possiede; e così la Fuga tende non solo a tener lontano il mal, che sovrasta, ma a discacciare ancora quel, che ci aggrava. Quanto è maggiore il bene, che si concepisce, tanto maggiore, essendo il resto pari, si fa il Desiderio; e così parimente quanto è maggiore il male, tanto è maggiore la Fuga. Per un'altra parte tanto più cresce il Desiderio, quanto più conveniente a Noi concepiamo il bene, e tanto più cresce la Fuga, quanto più inconveniente giudichiamo il male. Per questo con molto ardore il soldato desidera la vittoria, e il mercatante il lucro, e l'uomo nobile gli onori.

Quando concepiamo il Bene già in nostro possesso, nasce in Noi una gioconda Passione, che dicesi *Allegrezza*, cui si oppone la *Tristezza*, che nasce in Noi, quando ci consideriamo aggravati da un male. Quanto maggiore, o minore si concepisce il bene, che si ha in possesso, tanto maggiore, o minore è l'Allegrezza, che si sperimenta; e perciò maggior è l'Allegrezza allora quando acquistiamo di nuovo un bene, che dopo di averlo acquistato. Imperocchè i beni che si posseggono, tengono men occupato lo spirito, che tende sempre all'acquisto di nuovi beni. Così maggiore è la Tristezza nel primo aggravamento del male, che dopo molto tempo che si sopporta, facendosi minore col lungo uso il dolore. Talvolta molti oggetti tristi non senza qualche giocondità d'animo si rappresentano. La ragion è che il male non sovrasta a Noi; ed è cosa per Noi gioconda il concepire i mali, da' quali siamo liberi. Così è cosa gioconda il veder le Tragedie, e le fere, che sogliono a Noi essere di pericolo, senza temer danno da esse; e molte altre cose orribili, le quali sono rappresentate da' Poeti, e da' Favoleggiatori. Talvolta è cosa lieta il ricordarsi le disgrazie, che abbiamo patite; perchè alla memoria de' passati mali si unisce la considerazione del bene, che ora

ora godiamo. Ed è cosa lieta al giovane magnanimo la presenza del pericolo; perchè insieme col pericolo, che per altro dovrebbe eccitare tristezza, si eccita l'idea della virtù, e del valore, con cui egli considera di poter acquistar la vittoria.

De' moti organici, che nascono nelle suddette Passioni. Cap. III.

NEll'Ammirazione non si fa alcuna mutazione di cuore, o di sangue; ma solamente si fa un trattenimento di spiriti, che ci rende fissi, ed attenti nella considerazion dell'oggetto. Ma non così nell'altre Passioni. E primamente nell'Amore osserva il Cartesio, e con esso gli altri Fisici, che subito che all'Anima l'oggetto amabile si rappresenta, gli spiriti animali della traccia, che fece l'oggetto nel cerebro, prendono un moto vivace per gli nervi della sesta, e della ottava conjugazione verso del cuore, e verso i muscoli, che stanno intorno allo stomaco, ed agl'intestini; onde un soave calore si sente, ed un grato movimento, e il sangue più si depura, e fa una circolazione più lieta; onde nasce nell'animale un sentimento soave, ed una aura serena di gioja. Ma nell'Odio gli spiriti si muovono in una maniera tutta contraria, parte nei muscoli degl'intestini, e dello stomaco impedendo che il nutrimento entri liberamente nel Sangue, parte nei piccioli nervi, che chiudono le vene, sicchè facciano opposizione al moto del sangue; parte in fine spremendo i succhi della melancolia, e della bile, onde nascono molte ineguaglianze nei movimenti del sangue, e molte gravi, e maligne affezioni, che tengono l'Anima in un continuo senso d'acrimonia, e di amarezza.

Nel Desiderio sono posti in agitazione tutti gli spiriti, ed il cuore è con violenza agitato; i moti della Fuga sono poco diversi da quei dell'Odio. Ma nell'Allegrezza sbocca il sangue con celerità fuori del cuore, ed alle parti esterieri del corpo si porta; onde vivacità in volto, e forza, e colore nasce, e luce negli occhi. Per lo contrario nella Tristezza ristretti gli orificj del cuore, il moto del sangue si fa più debole, e tardo; onde il cuore da certo peso ci sentiamo aggravato, e le parti esterne languide, e senza forza, e senza colore si veggono. Imperocchè come qualunque Passione ha il suo particolare organico movimento, così ancora ha il suo estrinseco particolare carattere, e i segni proprj; come sono le azioni degli occhi, e del volto, le mutazioni del colore, i tremori, il languore, il deliquio, il riso, le lagrime, i gemiti, ed i so-i *sospiri*. Ed altro è l'aspetto di quello che ama, altro di quello che odia, altro di uno che brama, e di chi si rallegra, e di chi si rattrista. In alcune Passioni si cangia il colore, il che proviene dal cuore; imperocchè se il sangue esce dalle vene, e dalle bocche del cuore con empito, ed in copia, allora correndo alle parti esteriori del corpo, le rende rosse. Ma se si ristringono le vene, e le bocche del cuore, allora minor copia di sangue concorre alle parti esteriori, onde nasce il Pallore. Così nell' Allegrezza diventa rosso il volto; perchè in tal Passione si aprono le cataratte del cuore, e il sangue scorre veloce per tutte le vene, ed entra nella faccia più caldo, e più copioso, onde la rende più lieta, e più serena. Per lo contrario nella Tristezza strignendosi le bocche del cuore, avviene che il sangue corre più lento per le vene, ed in minor copia, e più freddo giunga alle parti esteriori; onde nasce il Pallore. Per questo se è smoderata l' Allegrezza si rilasciano talvolta le picciole bocche del cuore in tal maniera, che con troppo empito sgorgando il sangue per gli polmoni, resta impedita la respirazione, onde ne segue morte, come narrano [1] di Filemone Filosofo.

I *Tremori* hanno due diverse cagioni, l'una perchè talora troppo pochi spiriti scendono dal cerebro nei nervi, e l'altra perchè talvolta ve ne scendono troppi, che in conseguenza li vanno agitando. La prima causa apparisce nella tristezza, e nel timore, e nel freddo. La seconda apparisce nell' allegrezza, nell' ira, e nell' ubbriacchezza.

Il *Languore* è una certa disposizione alla mancanza del moto, che si sente per tutte le membra. E la cagione è la scarsezza degli spiriti, che dal cerebro scendono ne' muscoli a dar movimento, il che in due maniere può farsi, o perchè troppo dispendio siasi fatto di essi, o perchè una gran porzione di essi in qualche parte sia determinata sicchè le altre vengano abbandonate. Ciò talvolta accade nella passion dell' Amore; imperocchè talvolta tanto s'occupa l' Anima nell'oggetto amato, che la maggior parte degli spiriti sta continuamente impiegata nella traccia di quello. Lo stesso talvolta accade nel Desiderio, e principalmente quando è veemente, e quando le difficoltà di ottenere la cosa desiderata occupano l' Anima, e la fissano nel pensier di ottenerla. Spesso nella Tristezza si sente, ed ancora nell' Allegrezza; in quelle per una fissa considerazione de' proprj mali, in questa per un grave dispendio di spiriti.

Il *Deliquio* è una perdita di moto maggior del languore, sicchè

(1) *Val. Mass. Lib. 9.*

i sensi vengano del tutto abbandonati, e noi siamo posti in uno stato simile a quello di morte. Egli suole accadere in una estrema Allegrezza allora quando aprendosi estraordinariamente le bocche del cuore, il sangue in tal maniera accelera, che s' ingorga, nè prontamente passa per le vene; onde resta quasi estinto il suo movimento. Il che talvolta, sebbene più di rado, accade in una grande Tristezza, in cui troppo si ristringono le bocche del cuore, onde nè il sangue liberamente può moversi, nè colla ordinaria misura entra nel cuore.

Il *Riso* si fa, perchè il sangue ch'entra dalla vena cava nei polmoni, gonfiando i medesimi più del solito, obbliga l' aria, che sta dentro d' essi rinchiusa ad uscire con empito per l' aspera arteria, nel cui movimento restano scossi i muscoli del diaframma, e del petto, e della gola, e nasce quell' agitazione, e mutazione di volto, che veggiamo in quelli, che ridono non senza un suono inarticolato, di cui è cagione l' aria, ch' esce rapidamente, e copiosamente dall' aspera arteria. Suole essere il riso compagno dell' Allegrezza, mentre in tale passione il sangue entra nel cuore con maggior forza, ed in maggiore abbondanza. Sebbene in una estrema Allegrezza può mancare il riso a cagione che il sangue per la troppa copia s' ingorga, e resta impedito il suo moto. E perchè la novità degli oggetti cagiona l' ammirazione, e con l' ammirazione talora si unisce l' Allegrezza, per questo talora alla vista di nuove cose nasce il riso, il quale è maggiore se veggiamo nell' oggetto una certa deformità, ed inconvenienza; onde nasce, che spesso ridiamo in vedere un uomo deforme, come un ch' è gobbo, o pigmeo, e simili. Talvolta possono i succhi della bile cagionare una specie di riso, entrando nel sangue, ed aumentando il suo empito; onde nasce talvolta, che nell' odio, e nell' ira si veggono alcuni a ridere, ma con una specie di riso amaro, il quale si fa parte per una certa allegrezza che nasce mentre si concepiscono superiori al loro nemico, e parte per la mistion della bile, che pone il sangue in fervore.

Le *Lagrime* allora stillano, quando sono premute, e strette le glandule lagrimali, che contengono codesto umore, e stanno nell' angolo interno dell' occhio. Si spremono esse tanto nella tristezza, quanto nell' allegrezza; ma con diversa maniera; nell' allegrezza perchè in tal passione il sangue e gli umori vengono posti in agitazione, e si fa una universale dilatazione dei vasi; ma nella tristezza perchè in essa si stringono le vene, e quasi tutti i vasi, dentro di cui stanno rinchiusi gli umori. Ma nella somma allegrezza, e nella

nella somma tristezza non cadono lagrime; perchè nel primo caso i moti del sangue restano, come abbiamo detto, impediti; e nel secondo i moti sono così lenti, e tardi, che non v'è bastante impulso per far uscire l'umore dalle glandule, che lo contengono.

Che se talvolta avvenga, che il sangue, il quale per la passione della tristezza già si era allentato, e stava premendo il cuore, o per la sua forza, o per la forza di qualche speranza, in cui si dilati il cuore, e si aprano le sue bocche, sgorgi con empito, sicchè resti sollevato il cuore, allora nasce ciò, che chiamiamo il *Respiro*, cui sta sempre congiunto un senso di piacere, e di gioja, e questo non si fa senza una dilatazione del petto, e senza un suono di voce, le quali cose nascono dalla dilatazione del cuore, e dalla copia dell'aria, che all'improvviso esce fuori dell'aspera arteria.

Delle Passioni secondarie, e prima di quelle che sono una specie di Ammirazione, o di Amore. Cap. IV.

Dalle Passioni primarie, che abbiamo descritto, molte altre ne nascono, che sono come rami, ch'escon da' tronchi. E primamente dall'Ammirazione nasce la *Estimazione*, o il *Dispregio*. Imperocchè quando ci si presenta un nuovo oggetto, o concepiamo esservi in quello valore, e qualità pregevoli, e ci sentiamo portati verso di esso con un affetto di *Stima*; o lo concepiamo tenue, e vile, e nasce in noi una passion di *Dispregio*. E perchè tra gli altri oggetti possiamo considerare ancora noi stessi, per questo può insorgere una stima, o un dispregio ancora di noi stessi; onde dipendono varj effetti. Imperocchè se conosciamo essere in noi buone qualità, ed eccellenti, nasce la *Generosità* d'animo; le quali però paragonate da noi ad altre più grandi ci cagionano un affetto di *Umiltà*, e di *Modestia*, e se le stimiamo più di quel che si dee, nasce *Superbia*. Ma se ci concepiamo imperfetti, e vili, nasce *Bassezza*. Nelle quali Passioni tutte come v'è il suo particolare moto di spiriti, così v'è il suo particolar esterno carattere; onde veggiamo, per esempio, il *Superbo* camminare col capo alto, guardare con occhi audaci, parlar con impero, e mostrar di ogni cosa disprezio; ma per lo contrario l'*Umile* ha un portamento modesto, abbassa gli occhi, parla con rispetto, e dimostra stima. Che se si presenta una nuova persona, e s'imprima in noi concetto ch' ella ci sia superiore di molto, e sia capace di giovarci, o di farci danno, ci sentiamo insorgere verso d'essa un affetto misto di ammirazione, e di amore, ma di timore insieme, che *Venerazione* si chiama; ma per lo contrario un affetto di *Dispregio*, o di *Sdegno* se la concepiamo vile, e di noi molto inferiore.

Intorno all'Amore tre specie rettamente ne distingue il Cartesio Imperocchè o stimiamo la cosa meno di noi, cioè a dire l'amiamo solo per riguardo di noi; ovvero la stimiamo quanto noi; o infin più di noi. Nel primo caso l'Amore si chiama *Benevolenza*; nel secondo *Amicizia*, nel terzo *Divozione*. Coll'amor della prima sorta amiamo un cavallo, un cane, un fiore, un servo, e molti, che servono ai nostri comodi, ovvero piaceri. Il secondo modo è tra gli amici propriamente detti, cioè tra quelli, che si amano per onestà, tra il marito e la moglie, il padre e i figliuoli. Nel terzo modo amiamo il principe, la patria, e Dio, per gli quali molti non hanno dubitato di morire.

Un'altra specie di Amore è la *Compiacenza*, cui direttamente si oppone l'*Aborrimento*. E' la Compiacenza una passioue, che ci porta verso un oggetto, che ci si presenta sotto il sembiante di *Bellezza*. Per lo contrario l'Aborrimento è una specie d'odio contro un oggetto, che ci comparisce *Deforme*. Le quali due passioni sono fortissime, e delicatissime; imperocchè il bello, e il deforme cadono sotto i sensi, e le azioni delle cose sensibili sono più efficaci di quelle che all'immaginazione, o all'opinione appartengono.

Una specie d'amore ancora è il *Favore*, e la *Gratitudine*. Favore dicesi una inclinazione di volontà, che abbiamo verso di alcuno, per cui lo preferiamo agli altri, e bramiamo il suo bene; la qual passione per l'ordinario è in noi eccitata per qualche buona azione di quello, a cui siamo favorevoli, essendo noi naturalmente portati ad amar quelli, che fanno cose da noi concepute per buone; perchè sebbene non ce ne risulta alcun bene presente, speriamo sempre, che col tempo ne possiamo conseguire.

La Gratitudine è una specie d'amore, che abbiamo verso di alcuno per cagione di qualche beneficio ricevuto; la qual è una passione propria degli uomini generosi ed onesti, che cercano di rendere bene per bene; e non sopportano d'essere inferiori. Si oppone ad essa l'*Ingratitudine*, la quale però non è una passione; perchè non l'accompagna alcuna mutazione di sangue, o di spiriti; ma è una sola privazion di passione. Ella è propria degli uomini brutali, stupidi, e deboli. Dei brutali, perchè pensano, che tutte le cose siano loro dovute; degli stupidi, perchè non sono commossi dai beneficj, che ricevono; e finalmente dei de-

deboli, parte perchè pensano doversi dare soccorso alla loro miseria, parte perchè amano il beneficio; ma odiano, ed invidiano quelli, che loro son superiori.

Delle Passioni secondarie, che derivano dal Desiderio. Cap. V.

QUando concepiamo l'oggetto come un bene, e come a noi conveniente, insorge, come abbiamo detto, la passione del Desiderio. Ma l'aspetto della facilità per ottenere il bene desiderato fa nascere ciò che si chiama *Speranza*; e per lo contrario l'aspetto della difficoltà fa nascere il *Timore*. Alla speranza sta sempre congiunta una specie di giocondità prodotta dalla rappresentazione dell'acquisto di quel bene, che bramiamo, il qual pensiero è lieto. Ma per lo contrario col Timore va unita la Tristezza, perchè l'immaginarsi un bene contrastato è dispiacere. Quanto maggior è il bene, che si concepisce facile ad acquistarsi, tanto maggiore, essendo il resto pari, è il diletto della Speranza; e per lo contrario tanto più grave è il Timore. E quanto maggiore si apprende la facilità d'acquistare il bene, tanto maggior parimente è la Speranza, e per lo contrario quanto più difficile comparisce l'acquisto, tanto più cresce il Timore. Ma perchè per lo più non così facile comparisce l'acquisto di un bene, che molte difficoltà non si presentino nello stesso tempo alla mente, per le quali può essere reso vano il desiderio di avere il medesimo bene, perciò non suole concepirsi Speranza, che non sia con qualche Timore commista. Che se i casi di conseguire il bene si concepiscano assai superiori ai casi di perderlo, allora muta nome codesto affetto, e chiamasi *Confidenza*, siccome quando i casi di perderlo si concepiscono assai superiori a quelli di acquistarlo, muta nome il Timore, e *Disperazione* si chiama. Tanto nella Confidenza, quanto nella Disperazione cessa il Desiderio. Imperocchè non bramiamo ciò, che già concepiamo acquistato, come nella Confidenza; nè parimente bramiamo ciò che concepiamo impossibile da acquistarsi, come nella Disperazione.

Una specie di Timore è la *Gelosia*, in cui temiamo più di quello, che si dee, la perdita di un bene, che molto amiamo, e già possediamo. Nasce codesto affetto dall'amore stesso, che abbiamo al bene posseduto; per cui ordinariamente si fa, che tutto ci spaventi, e c'ingombri, ed i minimi motivi di temere si prendono per massimi, e quanto tale affetto ingrandisce il ben posseduto, tanto diminuisce l'opinione di se stesso, ed imprime uno spirito di *Bassezza*.

Quando l'anima è agitata dalla considerazione dei mezzi, che per acquistare un bene che brama, o per evitar un male che odia, le si presentano all' immaginazione in maniera che sta tra la speranza e il timore, ed or da una parte ora dall'altra pende quasi in dubbiosa lance, allora dicesi essere in *Fluttuazione*. Ma quando si risolve ad intraprendere virilmente ciò che la conduce all'acquisto del bene, o al discacciamento del male, allora insorge in essa l'Affetto dell' *Ardimento*, il qual cangiato nome *Audacia* si appella, quando s'intraprende di superare una forza maggiore, e per ribattere un male si va incontro senza ragione a mali maggiori. Che se tendiamo all'acquisto di un bene per quella ragione precisamente, che altri da noi stimati nostri pari lo hanno acquistato, dicesi *Emulazione*. E tali affetti tutti dal Desiderio sembrano avere origine, ed hanno la speranza per loro compagna. Imperocchè sebbene ciò che intraprende l'ardito e l'audace è difficile, concepisce però l'uno e l'altro aver una forza maggiore della difficoltà, e sempre si rappresenta un felice successo. Ma quando per acquistare un bene o per evitare un male, ci sentiamo aver poca forza, allora è in noi l'affetto di *Pusillanimità*, il quale se all'improvviso ci vediamo oppressi da un male, che concepiamo grande, e superiore molto alle nostre forze, diventa *Costernazione*.

Delle Passioni secondarie, che hanno origine dalla Allegrezza, e dalla Tristezza. Cap. VI.

SE concepiamo aver fatta qualche azione o ingiusta, o imprudente nasce una specie di Tristezza, che dicesi *Pentimento*. Ma se siamo dubbiosi se ciò che abbiamo fatto sia giusto, o ingiusto, nasce la Passion dello *Scrupolo*, la quale talvolta è un grande tormento dell'anima, che l'agita di continuo tra la speranza e il timore. La mancanza dei beni, che ardentemente desideriamo, ci cagiona, come abbiamo detto, tristezza. Ma se veggiamo anche agli altri mancar quei beni, che mancano a noi, nasce una specie di allegrezza, ed una consolazione. Per lo contrario se veggiamo negli altri un bene, che non abbiamo noi, e che bramiamo, nasce una specie di tristezza, che *Invidia* si chiama, la qual passione prende la sua misura dal desiderio, che abbiamo del bene, che veggiamo in altri; e perciò talvolta è violentissima; passione sempre tormentosa, e mordace: imperocchè va sempre coll'odio, e col-e colla tristezza congiunta, che sono affetti infelici. Perciò a quelli, che da tal passione sono afflitti, si fa per l'ordinario livido il volto, cioè a dire d'un color pallido misto di giallo, ed atro, il che nasce dalla tristezza, e dall'odio, per cui i succhi dell'atra, e della flava bile sono spremuti fuori de' vasi, e mescolati col sangue.

Che se ad alcuno, di cui abbiamo dispregio, veggiamo accader qualche lieve male, o lo veggiamo nelle sue speranze deluso, insorge allora in noi lo spirito dell'*Irrisione*, ch'è una certa specie di allegrezza mista di odio. Ma se veggiamo accader male ad alcuno, che di tal male noi concepiamo immeritevole, ci sentiamo una specie di tristezza mista di amore, che dicesi *Commiserazione* o *Compassione*. Quanto è più grande il male, che veggiamo patire, tanto maggior, essendo il resto pari, nasce in noi la compassione; e tanto più grande ancora, quanto men degno di patire giudichiamo quel che patisce. Ma principalmente se è simile a noi quello, che patisce, onde lo stesso male facilmente possiamo immaginarci, che sia per cadere ancor sopra di noi. E perciò i Poeti Tragici, che hanno per fine il movere ad una grande compassione gli animi di quelli, che concorrono a udire le loro tragedie, sogliono inventare gravissime disgrazie in persone innocentissime, e totalmente di tanti mali indegne, e tali disgrazie rappresentano, a cui noi siamo facilmente esposti. Quelli, che hanno più vigore per sopportare le proprie sciagure si movono ancora meno alla compassione, e quelli che sono più deboli sono ancora più facili alla misericordia. Ma nulla sentono tale passione quelli, che sono così infelici, che odiano tutti, e solo si rallegrano di aver compagni ne' loro mali, o quelli che sono in tal maniera favoriti dalla fortuna, che non istiamo poter cadere in simili disavventure.

Quando l'anima si rivolge ai beni, ch'ella possede, e s'occupa nel diletto di possederli senza che alcuna sensibile cupidigia la tormenti, o la tocchi, quella interiore tranquillità, ch'ella sente, mista con qualche movimento di allegrezza, dicesi *Contentezza*; la qual è di due sorte, l'una che nasce dall'ignoranza, per cui pensiamo di possedere gran beni, perchè non ne abbiamo idea di maggiori, e l'altra procede dal vero possesso dei beni, che massimamente rendono lieti gli Uomini, ed a' quali naturalmente siamo determinati. La contentezza del primo genere suol essere nelle persone vili, ed ignobili; quella del secondo nei grandi.

Ma quando ci rivolgiamo ai beni, che posseggono gli altri, e li giudichiamo indegni di possederli, insorge una commozione d'odio, e di

e di avversione, che dicesi *Sdegno*. Tale Passione è triste; imperocchè sentiamo dolore di veder bene in un indegno; nè suole eccitarsi senza la Compassione; perchè nello stesso tempo che veggiamo il bene in un indegno, consideriamo anche il male nell'innocente. La qual Passione da un certo amore di giustizia e di onestà deriva, e non è propria che degli uomini onesti.

Dell'Ira, e di altre Passioni, che nascono dalla Tristezza. Cap. VII.

Quando ci veggiamo fare ostacolo a un nostro bene, o sia che ci venga impedito l'acquisto, o ci sia conteso il possesso; allora nasce in noi un moto, con cui tendiamo a superar ciò, che osta, il quale dicesi *Ira*. Come il bene per diverse persone è diverso, così l'uno si adira per un onor contrastato, l'altro per un piacere, l'altro per un guadagno. Ma quanto più amiamo il bene, che ci viene contrastato, tanto più grande è l'Ira. Per questo gravemente ci adiriamo contro di quelli, che ci dispregiano; imperocchè siamo soliti a stimar molto la dignità. Se l'ingiuria però ci viene fatta da quello, la cui forza non concepiamo noi poter ribattere, allora non v'è moto d'ira, ma sol tristezza, come quando riceviamo un'ingiuria da un superiore. Il carattere esterno di tal Passione è massimamente manifesto. Imperocchè il sangue corre all'esterno con un empito, gli occhi ardono, fremono spesso i denti, spumano le labbra, e tremano le ginocchia. Ma tali affezioni variano secondo il vario temperamento delle persone, e secondo le varie passioni, che insieme coll'ira si muovono. Perciò altri impallidiscono nell'ira, e tremano, altri s'infiammano il volto, e cadono loro lagrime dagli occhi; altri più, altri meno si adirano, altri più presto, altri più tardi si placano.

Così parimente secondo la diversità delle persone, dalle quali ci viene fatta l'ingiuria, sono diversi gli accidenti dell'Ira. Imperocchè se siamo offesi da quelli, cui abbiamo fatto beneficio, maggiormente ci adiriamo, e contro quelli, che non vogliamo superiori. Ma contro gente vile talvolta non abbiamo ira, e meno con quelli, che temiamo: ed allora, come abbiamo detto, invece dell'ira, sorge il dolore, e diventiamo pallidi, e freddi, e ci cadono le lagrime dagli occhi. Per altro due spezie d'ira ponno distinguersi, l'una ch'è prontissima, e tosto si manifesta; ma presto ancora si acquieta; l'altra ch'è nuda, e senon dopo molto tempo si dimostra, e difficilmente si placa. Il primo mo-

modo di adirarsi conviene a quelli, che sono vivaci, e abbondano di spiriti; l'altra a quelli, che sono in tristezza, ed hanno il sangue più crasso.

Una specie di tristezza è la *Vergogna*, e nasce per lo timore di aver vituperio nell'occasione di qualche fallo in faccia di quelli, che stimiamo, e veneriamo. Avviene per questo, che ha sempre congiunto seco un affetto di modestia, ed è propria di quelli, che si tengono in opinion d'inferiori. In tale passione, per l'opinione del fallo si perturbano gli spiriti; onde segue e pallore, e rossore, ed altri segni esterni, che dinotano il dolore dell'anima, ed una specie di pentimento. Essa conviene a quelli, che amano la lode, e per l'ordinario, e principalmente ai giovani, ne' quali arde l'animo d'acquistar gloria, e che per la inesperienza, e per la età sono massimamente esposti ai falli. Quanto più stimiamo l'onore, tanto più ci moviamo a vergogna; e quanto più ancora stimiamo quelli, appresso de' quali sta scoperto il nostro fallo. E da ciò nasce che non si vergognano quelli, che o non istiman l'onore, o non istimano le persone, che veggono il loro fallo. L'*Inverecondia* non è passione, ma è una privazion di passione, e suol regnare in quelli, che sono dati alle voluttà, ed ai vizj; e si contrae per gradi, ed a poco a poco. Imperocchè dal principio nessuno suol essere così abbandonato, che qualche amor di onestà non lo tocchi, e non si dolga se cada in qualche ignominia. Ma se ignominia si aggiugne a ignominia, allora scemandosi a poco a poco l'onor del nome, veniamo in fine a non curarci più di quel ben, che abbiamo già perduto, e nasce l'*Impudenza*, che è propria degli Uomini massimamente dissoluti.

Un'altra specie è la *Noja*, e nasce dal desiderio di mutazione; perchè in tale maniera siamo costituiti, che i beni stessi, i quali abbiamo bramato, e ci hanno arrecato molto piacere, col lungo possesso molte volte c'infastidiscono, principalmente quando siamo di essi satolli, e non ne abbiamo più indigenza. Ciò che principalmente comparisce nei cibi, e nelle bevande, che non ci piacciono se non fino che dura il vigore dell'appetenza. Tale è la musica, che durando lungo tempo rende fastidio, e tal è qualunque altro bene, se occupa lo spirito più tempo di quel che conviene.

Un'altra specie in fine è il *Cordoglio*, che nasce per la perdita di quei beni, che una volta erano in nostro possesso, i quali abbiamo in tal maniera perduto, che nessuna speme ci resta di ricuperarli; la qual passione è amara, ed ha congiunti seco i movimenti della disperazione, e tanto più ci rattrista, quanto che ci fa presente sempre l' immagine di quel bene, il cui possedimento ci arrecava sommo piacere.

Ma il ricordarsi de' passati mali, dai quali noi ci sentiamo sollevati, come da un grave peso, produce una certa specie di allegrezza, che dicesi *Ilarità*, la quale è una dolcissima passione.

Fine del Libro Sesto.

LIBRO SETTIMO

Delle Meteore.

IL nome di Meteora è Greco, e significa lo stesso che *Sublime*, cioè a dire Fenomeno nelle regioni sublimi apparente. Sono le Meteore comunemente definite *un Misto imperfetto di aliti, e di vapori composto, che nelle regioni dell'aria si forma, e poi si scioglie*. La qual definizione però ad ogni sorta di Meteora in rigor non conviene, non potendo le Meteore Enfatiche dirsi in rigor corpi misti, essendo piuttosto semplici affezioni, o modificazioni della luce. Comunque la cosa sia, a quattro specie possono ridursi, alle *Umide*, come sono le Pioggie e le Nevi, alle *Spiranti*, come sono i Venti, alle *Ignite*, come il *Tuono*, il *Fulmine*, il *Lampo*, e finalmente all'Enfatiche, come l'*Arco Celeste*, i *Parelj*, le *Paraselene* ec. delle quali ad una ad una noi tratteremo proccurando d'esplicarne le cagioni, e primamente

SEZIONE PRIMA.

Delle Meteore Umide.

Dell' innalzamento dei vapori, e degli aliti, e della loro sospensione nell' Atmosfera. Cap. I.

BEnchè il nome di Vapore, e di Alito dagli Autori per lo più si confonda, propriamente però per nome di *Vapore* intendesi una particella d'acqua esaltata nell'aria, e per nome di *Alito* una particella minerale terrestre, come di zolfo, nitro, bitume ec.

Se un vaso ripieno d'acqua sia posto al fuoco, si osserva coll'esperienza, attenuarsi l'acqua in picciole parti, ed esaltarsi in vapori, i quali sono in maggiore, o minor copia secondo la maggiore, o minor forza del fuoco, che la riscalda. Non è da dubitare, che questo sia un effetto dello stesso fuoco, le cui parti entrando dentro i pori del vaso comunicano moto alle parti dell'acqua, e diversamente agitandole le distaccano, ed una dall'altra le dividono finochè ad una somma sottigliezza le riducono. In tal modo ascendendo le parti del fuoco seco traggono le picciole parti dell'acqua, che fatte già di minutissima mole, e di minimo peso, non

non più resistono all'azione di quelle, al che concorre la pressione della stessa aria esteriore, ch'essendo assai più densa di quella, che fu rarefatta dal fuoco, obbliga col proprio peso i vapori a salire dove vi ha minor resistenza.

Poste le quali cose, se si considera essere i Mari, e i Fiumi esposti di continuo all'azione del Sole, non sarà difficile il conoscere la cagione, per cui di continuo venga da essi una gran quantità di vapori esaltata, sicchè tratto tratto ne ingombrino l'Atmosfera, e di fumose caligini le riempiano. Nello stesso modo s'intenderà come deggiano sublimarsi gli Aliti. Il che facilmente intendono i Fisici, ma non è facile loro il discernere, come dappoichè tali parti furono nell'aria esaltate, possano per molto tempo restar in essa a diversa regione sospese. Imperocchè essendo la gravità specifica dell'acqua a quella dell'aria in ragione di 1000: 1. in circa, e facendosi sempre per le Leggi dell'Idrostatica il bilanciamento tra due moli eguali antagoniste, non si vede come una massa pesante mille possa essere bilanciata da una massa eguale pesante uno. Imperocchè può ben concepirsi, che un corpo grave possa ascendere in alto quando è spinto da una forza motrice, che colà lo dirigga; ma dopo che ha perduto il suo movimento, è necessario, che per la sua gravità cominci a discendere, nè può farsi, che resti egli sospeso per qualunque minimo tempo in quiete.

Per tal ragione adunque bisognerà, che quando per la resistenza dell'aria avrà il vapore perduto il suo moto, discenda tosto per la sua gravità, e non resti sospeso, come veggiamo. Per tali cose giudica il Signor Hallejo non doversi considerar il vapore come una massa tutta solida e piena, ma a guisa di una picciola sfera al di dentro incavata e vuota. Potersi una particella di acqua in tale maniera dal calore rarefarsi e gonfiarsi, che che il suo diametro divenga dieci volte maggiore, nel quel caso, essendo le sfere come i cubi de' loro diametri, ella diventa mille volte più grande in estensione di quello che era prima, non essendo mutato il suo peso. Seguita da tali cose, ch'ella secondo le Leggi dell'Idrostatica per tutto il tempo, in cui resta in questo grado di rarefazione, o dee continuar ad ascendere, o dee nelle ragioni sublimi equilibrarsi, come appunto un pezzetto di vetro solido, che in questo stato discende al fondo, ma di cui si può formare soffiando dentro un cannello un picciolo globo di dentro incavato, il quale occupando uno spazio maggiore nell'acqua senza cangiar il suo peso, sarà obbligato di ascendere dal fondo del vaso fino che equilibrato nuoterà in questo liquido.

 Non

Non è troppo diverso da questo il pensamento de' Cartesiani, tra' quali il Bayle [1] crede potersi rendere conveniente ragione di tal fenomeno, se si considera il Vapore non come una materia *semplice* e *solitaria*, ma *composta*, e con *materia esterna commista*. Ciò essere una necessaria conseguenza della diversa tessitura di parti, e della disconvenienza de' pori, che v' è nell' acqua, e nell' aria. Imperocchè suppongasi, che le parti dell' aria, e dell' acqua abbiano costruzione diversa, e positure varie, ed ineguali de' pori; Non entrando in questa supposizione facilmente il Fluido etereo dall' aria nell' acqua, e reciprocamente dall' acqua nell' aria, è necessario, che quella parte di effluvj, che dall' una e l' altra massa uscendo s' incontra, l' una coll'altra si opponga, e s' impedisca; onde segue, che tanto una particella d' acqua in mezzo dell'aria, quanto una particella d'aria in mezzo dell' acqua vengano da una tenue superficie di materia eterea circondate. E questa stessa pare, che sia la cagione, per cui una gocciola di liquore immersa in un altro liquore eterogeneo si forma in figura sferica. Così veggiamo farsi sferiche le gocciole d' olio nell' acqua, e quando dal recipiente pneumatico si cava l' aria veggiamo uscire dall' acqua che dentro il recipiente è posta, l' aria figurata in picciole sferiche bolle. Da tal superficie, o zona poter nascere tutta la differenza di questa rispettiva leggerezza. Imperocchè essendo sempr' eguale la grossezza di questa zona, avrà essa tanto maggiore, o minor ragione alla massa del vapore secondo che sarà minore, o maggiore il vapore. Il che per intendere suppongasi il diametro del Vapor *semplice* essere di una linea geometrica, e quello del Vapore *composto* di due. Essendo le sfere in ragione triplicata de' loro diametri, sarà il Vapor semplice al Vapore composto come 1: 8. ed in conseguenza la parte acquea del Vapore composto alla parte eterea, che lo circonda come 1: 7. Se il diametro del Vapor semplice al diametro del Vapore composto fosse solo come 1: 10. sarebbono le loro masse come 1: 1000. ed in conseguenza l' acqua al fluido etereo si avrebbe come 1: *999*. ed essendo l' Etere senza peso seguirà che il Vapore composto sebbene è di grandezza 1000. non avrà però maggior peso di 1. E perciò essendo il peso dell' acqua a quello dell' aria meno che 1000: 1. potrà in tal modo un Vapor acqueo essere fatto più leggiero dell'aria, ed ascendere nell' alte regioni. Ma perchè per cagione della sua elasticità in tal modo è costituita l' Atmosfera, che quanto più si ascende, tanto minor gravità si ritrova, per questo non può il Vapore se non a determinate altezze elevarsi, giunto alle quali è necessario ch' egli resti sospeso. Ed in tal modo i vapori, che sono più tenui, più in alto ascendono, e quelli che sono più crassi, si equilibrano nelle più basse regioni, e perchè non indefinitamente possono dal Sole essere attenuati, non possono perciò ancora indefinitamente ascendere. Dal che seguita essere le più alte regioni dell'aria sempre pure e serene, ed essere le cime di alcuni alti monti liberi dalle nevi, e dalle piogge, come Aristotele afferma del Monte Olimpo. Ciò che si è detto del Vapore, si dee intendere ancora dell'Alito.

(1) *Dissertazion intorno i Vapori*.

Anche il Nievventyt [1] considera il Vapore come una massa composta, e crede essere il Vapore una picciola massa di acqua, entro i cui pori stanno rinchiuse alcune particelle di fuoco, o di luce solare nell' agitazione del Mare, e de' Fiumi entro di quelli penetrate. Entrare il fuoco ne' corpi gravi, e pesanti, come lo manifesta il Boyle nel Trattato del peso della fiamma. Così unirsi il fuoco con l' acqua, ed essendo egli più leggero dell'aria formarsi una massa per mezzo d' esso, che può innalzarsi, e starsi sospesa nell'aria.

Crede però il dottissimo Montanari, [2] che i vapori conservino sempre la loro specifica gravità, e perciò siano sempre più pesanti dell'aria, ma se non discendono, ciò nascere dalla loro picciolezza, e dal moto intestino, con cui vengono del continuo agitati. In quella maniera che se un vaso ripieno d' acqua, nel cui fondo stanno molte particelle terrestri, e polveri varie, si agita, e scuote, veggiamo alzarsi dal fondo le polveri, e lungo tempo starsi natanti, e sospese, le quali poi cessando il moto a poco a poco discendono prima le più crasse, indi le più sottili fino che ridotta l' acqua totalmente alla quiete resta ancora presso che depurata, e limpida, come prima, salvo che da quelle minuzie, che o dalla sua viscosità restano impedite a discendere, o dentro de' suoi pori stanno rinchiuse. E così dee circa i Vapori, ed aliti ragionarsi. Le quali cose non senza probabilità sono dette, ed in tal modo dappoi spiegò tale Fenomeno il Signor le Grand nella sua Filosofia Cartesiana, e il P. de Chales nel suo Mondo Matematico.

Osserva il Nievventyt [3] anche nel tempo più freddo farsi l' esaltazion de' vapori. Per vedere se ciò nasceva dal calor sotterraneo, come alcuni pensano, egli prese un catino di terra, in cui versò 40. once d'acqua in un giorno di freddo violento, ed estraordinario, dopo di che lo pose in una bilancia dentro una camera, do-

(1) *Esis.L.2.Cap.4.* (2) *Lettera all' Abate Sampieri*. (3) *Esis. di Dio.L.2.*

dove non v'era fuoco, e trovò che l'acqua nel congelarsi aveva perduto in 17. ore in circa un quarto di oncia del suo peso. Egli ebbe cura di prevenir la rottura del vaso durante la congelazione dell' acqua facendo una picciola apertura, ch' egli tenne sempre aperta in mezzo del ghiaccio, e vide come l'acqua, ch'era costretta di uscire continuamente di sotto del ghiaccio, formò una gran de convessità, o eminenza sulla superficie del ghiaccio, segno evidente, che il freddo mette in moto, e rarefa l' acqua.

Della quantità dell' evaporazioni. Cap. II.

Cercò il celebre Hallejo con ingegnosa sperienza di ridurre a calcolo l'evaporazioni dell' acqua esaltate dal calore del Sole, la cui Dissertazione inserita già nelle Transazioni Anglicane fu poi dal Sig. Tommaso Derham tradotta in Toscana favella, e pubblicata dal Signor Georgi nella sua lettera intorno la vera, ed antica origine delle fontane, la quale per essere di molto ingegno, e di molto uso, non avremo difficoltà di ripetere ne' nostri Elementi.

Prese egli dunque, come egli stesso lo espone, un vaso d'acqua salata al grado stesso della comune acqua marina per mezzo della soluzione in essa di circa la quarantesima parte di sale intorno a 4. dita fondo, e di 7 dita, e $\frac{9}{10}$ di diametro, nel quale pose un termometro, e per mezzo d'un braciere di carbone ridusse l'acqua allo stesso grado di calore, ch' egli osservò essere nell' aria di Londra nella più fervida state, così esattamente il termometro stesso misurando. Ciò fatto appese il vaso d'acqua con entrovi il termometro all' estremità di un raggio della bilancia; contrapponendo a questo un esattamente uguale peso dall' altra banda, e quindi dall' approssimazione, o rimovimento del braciere suddetto, trovò facilissimo il modo di mantener l' acqua nel medesimo grado di calore precisamente. Così facendo trovò sensibilmente il peso dell' acqua scemare, ed in capo di due ore osservò mancarvi una mezz'oncia di Troja, meno grani 7, cioè 233 grani di acqua, che in detto tempo era esalata in vapori, tutto che difficilmente il fumo osservare se ne potesse, nè fosse l'acqua sensibilmente incalorita. Una tal quantità in così breve tempo parve assai considerabile, essendo poco meno di *6* once in 24 ore da una così picciola superficie, quale si è quella di un cerchio di 8 dita di diametro.

Per ridurre questo sperimento ad un esatto calcolo, e determinare l' altezza dell'acqua svaporatane in cotal guisa, si servì dello sperimento allegato dal Dottor Odoardo Bernard, stato fatto nella Società di Oxford, cioè che il piede cubo Inglese di acqua pesa esattamente *76* libbre di Troja [1]. Questo poi diviso per 1728 numero delle dita contenute in un piede darà grani $253 \frac{1}{3}$, ovvero once $\frac{1}{2}$, grani $13 \frac{1}{3}$ di peso per ciascun dito cubo d' acqua. Perlochè il peso di 233 grani sarà $\frac{233}{253}$, ovvero $\frac{35}{38}$ di un dito cubo d'acqua. Ora l'area del circolo, il cui diametro è dita $7 \frac{9}{10}$ sarà *49* dita quadre, per cui dividendo la quantità dell' acqua svaporata, cioè $\frac{35}{38}$ di un dito, la quota di $\frac{35}{1062}$, cioè $\frac{1}{57}$ dimostra, che l'altezza dell'acqua svaporata rileva la trentesimaquinta parte di un dito. Ma supponendo per comodo del calcolo essere solo la sessantesima parte, se dunque l'acqua così calda, come l'aria nella state, esala l' altezza della sessantesima parte di un dito in due ore da tutta la superficie, in 12 ore n'esalerà la 10 di un dito suddetto. La quale quantità troverassi di soverchio bastevole per l'uso di tutte le piogge, fonti, e ruggiade . . .

Per computare dunque la quantità dell' acqua sollevantesi dal mare in vapori, pensò egli di doverla solo computare nel tempo che sta il Sole sopra dell' orizzonte; poichè la notte ritornano le guazze in copia eguale, se non forse di più a' vapori, che sono allora innalzati, e nella state essendo i giorni più lunghi di 12 ore, questo eccesso viene compensato dalla più debol forza del Sole, specialmente nella sua levata prima che l' acqua riscaldata ne venga, di modo che se si deduce $\frac{1}{10}$ di un dito dalla superficie del mare essere in un giorno sollevato in vapori, non sarà niente improbabile la conghiettura.

In tale supposizione ogni 10. dita quadre della superficie dell' acqua rende in un giorno in vapori un dito cubo di acqua, e ciaschedun piede quadro una mezza Pinta, [2] quattro piedi un Gallon, [3] un miglio quadro *6914* Tun, [4] un Grado quadrato supposto di *69* miglia Inglesi svaporerà 33 milioni di Tun. E se il Mediterraneo sia giudicato 40 gradi lungo, e 4 largo, fatto

[1] *Una libbra di Troja, che è la usata in Londra è di once Italiane* 13. 14. 6. [2] *Misura di vino, ch' equivale alla libbra di Troja.* [3] *Un Gallon è* 8. *Pinte.* [4] *Un Tun contiene* 252. *Gallon.*

fatto il ragguaglio de' luoghi, dov' egli è più largo, e dove più ſtretto, ne riſultano 160 gradi quadrati di mare, e conſeguentemente tutto il Mediterraneo traſmetterà in vapori in un giorno eſtivo almeno 5280 milioni di Tun di acqua. E queſta quantità di vapori, benchè sì grande, è la minima che ſi poſſa dalle addotte ſperienze determinare. Reſtandovi in oltre un' altra cagione, la quale non può fermamente ridurſi a calcolo, voglio dire i Venti, per mezzo de' quali viene la ſuperficie del mare tolta in aria più preſtamente di quello eſali per mezzo del calor ſolare, conforme è ben noto a coloro, che hanno bene conſiderato que' diſſeccanti venti, che ſpirano alcuna fiata.

Il Mediterraneo riceve queſti ragguardevoli fiumi. L' Ebro, il Reno, il Tevere, il Pò, il Danubio, il Niſtro, il Boriſtene, il Tanai, e il Nilo, tutti gli altri eſſendo di poca conſiderazione, e la quantità dell' acqua loro di poco conto. Egli ſuppone ciaſcuno di queſti fiumi portare dieci volte tant' acqua, quanta ne porta il Tamigi, non che ognuno di loro ſia in realtà così grande, ma per comprendere in eſſi tutti i piccioli fiumiciattoli che sboccano nel mare, che non ſa in altra forma come computare.

Per calcolare l' acque del Tamigi egli prende quella al Ponte Kingſtom, dove la piena mai non aſcende, e l' acqua ſempre entro vi ſcorre, eſſendo la larghezza del canale 100. Yard, [1] e 3 la profondità, prendendo di ciaſcheduna la media egualianza, in amendue delle quali ſuppoſizioni egli è certo di prendere il più. Quindi il profilo dell' acqua in detto luogo è 300 Yard quadri. Queſto moltiplicato per 48 miglia, (che l'acqua ſcorre in circa in 24 ore, computando 2 miglia l' ora) ovvero 84480 Yard darà 23344000 Yard cubici d' acqua, che vengono evacuati ogni giorno, cioè 20300000 Tun il giorno...

Ora ſe ciaſcheduno de' ſopramentovati Fiumi rende dieci volte più di acqua, che non fa il Tamigi, ne ſeguirà che ciaſcuno di queſti porti fino a 203 milioni di Tun per giorno, e tutti e nove 1827 milioni di Tun in un dì. Il che è poco più d' un terzo di ciò, che provoſſi eſſere ſollevato in vapori ſu dal Mediterraneo in in 12 ore di ſpazio.

Delle

[1] *Un Yard. contiene tre piedi d' Inghilterra.*

Delle Nubi, e Nebbie. Cap. III.

QUando i vapori, che ſono innalzati, ingombrano in molta copia l' Atmosfera, ſicchè impediſcano la direzione de' raggi del Sole, ed offuſchino ſenſibilmente il giorno, formano le *Nubi*, e le *Nebbie*; le Nubi quando ſono più tenui, e ſtanno nelle più alte regioni ſoſpeſi, le Nebbie quando ſono più craſſi, e ſtanno nelle più baſſe regioni nuotando. Un vapore craſſo vibrato nell' alte regioni dell' Atmosfera difficilmente in eſſa ſi equilibra, perchè il ſuo peſo lo coſtrigne a diſcendere, ma un vapor tenue vi ſta facilmente ſoſpeſo, o ſia l' agitazione ſteſſa dell' aria, che lo ſoſtenga, o ſia la gravità dell' aria ſteſſa, che al vapore egualmente reſiſta. Per le quali coſe può ſtabilirſi, ch' eſſendo il reſto pari, la differenza delle altezze, a cui ſtanno ſoſpeſi i vapori, ſia cagionata dalla differenza della loro tenuità. Per queſto a diverſe altezze ſi oſſervano ſtar ſoſpeſe le Nubi, ed in tal modo tra gli altri le oſſervò David Frelichio ſovra i monti Carpazj dell' Ungaria, al riferir del Varenio [1]. Quanto alta ſia una Nube ſull' orizzonte può non difficilmente conoſcerſi col calcolo trigonometrico, quando eſſa ſia in quiete. Imperocchè ſe vi ſiano due oſſervatori, che dai due diverſi luoghi A, e B nello ſteſſo tempo riguardino col quadrante il punto ſteſſo della Nube C, nel triangolo ABC conoſciuti tutti gli angoli, e la baſe AB, ſi conoſceranno ancora i lati AC, e BC, e la porzioni AD, DB determinate dal perpendicolo CD; e perciò ancora nel triangolo CDB ſi conoſcerà il perpendicolo cercato CD.

Poichè quando è maggiore l' azione del Sole, allora reſtano più aſſottigliate le parti, per queſto in tempo di ſtate s'innalzano per l' ordinario maggiormente i vapori di quello che in tempo d' inverno. Imperocchè in tempo d' inverno, come poco ſi aſſottiglia il vapore, così poco aſcende, e forma o Nubi in regioni baſſe, o Nebbie in regioni ancora più baſſe. Che ſe il raggio del Sole ſoverchiamente i vapori aſſottiglia, allora queſti per gli ſpazj delle altiſſime regioni diſſipati, e diſperſi, non formano nubi prima che o perduto il loro moto, o per la molta loro copia ammaſſati alle più baſſe regioni non ſcendano.

Un modo di produrre le Nebbie, e le Nubi oſſerva il Nievventyt [2] eſſere l' eſaltazion di copioſi vapori, come veggiamo farſi dall' acqua bollente nelle caldaje. Un altro modo è la rarefazione dell' aria, che diventando più leggiera non fa più

F equili-

[1] *Fig.* 1. *T.* 14. [2] *Eſiſt. di Dio L.* 2. *C.* 2.

equilibrio co' vapori che in essa erano e altati, e dispersi; e perciò essi nelle regioni più basse discendono, e si affollano, come se ne vede l' esempio nella Figura, [1] in cui ANOP rappresenta un globo di vetro, che dopo di essere stato d'aria vuotato si riempie d' acqua. Lo spazio NAP contiene quella poca quantità d'aria, che vi resta nel globo, ed il restante NOP è riempiuto di acqua. Se il collo OD di questo globo si unisce per mezzo del tubo DK al recipiente d' una macchina pneumatica, e dopo che si estrasse l'aria dal recipiente si aprano le chiavette E, e K, allora non ritrovando l' acqua alcuna resistenza sarà obbligata a discendere, e lo spazio ANP si farà maggiore, dove l' aria rinchiusa sarà più sparsa, e più rara. Allora si osserva, che i vapori dell' acqua dentro lo spazio ANP rinchiusi discendono, e formano una specie di nebbia bianchiccia, e simile a quella che veggiamo nell' Atmosfera formarsi.

Osservò in tale sperienza il Nievventyt, Primo che tal nebbia alla prima estrazione dell'aria non si vedeva, quando l'aria era troppo pesante sul barometro, ma v' erano molt' estrazioni necessarie per ben rarefare l' aria dentro lo spazio ANP rinchiusa. Secondo che in tempo di freddo non si vedeva la Nebbia, la quale essendo poi l' aria riscaldata, compariva. Terzo che il vetro diveniva più chiaro per gradi senza introduzione di aria nuova. Quarto subito che s' introduceva nuov' aria, codesta nebbia dal moto della nuov' aria agitata si rappresentava con tutte quelle irregolarità, che hanno le nuvole nell'aria in tempesta.

Unaltro modo è la fermentazione de' minerali, unaltro la precipitazione, un altro i venti opposti, che ammassano insieme i vapori, che stavano dispersi,

Delle Piogge. Cap. IV.

QUando i vapori, che nell' Atmosfera stavano sospesi discendono in copia sensibile, allora diciamo farsi la *Pioggia*.

Tale discesa da molte cause può essere originata. E Primo per la loro copia, per cui ammassandosi insieme, e formandosi in grosse masse, non possono più dall' aria essere sostenuti, ma sono obbligati a discendere, come veggiamo farsi de' vapori, i quali dopo di essere stati in molta copia sotto la volta delle ritorte innalzati, per lo proprio peso giù pel lungo collo discendono in grosse stille. Secondo possono a questo effetto concorrere ancora i venti, o sia che due venti s'incontrino insieme, ed ammassino i vapori, che

[1] *Fig.* 2. *Tav.* 14.

che stavano dispersi, o sia che un vento solo spirando da basso in alto spinga nelle più leggiere regioni i vapori, onde poi per lo proprio peso, e per l' empito impresso sieno obbligati a cadere. Terzo, una terza cagione è la rarefazione dell' aria, per cui l' aria facendosi più leggiera non ha più forza di sostentare i vapori, il qual modo d' ordinario accade allora quando spirano venti calidi, e si fermentano nell' aria i minerali, nel qual tempo principalmente veggiamo discendere l' aria nel barometro. Quarto, una quarta cagione può essere il raffreddamento dell' aria stessa, la quale agitando i vapori li teneva sospesi, ed impediva loro il discendere, come pensò il Montanari. Un esempio di ciò si vede nelle distillazioni che fannosi col serpentino, e parimente nelle cristallizzazioni chimiche, nelle quali veggiamo, i sali, che prima nuotavano nell' acqua disciolti, e sparsi, discendere tosto che l' acqua si raffredda, ed ammassarsi al fondo.

Come le Montagne danno occasione nell' ammassamento de' vapori, così ancora ivi veggiamo frequenti le piogge, dove sono frequenti le Montagne. Così nota il Mercatore nel suo Atlante, esservi nell' Isola di S. Tommaso molte piogge, perchè nel mezzo d' essa evvi un' alta Montagna tutta selvosa, dove incontrandosi i vapori, che dall' Oceano vengono sollevati, si fermano, e si ammassano; indi in molta copia ridotti si rinversano in pioggia. Lo stesso osserva il Robbe [1] farsi nel Madagascar. Ed osserva il Varenio, [2] sopra Pico di Tenariffa piovere copiosamente, e giammai sull' Isola. Lo stesso in fine affermano i Viaggiatori accadere nell' Asia, nel Perù, e sulle frontiere della Cina, ed in altri luoghi. *Il soggiorno*, dice il Signor Hallei, *che io feci nell' Isola di S. Elena*, (*ch' è situata sotto la Zona torrida, ed è un luogo de' più caldi della terra*) *mi ha data l' occasione di fare quest' esperienza. Io era sulla cima d' una montagna elevata sopra il mare* 2400. *piedi, ove ho osservato, che i vapori, e le ruggiade, anche in tempo sereno, cadevano in tanta quantità, e così veloci, che di quarto d' ora in quarto d' ora era obbligato d' asciugare il vetro del mio telescopio, e la mia carta si trovava in un istante sì umida, che mi era impossibile lo scrivere. Di là si può concludere, che la quantità dell' acqua, che si ammassa sugli altri monti più grandi, e più alti di questo, dee farsi molto grande in molto picciolo tempo, e sovra tutto su quelli, che formano lunghe catene, de' quali l' estensione occupa intieri paesi, per esempio su Pirenei, le* F ij *Alpi*,

[1] *Geog. L.* 2. [2] *Geog. L.* 2.

Alpi, l' Apennino, e il monte Carpazio in Europa, il Tauro, il Caucaso, l' Imao ec. nell' Asia, l' Atlante, i monti della Luna, e molti altri nell' Affrica, onde nascono il Nilo, il Negro, il Zairo; e nell' America, dove si ritrovano le Ande, e i monti di Apalacha, ciascuno de' quali eccede molto l' altezza ordinaria, a cui ascendono da se stessi i vapori, e sulle cime de' quali l' aria è sì fredda, e sì rarefatta, che non può sostener che pochissimo i vapori, che sonovi portati dai venti.

Dalla mancanza de' monti nasce, che nell' Egitto non piove se non assai di rado, e perciò egli sarebbe una regione tutta secca, ed estremamente arida, se non la rendesse feconda l' acqua del Nilo, che tutto in tempo di state lo inonda, allora che per la troppa copia delle pioggie, e delle nevi dell' Etiopia soverchiamente gonfio esce dall' alveo, e per tutto l' Egitto tranquillamente si sparge, di pingue limo tutti i campi riempiendo, onde nasce la loro abbondantissima feracità.

Per sapere quanta pioggia ne' Territorj presso poco cada in un anno fecero diversi Filosofi le osservazioni. Il Signor Mariotte notò, che le piogge cadute a Dijon ascendevano presso che a 18 pollici, ed altri nel medesimo sito osservarono ascendere a 19. Il Signor de Vauban [1] trovò che in sei anni a Lilla era caduta una pioggia di 133 pollici in circa, e nello stesso tempo de la Hire a Parigi essere caduti 122 pollici in circa.

Osservazioni di M. Vauban a Lilla			di M. de la Hire a Parigi	
Anni	Pollici Parigini	Linee	Pollici	Linee
1689	18	9	18	$11\frac{1}{2}$
1690	24	$8\frac{1}{2}$	23	$3\frac{1}{4}$
1691	16	2	14	$5\frac{1}{4}$
1692	25	$4\frac{1}{2}$	22	$7\frac{1}{2}$
1693	30	$3\frac{1}{2}$	22	8
1694	19	3	19	9

Osser-

[1] *Mem. dell' Accad. di Parigi 1699.*

Osservazioni del dottissimo Corradi d'Austria intorno la pioggia caduta in Modena.

Anni	Pollici Parigini	Linee	Anni	Pollici	Linee
1715	36	$10\frac{1}{2}$	1720	40	$2\frac{1}{2}$
1716	49	6	1721	69	$4\frac{1}{4}$
1717	41	11	1722	40	6
1718	36	3	1723	58	9
1719	54	1	1724	51	$3\frac{1}{2}$

Per l'osservazioni del Sig. Tilli fatte in Pisa in anni 17 l'acque un anno per l'altro cadute furono di 33 pollici in circa.

Quanto è maggior l'altezza, da cui discendono i vapori, tanto più s'ingrossano nel cadere. Per questo in tempo di state, in cui le nuvole sono assai alte, si veggono spesso cader grosse piogge principalmente se calde esalazioni disgelino in un tratto le nubi, le quali nell'alte regioni di loro natura fredde stanno di vapori agghiacciati composte.

E perchè principalmente in tempo di state insieme coi vapori vengono molti minerali innalzati, che diverse qualità hanno, e facoltà diverse; per questo spesso in tempo di state cadono pioggе di qualità diverse; e stravaganti; onde talvolta giovano, talvolta nuocono, talvolta abbruciano le foglie, e frutti, sopra i quali esse cadono. Per questo talvolta ancora di color giallo, e sanguigno discender si veggono, il che apportò talora terrore agli Uomini, i quali le hanno credute piogge di sangue. Tali colori noi veggiamo farsi nell'acqua se v'infondiamo in essa o spiriti acidi, o sali alkalici, o solfi ec.

Dell' origine de' Fonti, e de' Fiumi. Cap. V.

Varie furono tra gli antichi le opinioni intorno l'origine de' Fonti, e de' Fiumi. Aristotele nel Lib. 1. delle Meteore al Cap. 13. vuole che i Fonti, e Fiumi si formino dall'aria stipata in acqua dal freddo delle caverne. Epicuro nella sua Pistola a Pitoclo crede, che l'acque, di cui sono composti, sieno generate nelle viscere della Terra, le quali colando, e a poco a poco ammassandosi formino i fonti, da' quali già si formano i fiumi.

mi. Seneca nel Libro 3. delle Questioni non è diverso da Aristotele, e crede generarsi i fonti dall'aria entro le caverne dei monti rinchiusa. Imperocchè essere convertibili gli elementi, la terra cangiarsi in acqua, l'acqua in aria, e l'aria in fuoco, e così farsi ancora per lo contrario. Non persuaso però Plinio, che tali cangiamente si facciano crede che dopoche l'acque si ammassarono al centro, e formarono una specie di *Baratro*, nel modo che pensava Platone, come si legge nel Fedone, fossero da uno Spirito agitate, e gonfiate, da cui fossero in alto spinte, ed obbligate ad ascendere sulle cime de' monti sprizzando fuori de' buchi, come fuori di tanti piccoli sifoni.

Ma tra' più recenti tre sono le opinioni, ch'ebbero il maggior seguito, come nota l'accuratissimo Vallisneri nella sua gentil Lezione Accademica, che sta inserita nella *Raccolta* intorno l'Origine delle Fontane.

L'una è che non altronde nascano i fonti, che dal Mare come dai Libri sacri ancor si conosce, ne'quali chiaramente si dice, che *tutti i fiumi entrano nel mare, e il mare non trabocca: al luogo, dond'escono i fiumi, ritornano per fluire di nuovo*. Penetrar l'acque per gli occulti meati della Terra per gli quali *feltrandosi* i loro sali depongono, e pure, e dolci dalla pressione dello stesso mare fino alle cime de' monti esaltate, pel proprio peso di nuovo discendono, e gocciolando formano prima piccoli rivi, ed in progresso i fiumi. La qual opinione prende qualche apparenza di vero da questo, che non in un solo luogo si osservano molte acque dolci native vicino ai lidi, le quali crescono, e decrescono secondo il flusso, e riflusso del mare, il che non potrebbe darsi, come i difensori di tal opinione affermano, se quelle non fossero acque provenienti dal mare. Di tali fontane molte ne rammemora Plinio, Onorato Fabri, e il Varenio. Tale ancora riferisce il Dodart, come nota il du Hamel, esserne sopra il lido di Risban vicino a Caleto, e tale se ne osserva nel lido di S. Niccolò di Venezia. Questa opinione valse appresso di molti fino il decimosettimo secolo, e fu poi ne' nostri tempi da alcuni risvegliata principalmente dopo che parve che le desse peso il nome del Signor Giovanni Bernulli nell'Appendice alla Dissertazione *dell' effervescenza, e fermentazione. Notum est aquam in qua multum salis est disolutum, graviorem esse eadem dulci, verum aqua marina, ut patet ex sapore, multas particulas salinas in se continet, proinde erit gravior, quam aqua fontana, vel fluvialis. Credibile itaque est quod cum terra vicem gerat filtri, per cujus poros aqua solum dulcis transire potest, relictis salinis particulis, quæ gravitatem aquæ augent, aqua dulcis longè altiùs per terram ascendere debeat ob immensam Oceani profunditatem, ita ut ad altissima quoque montium fastigia per pressionem aquæ marinæ protrudatur, ex quibus dein, cum ultrà ascendere nequeat, rivulorum instar emanet*. E' cosa nota, che l'acqua in cui molto sale è stato disciolto, è più grave dell'acqua dolce, ma l'acqua marina, come si conosce dal sapore, contiene in se molte particelle saline, e perciò è più grave dell'acqua fontana, o di fiume. Perciò è cosa credibile, che la Terra faccia le veci di *Feltro*, per gli cui pori passi sol l'acqua, onde lasciate le parti saline, che accrescono la gravità all'acqua, l'acqua dolce altamente ascenda dentro la terra per l'immensa profondità dell' Oceano, in guisa che alle cime de' più alti sia spinta dalla pressione dell'acqua marina, dalle quali poi, non potendo più ascendere, discenda, e formi i piccoli rivi.

Ma contra tale sentenza stanno prima gli sperimenti, per cui si osserva non potersi mai raddolcir l'acque salse per mezzo della *Feltrazione*. Ciò tutti quelli, che l'hanno tentato, affermano, tra' quali Lucantonio Porzio nelle sue Lettere, e Discorsi Accademici, il Redi, e principalmente il sovracitato Vallisneri, il quale dopo di aver fatto passare cento volte, come egli dice, l'acqua salata per arene, per feltri, per ispugne, e per terre di varie maniere, non potè mai ottenere di farla dolce. Per secondo se l'acque marine allora quando passano per gli pori terrestri divenissero dolci, non si osserverebbono forse tante vene salse vicino al mare, come se ne osservano tra le altre nell'Isola di S. Vincenzo, e nel Perù, e nell'Affrica, e nell'India appresso Coromandel, e sopra ogni lido nell'Inghilterra.

Che se si considerano le Leggi dell'Idrostatica, non può intendersi come dal basso mare alle alte cime de' Monti possano innalzarsi le acque. Imperocchè ne' tubi comunicanti, come abbiamo insegnato, non ponno inalzarsi i Fluidi omogenei, se non a *livello*, o a *parallela altezza*. E quando i tubi terrestri fossero vacui di aria, non potrebbono innalzarsi le acque più che a trentadue piedi sopra il livello del mare per la pressione dell'Atmosfera, ed infine se fossero ancora *capillari* potrebbe accrescersi quest'altezza, ma non mai pervenire alle cime de' monti. Egli è vero, che come nota il dottissimo Bernulli essendo l'acqua salsa più grave della dolce, le acque marine, che dopo di essere passate per lo feltro terrestre deposero i sali, e si addolcirono, potranno ancora in tale supposizione essere sopra il livello del mare innalzate. Ma non mai all'altezza de' monti. Imperocchè essendo seconcondo il Varenio il peso dell' acqua salsa a quello della dolce come $46 : 45$, quando si desse ancora codesta *Feltrazione*, perchè le acque addolcite s' innalzassero sulle cime de' monti, alcune de' quali montano ad un' altezza di tre miglia di perpendicolo sopra il mare, sarebbe necessario, che il mare fosse profondo almeno 135 miglia, il ch' è contrario all' osservazioni; essendovi pochi fondi di mare secondo che attesta lo stesso Varenio, [1] i quali collo scandaglio non si possano esplorare, e si trovino più di tre miglia.

Se poi si fa riflessione all' enorme distanza, che passa tra alcune sorgenti, e il mare, la quale si trova talvolta di cinque, e seicento miglia, e nello stesso tempo all' angustia, e tortuosità de' meati, per gli quali l' acque marine deono passare, nel qual passaggio deggiono superare così lunghe *frezioni*, e *resistenze*, è necessario lo stabilire una enorme forza, e perchè non agisce se non la differenza delle specifiche gravità tra l' acqua salsa, e la dolce, bisognerebbe assai più profondare il mare di 135 miglia, e non sarebbe soverchia una profondità di mille miglia, come con ragione afferma il dottissimo Annotatore [2] nel libro citato.

Quanto difficile sia tale passaggio di acque lo riconobbe il Magnano collo sperimento; imperocchè ponendo un cannello pieno di sabbia nell' acqua non la vidde ascendere, se non pochi palmi. Tale sperimento fu fatto in Francia con un cannello di piombo di venti linee di diametro, e di lunghezza di due piedi riempiuto di secca arena, posto perpendicolarmente in un vaso pieno d' acqua salsa di superficie larga, e poco profondo, dentro cui per lo spazio di 24 ore salì l' acqua al più fino a 18 pollici, e tutta salsa.

Che se l' acque del mare in tal modo si feltrasero, i pozzi vicini al mare non si vedrebbono mai secchi.

Dalle quali cose si deduce, che se molte acque vicine al mare, e dolci crescono col flusso e riflusso, ciò non accade perch' esse siano acque provenienti dal mare, ma per lo contrario perchè sono acque che si portano al mare, le quali nell' escrescenza dell' acque marine s' ingorgano e crescono, come i fiumi verso le loro foci.

La seconda opinione è del Cartesio. Imperocchè veggendo egli che l' acque marine solamente col distillarle possono addolcirsi, restando i loro sali per lo peso, e fissezza loro nel fondo de' lambicchi, mentre esse dal calore del fuoco agitate, ed attenuate

(1) *Geogr. L. 2. Cap.* 13. (2) *Ann.* 6.

te in vapori ascendono, e sfuggono, immaginossi non altro artificio esser adoperato dalla Natura per fare stillar da' monti le acque dolci, che questo. Imperocchè penetrar l' acque del mare dentro le occulte vie della Terra, e quivi per tortuosi canali serpendo sempre internarsi finochè giungano fino sotto le vaste moli de' monti. Ivi dal *Fuoco sotterraneo* disciolte, ed esaltate agli archi, ed alle volte cavernose de' monti si attaccano, come veggiamo attaccarsi le acque distillate ai lambicchi: nel qual modo aggiugnendosi vapore a vapore diventano in fine grosse goccie, che per lo proprio peso si staccano, e scorrono lubriche per lo pendio del monte ammonticellandosi, ed ammassandosi in picciole fila d' acqua, le quali l' una coll' altra congiunta fanno i ruscelli, e rivoli, da' quali in fine sono formati i Fiumi.

Ma tale ingegnosa opinione per quanto abbia apparenza di vero, e per quanto abbia una gran parte di Filosofi seco rapito, non resta però che posta all' esame da molti de' più maturi, e principalmente dagli Accademici di Parigi non sia stata giudicata incerta.

Imperocchè primamente per la esplicazion di un Fenomeno non doversi ricorrere a incerte congetture, quando con principj certi, e manifesti possa quello esplicarsi. Non esservi apparenze, che il Cartesio siasi immaginato codesto *sotteraneo fuoco discioglitore*, se non perchè giudicava essere troppo scarse le acque, che discendono dal Cielo per formare tanti, e così vasti fiumi; essere perciò necessario il ricorrere alla Terra, la quale a guisa d' inesauribile miniera somministri di continuo la materia a' fiumi, e sempre stillando acque dalle sue volte li mantenga vivi, e perenni; il che non era necessario, come diremo in appresso.

Se vi fosse questo sotterraneo fuoco, che fino alle più alte cime getta le acque, discendendo nelle profonde cave, che stanno al piè del monte, dovressimo sentirne gli effetti, e ritrovar per tutto acque calde, ciò ch' è contrario alla sperienza. Ne esservi maggior ragione, che si ammettano tali distillazioni dentro la cavità de' monti di quello che in tutte le altre cavità della Terra, ed allora è difficile a provare, che tutta la terra non dovesse sempre essere coperta di Nuvole, e Nebbie.

Per le quali ed altre ragioni addotte quei dottissimi Uomini incominciarono a dubitare della Cartesiana sentenza, ed altra cagione investigare, la quale dopo molte ricerche non altra si persuasero doversi ammettere, che le *Pioggie*, e le *Nevi*, che ne' monti come in tanti conservatoj si mantengono, e che colando, e a mano a mano sdrucciolando per gli buchi, e per le scannellature

lature somministrano di continuo le acque a rivi, e sempre perenni le conservano. La qual opinione ebbero già molti Antichi, come ne parla Aristotile al Cap. 13. delle Meteore, dove esservi *Autori* afferma, che credono essere l'acque inalzate dal Sole, indi rinversate in pioggia raccogliersi sotterra, e quasi da un ampio seno fluire, sicchè o tutti i fiumi avessero origine da un solo seno, o ciascuno dal suo; ne generarsi alcun' acqua, ma della confluenza fatta in tempo d' inverno rinversarsi i fiumi ec. Nel qual sentimento furono tra' primi il Signor Perault, il Mariotte, il Sedilau, e de la Hire, tra' quali il dottissimo Mariotte [1] per riconoscere se le Pioggie possano essere bastanti per lo mantenimento de' fonti, e fiumi del Territorio di Parigi, computò primamente quanta pioggia presso poco cadesse in un' anno sovra tutto il terreno, che per lungo dalla sorgente della Senna fino al Ponte rosso di Parigi si stende, e per largo abbraccia tutti quegli altri minori fiumi, che alla medesima dentro tale tratto sommistrano l' acqua, colla qual quantità poi la portata di quel gran fiume comparando ritrovò esser l' acqua che cade in terra assai maggiore di quella, che scorre nel fiume, e più che il sestuplo.

Calcolo del Mariotte intorno la Senna.

Posto che in un' anno nel Territorio di Parigi discenda tanta pioggia, quanta si ricerca per inalzarsi a 15 pollici, una pertica dunque di terreno riceverebbe 45 piedi cubi di acqua, e supponendo che una lega contenga di lunghezza 2300 pertiche, una lega quadrata conterrà 5290000 pertiche superficiali, che moltiplicate per 15 danno 238050000 piedi cubi. Ed essendo il suddetto terreno 60 leghe di lunghezza, e 50 di larghezza, che fanno leghe 3000 superficiali, se si moltiplica questo spazio per 238050000, averassi la pioggia che in un' anno cade nel suddetto terreno, che sarà piedi cubi 714150000000 La Senna al di sopra del Ponte rosso nella sua mezzana altezza, ha di larghezza 400 piedi, e 5 di profondità media; e la sua velocità è tale, che scorre 150 piedi in un minuto. Ma poichè l' acqua nel fondo non va così presto come nel mezzo, ne quivi come nella superficie, si può prendere una velocità media, che sia di 100 piedi in un minuto: Il prodotto di 400 piedi di larghezza per 5 piedi di altezza media è 2000, che moltiplicato per la velocità 100 darà 200000 piedi cubi d' acqua, che scorre per la Senna in un minuto, e 12000000 in un' ora, e 288000000 in un giorno, e 105120000000

[1] *Trattato del moto d' acque. P. 1. Disc. 11.*

105120000000 in un' anno, che non è la sesta parte dell' acque, che cadono in un' anno in pioggia.

Se invece di 15 pollici, si prendano 18 come conviene all' osservazioni, si trova la quantità della pioggia essere assai maggiore, cioè 856980000000 piedi cubi.

Tale opinione fu poi confermata in Inghilterra, e stabilita principalmente dall' ingegnosissimo Hallejo col calcolo da noi di sopra riferito intorno l' evaporazion del Mediterraneo; e nello stesso tempo passata in Italia, fu da' più Saggi abbracciata, e posta poi ultimamente nella sua luce dal Vallisneri, dal Conte Riccato, dal dottissimo Corradi, e da altri molti.

Calcolo intorno il Pò dell' Annotatore. [1]

Essendo stata la sua larghezza intorno il Ponte di Lago-scuro fissata a 500 piedi di Bologna, e la sua profondità ragguagliata nello stato di mezzo a piedi 20, sarà la sua sezione piedi quadrati 10000. La velocità del Filone si è scoperta con un galleggiante essere di 2600 piedi in un' ora, la quale per maggior avvantaggio di calcolo si riduca a 3000, Assumendo la velocità media eguale a quella del Filone, e moltiplicandola per la sezione del fiume avrassi la portata del Pò

In un ora piedi cubi	30000000
In un giorno	720000000
In un anno	264800000000

Se si considera l' estensione di tutta l' Italia a guisa di un rettangolo, di cui la lunghezza è 600 miglia, e la larghezza 120 (il che però è assai minore del vero) sarà la superficie di Italia di miglia quadrate 720000, e prendendo conforme alle sperienze di Pisa, che tra le altre stanno di mezzo, 33 pollici di Parigi per l' altezza della pioggia, che è caduta in un' anno in Italia, averannosi pollici cubi d' acqua caduta in pioggia in un' anno 4200000000000, la quale quantità è sedici volte maggiore di quella, che scarica il Pò nel mare.

Posto però che gli altri Fiumi portino tant' acqua al mare, quanta tre volte il Pò, resteranno altri dodici Pò per l' alimento delle piante, e per gli altri usi.

Cal-

[1] *Libro citato Annot. 13.*

Calcolo dello stesso [1] intorno il Danubio.

La sezione del Fiume è di piedi quadrati 75000 e moltiplicata per la velocità media, ch' è di piedi 10000 all' ora, avrassi la portata del Danubio al mare

In un ora piedi cubi 750000000
In un giorno 18000000000
In un anno 16570000000000

La distanza tra le fonti, e le foci del Danubio è di gradi 25, ovvero di miglia Italiane 1500. La latitudine del terreno, in cui stanno i fiumi, che a sinistra, e a destra mettono capo nel Danubio, è di miglia 500, e perciò l' estension del terreno è di miglia quadrate 75000, ovvero piedi quadrati 18750000000000. Dividendo dunque per quest' area la portata del Danubio, ne risulta l' altezza dell' acqua, che basterebbe per alimentarlo cioè $\frac{657}{1875}$ di un piede, ovvero once 4 di Bologna prossimamente. Supposto dunque, che in quel tratto piova quanto a Parigi, cioè un' anno per l' altro sedici once Bolognesi, quattro s' impiegheranno per conservar il vasto Fiume, e dodici, cioè a dir tre Danubj, avanzeranno per gli altri usi.

Conferma il Vallisneri tale sentimento colla struttura stessa de' monti formati tutti di varj strati l' uno sovra l' altro, altri di pura terra, altri di sabbia, e di piccioli sassolini, altri di densa argilla, altri di un misto d' arene, e di pietre varie, altri di sola pietra, o di tufo, o di marmo, o di gesso, o di calce, o di tartaro, o di varie materie metalliche, di varia grossezza, ed in diversa maniera posti, la descrizione de' quali si può vedere, o appresso il lodato Autore, [2] o appresso il Derham, [3] e principalmente appresso l' accuratissimo Scheuchzero, dove descrive esattamente i monti del *Lago Uriense*. [4]

Se si misura l' altezza de' monti di Modona, per riguardo del Mare Adriatico, si troveranno ascender essi sopra il mare più di piedi mille, e mille, onde si spaventa l' immaginazione a pensare, come i vapori dall' imo fondo sollevantisi possano mai trapassare per tanti diversi strati di tanta sissezza, grossezza, e tutti irregolari, e giugnere alle cime, o anche alla metà de' monti, e in tanta copia onde siano bastanti a far fluire perennemente tante fontane. E ciò che vale di tali monti rispetto all' Adriatico,

[1] *L. c.* [2] *Ann.* 19. [3] *Esist. di Dio L.* 3. [4] *Discorso dell' origine de' Monti.*

tico, dee valere degli altri rispetto agli altri mari. Quando mancano le pioggie non dovrebbono per questo seccarsi gli alberi, ed inaridirsi l' erbe, non mancando ad esse il sussidio di continue acque, che dall' imo fondo sono esaltate per inaffiarle.

I vapori, che vanno penetrando la terra all' insù di poro in poro, sono necessariamente in qualche urto sfuggevole, che i Meccanici chiamano *frottamento*, colle pareti de' pori stessi, e per non essere la terra perfettamente elastica la re-azione non riesce eguale all' azione, e per conseguenza bisogna, che i vapori tanto vadano sempre perdendo di moto, quanto il moto reimpresso dalle pareti de' pori è minore di quello, che i vapori avevano impresso alle pareti medesime, e bisogna in oltre che sieno sempre sforzati a mutar direzione difficultandosi con ciò l' ascesa, dalle quali cose nasce, che non possono molto salire.

Entrando egli nelle caverne de' monti non vide mai alcun indizio di tali distillazioni, ne addossarsi i soli vapori così copiosi negli archi loro, che ricadendo formassero ruscelli, e rivoli; ma se qualche gocciola si rammassava, cadeva a piombo sul fondo della caverna. Generarsi spesso in quelle volte alcune croste di tartaro, e piramidi alla rovescia, che si chiamano *stalagmites*, e altre bizzarre figure per mezzo delle cadenti gocciole: segno evidente, che non erano sempre da puri vapori formate, ma da acque, che venivano dal di sopra, le quali in passando per la terra, o per certe piante dette *calcarie*, o per altre dell' indole *del gesso*, o simili, strascinavano seco sali, e particelle, che combaciantisi insieme formavano quei tartari, o quelle stalagmiti, dette volgarmente *acque impietrite*.

Dalle quali cose si conferma, non esser le acque del mare, che vadano ai monti; ma bensì quelle de' monti, che vadano al mare. Per questo i gran fiumi non nascono se non da gran monti, il che riconobbe ancora Aristotele. [1] *I massimi fiumi nascono, come abbiamo insegnato, dai massimi monti, il che può essere manifesto a quelli che girano per la Terra.* Per questo i paesi, dove poco piove sono scarsi di fiumi, come nella Libia, come nota Giorgio Agricola. [2] Ciò si conferma dalle inondazioni di molti fiumi, e principalmente del Nilo. Imperocchè nasce questo appresso degli Abissini nel Regno di Goyam; ed in tempo di state dallo solstizio estivo fino all' equinozio di Autunno riempie d' acque tutto l' Egitto. Ma di tale inondazione sono causa le immense pioggie, e nevi, che in quel tempo cadono sulle montagne Abissine. Tali inondazioni si veggono ancora

[1] *Met. L.* 3. [2] *De ortu, & causis subter.*

cora in molti altri fiumi come nel Gange, e nell' Indo, le quali non è da dnbitarsi, che dalle nevi, e pioggie siano cagionate, mentre quelle crescono, o decrescono al crescere, o decrescer di queste, e mancano quelle, quando mancano queste.

Fanno difficoltà alcuni, tra' quali Seneca, affermando non internarsi le pioggie sotterra se non a tre, o quattro piedi di profondità. Si fondano poi sopra una sperienza del Signor de la Hire il vecchio. Imperocchè avendo egli posto sotto terra in profondità d' otto piedi un vaso di piombo, non potè mai osservare, che le pioggie, e le nevi sciolte penetrassero in quella altezza una terra leggera, e poco fa smossa. Avverte però il Mariotte, come nelle terre non coltivate, e nei boschi stannovi molti piccioli canali prossimi alla superficie, ne' quali entra l' acqua piovana, e continuarsi questi fino ad una grande profondità, come apparisce ne' pozzi profondamente escavati. Che dopo replicate pioggie anche la crosta delle terre lavorate al fine intieramente s' inzuppa, e permette l' ingresso all' acqua, che poi scorre, e si dirama per i piccoli canali, che stanno sotterra.

ANNOTAZIONE.

E' da osservare, che non sempre i *fonti* dalle pioggie nel loro terreno cadute si formano, e non pochi ve ne sono, l' origine de' quali ad acque lontane dee riferirsi. Tali sono le acque nascenti nel territorio di Modona, e di Bologna, le quali osservò il diligentissimo Cassini scaturire dal fondo dei pozzi, quando siano stati fino ad una certa profondità escavati, e si traforino gli strati dell' argille, o del tufo, sotto di cui stanno le acque. Tali acque non dal fuoco sotterraneo sono esaltate, ma giù dagli Apennini calando, che non sono che poche miglia lontani, per occulte vie dentro della Terra si perdono, e tendendo continuamente ad inalzarsi ed equilibrarsi col loro principio secondo le leggi della Idrostatica, aperto l' adito sbucano, e con forza all' alto si portano.

Delle diverse specie de' Fonti. Cap. VI.

UNa delle specie più insigni de' Fonti sono i *Fonti Calidi*. Di questi ve ne sono varj in varj luoghi sparsi. Tali sono quelli di Napoli descritti da Strabone, quelli di Padova descritti dal Graziano, di Aix la Chapelle da Blondel, i fonti di Borbon dal Pascale. Tal è quello, che descrive Varenio, [1] nell' Islanda, il bollore delle cui acque non è minore di quello che indusse nell' acqua un fuoco di sommo grado.

Tali qualità non altronde si deggiono derivare, che dalla copia delle parti sulfuree, e bituminose, dai carboni fossili, e da altri minerali inflammabili, che con quest' acque si meschiano allora quando esse per gli occulti canali nelle loro regioni scorrono. Ciò si manifesta dalle osservazioni. Imperocchè in qualunque luogo tali Fonti scorrono, in molta copia ancora tali materie si veggono. Così in Aix dove tra gli altri molte di quest' acque vi sono, si vede ancora il terreno ripieno di solfi, così nell' Isole Azoridi, nell' Isole di S. Cristoforo, e negli altri luoghi. Il che maggiormente si fa manifesto se si facciano svaporare codeste acque, osservandosi restar le suddette materie in fondo de' vasi.

Tali minerali, che sono con quest' acque meschiati non apportano talvolta alcun calore alle acque, benchè in mezzo ad esse alle foci s' infiammino. Della qual sorta evvi un fonte nel Palatinato della Cracovia.

Altri per lo contrario sono *freddissimi*, in guisa che non può il loro freddo sopportarsi, della qual sorta molti ve ne sono nell' Etiopia, nel Delfinato, nella Stiria, come nota Varenio. Altri ve ne sono di *salsi*, altri di *acidi*, le quali cose dai varj minerali, che in essi stanno commisti, derivano.

Altri infine purificano i corpi, della qual sorta uno ne descrive Giovanni Bodino *nel Teatro della universale Natura* nell' Alvernia. Molti di questi ne riferisce il Varenio, il Tollio, e l' Henninio. Alcuni ancor ve ne sono, che cangiano il ferro in rame; della qual sorta due ne afferma essere Eduardo Brovvnio non lungi dalla Città di Neusolo.

Della Ruggiada, Aura vespertina, ed altre Meteore acquose. Cap. VII.

OLtre le Nubi, e le Pioggie, di cui abbiamo detto, sonovi altre Meteore, che di vapori si formano, come la *Ruggiada*, l' *Aura vespertina*, la *Brina*, la *Neve*, e la *Grandine*, delle quali ora diremo.

E primamente diconsi *Ruggiada* quei vapori, che a Ciel sereno nella state sogliono la mattina cadere, i quali poi alle foglie delle piante attaccandosi, e l' uno coll' altro giugnendosi, in gocciole visibili si conformano, le quali, quando sono minute, serbano la figu-

[1] *Geog. L.* 2.

gura di sfera, ma se sono più grandi, per lo proprio peso si riducono ad una specie di sferoidi allungate. Cadono tali vapori in tempo di state sul fare del giorno, e sono quelli, ch'essendo stati dal calore del Sole nel giorno suscitati, raffreddandosi l'aria col venir della notte perdono a poco a poco il loro moto, sicchè estinta del tutto ogni loro agitazione finalmente cadono a terra.

Quei vapori più grossi, che al primo freddo, che si fa sulla sera, scendono dall'aria, diconsi l'*Aura vespertina*, i quali di rado essendo sciolti da terrestri esalazioni possono talvolta essere nocivi, quando siamo con materie malvagie commisti.

Quando l'Atmosfera è riempiuta di nitri, e dal rigor dell'inverno l'aria è soverchiamente fredda, allora i vapori, che stanno in essa esaltati, si gelano, i quali se sono obbligati a cadere, l'uno coll'altro giugnendosi formano alcune rare, e tenui masse gelato a guisa di filamenti, o di fiocchi, che diciamo la *Neve*.

Ma se i vapori sieno alle regioni più alte dalla forza del Sole elevati, dove per lo molto freddo fortemente si addensano, e nello stesso tempo molta copia di aliti, e minerali sieno con essi portati, come accade per l'ordinario in tempo di state, può farsi allora, che trasportati da un rapido vento per l'aria l'uno coll'altro si affollino, e restino in tal maniera compressi sicchè di essi una sensibile massa di duro, e rigido gelo si formi. Tali masse poi dall'alto per l'aria cadendo, e con altre nel cadere successivameute incontrandosi; che loro si attaccano, e dalla pressione dell'Atmosfera, e dalla forza del ghiaccio restando con quelle compresse, crescono a poco a poco, fino che a guisa di grosse sfere rigide, e dure diventano, le quali da alto con somma velocità cadendo gravemente le piante, e i seminati percuotono, e a gli animali apportano terrore, le quali noi chiamiamo la *Grandine*. Tali globi sono per l'ordinario tanto maggiori, quanto da più alto discendono, o quanto maggiore copia di sali in aria si contiene. E perchè è necessaria una copiosa esaltazione di minerali pe formarli, per questo ordinariamente non cadono se non in tempo di state.

Mentre essi cadono, l'aria estiva col suo calore liquefa le parti esteriori, lasciando le interiori agghiacciate; e questa è la ragione, per cui nella superficie esteriore hanno una certa lucidità, ma nell'interior sono opachi. Spesse volte cadono in forma d'una rosa di sei foglie composta, o di una stella di sei raggi. Se un globo, come vagamente osserva il Cartesio, sia circondato da altri globi eguali, sei e non più nello stesso piano lo toccano d'intorno. Così se un globo di grandine è circondato da altri globi di grandine eguali,

eguali, non potrà essere toccato che da sei. Allora se questi si attaccano a quello, e vengano quelli dal calore dell'aria in parte liquefatti, restando l'interior congelato, averannosi le sopradette figure, e caderà la grandine in forma di una stella di sei raggi, o d'una rosa di sei foglie. Molte altre figure possono formarsi secondo le unioni fortuite de' globi, e le diverse loro liquefazioni, il descrivere le quali non abbiamo ora nell'animo.

Degl' Igrometri. Cap. VIII.

Come allora quando l'aria è di vapori ingombrata, bagna i corpi, e l'inzuppa di acqua, il che cagiona varie mutazioni, ed accidenti, che non si veggono allora, quando l'aria è asciutta, così anno i Filosofi diversi stromenti inventato per discernere i differenti gradi della umidità, che è nell'aria, i quali furono chiamati *Igrometri*. Tale per esempio è quello, che si costruisce per mezzo della *Festuca*, o *Fuseello*, il quale sorge dalla sementa dell'*Avena Silvestre*, di cui fa menzione il P. Magnano nella sua *Prospettiva Oraria*. Egli costa di due fibre lignose tra se spiralmente attortigliate, le quali di vapori inzuppate si rilassano, e si sciolgono; ma aride, e secche a' loro archi e spire ritornano, dal che ne seguono due contrarj moti. Però se ad una estremità [1] F del Fuscello EF sia adattato un Indice ED, e fatta centro l'altra estremità F si descrive il cerchio ABC si divida in parti eguali, dai diversi moti dell'Indice potrannosi dedurre i diversi gradi dell'umidità dell'Atmosfera.

Altri in una Lance pongono una secca spugna; e nell'altra Lance pongono un peso, che fa con quella equilibrio. Applicando poi alla linguetta una tavola graduata secondo che pende la Lance, e dalla parte della spugna, e dalla parte del peso discernono i diversi gradi dell'umido, ch'è nell'aria.

Il più semplice, e più comune Igrometro si fa per mezzo di un nervo musicale ACB, [2] le cui estremità A, e B sono fermamente legate a due chiodi. Dal punto di mezzo C pende il peso P, il quale trae la corda, e la piega nell'angolo AcB. Essendo tale la proprietà di queste corde, che quando il Cielo è sereno si allunghino, e quando è umido si contraggano, e si ristringano, seguita che in Ciel sereno il peso P maggiormente discende, e quando è umido, ascende, i quali moti sono l'indicio della maggior, o minore copia de' vapori che ingombrano l'Atmos-

[1] *Fig.* 3. *Tav.* 14. [2] *Fig.* 4. *Tav.* 14.

mosfera. Ciò nasce perchè i vapori penetrando a guisa di cunei nelle fibre spirali della corda, e non senza qualche forza di percossa, come crede il Borelli, gonfiano la corda, e l'allargano in conseguenza per latitudine, ristringendola per lunghezza. Per misurar poi li diversi gradi di umidità sogliono dividere la saetta, o la linea retta DC, che il peso P in discendendo percorre in molte parti eguali, giudicando essere le forze de' vapori proporzionali alle discendenze del peso. Ma avverte il dottissimo Lodovico Riva nell' ingegnosa sua Dissertazion intorno gl' Igrometri non ben rispondere codesta proporzione, e dimostra qual sia la relazione delle saette corrispondenti alle azioni diverse de' vapori, e ciò non solo se il peso penda dal punto di mezzo C; ma da qualunque altro punto, le quali cose da quelli che sono bramosi, ponno vedersi nella suddetta Dissertazione. Annoteremo solo, ciò che serve per lo caso più semplice, cioè per lo peso pendente dal punto di mezzo, che se la saetta si dica x, la forza dei vapori z, la lunghezza della corda 2 a, il peso pendente b. la relazione delle saette colla forza de' vapori si esprime con questa equazione b.

$$\frac{\sqrt{aa+xx}}{2x} + a - \sqrt{aa+xx} = z$$

SEZIONE SECONDA.

Delle Meteore Spiranti, e de' Venti.

V*Ento* dicesi una flussione, o corrente d' aria, che va da una piaggia all' altra per qualche continuato tempo. Così Seneca nel Libro 5. delle naturali questioni quella differenza dice esservi tra l' aria, e il vento, che vi è tra il lago, e il fiume. *Hoc interest inter aera, & ventum, quod inter lacum, & flumen.*

Per distinguere le differenti direzione de' venti divisero l' orizzonte i Filosofi in molte parti eguali, e secondo le diverse parti, dalle quali codesti moti d' aria spirano, diversi nomi gl' imposero. Secondo Aristotele nel Lib. 2. delle Meteore sono divisi i venti in *Cardinali*, e *Collaterali*. I Cardinali sono quattro secondo i quattro principali punti dell' orizzonte, e sono il *Solano* all' oriente, il *Favonio* all' occidente, il *Settentrione* al Polo artico, e l' *Austro* all' antartico. Dei collaterali il numero è diverso appresso i Greci. Ora per maggior comodo de' naviganti sono stabiliti trentatadue [1] venti corrispondenti a trentadue divisioni eguali dell' oriz-

[1] *Fig.* 5. *Tav.* 14.

orizzonte, de' quali i quattro Cardinali si dicono n Italia la *Tramontana*, l' *Austro*, il *Levante*, il *Ponente*. Gl' intermedj fra questi sono il *Greco*, il *Sirocco*, il *Lebeccio*, il *Maestro*. In mezzo a questi, che si possono dire i primarj, ve ne sono altri otto, de' quali il nome è composto dai nomi degli due, nel mezzo de' quali stanno. Così quello, che sta di mezzo tra il Greco, e la Tramontana dicesi Greco Tramontana, e così gli altri. Infine tra questi ve ne sono altri sedici col nome di *Quarta*, de' quali ciascuno dicesi Quarta del Primario, cui sta vicino verso l' altro primario che lo rinchiude. Così per esempio quello, che sta tra Tramontana, e Greco, e vicino a Tramontana dicesi Quarta di Tramontana per Greco; ma se è vicino a Greco dicesi Quarta di Greco per Tramontana. Fuori d' Italia i quattro Cardinali si dicono il *Nord*, il *Sud*, l' *Est*, l' *Ovest*. I quattro intermedj equidistanti tra questi si chiamano col nome composto Nord-est, Sud-est, Sud-ovest, Nord-ovest. Gli altri otto intermedj si compongono parimente dal nome de' suoi Laterali; così quello ch' è tra il Nord, e il Nord-est si dice Nord-Nord-est, e così degli altri. Finalmente tra questi sonovi le sedici Quarte nominate colla stessa regola, che si osserva in Italia. Così quello che è vicino al Nord, ma sta rinchiuso da Nord-est, si dice Nord quart de Nord-est, e quello che sta vicino a Nordest verso Nord si dice Nordest quart de Nord, e così degl' altri.

Per altro tutti i venti, che spirano, a tre specie possono ridursi. Imperocchè o spirano sempre, come il vento, che sotto la linea equinozziale sempre spira da oriente in occidente, e si dicono *Perpetui*, o spirano solo in determinate stagioni, come sono quelli, che dai Greci furono chiamati *Etesie*, i quali dopo lo solstizio estivo incominciano a spirare nella Grecia, e durano fino a Settembre, e chiamansi questi venti *Anniversarj*, o *Periodici*. Altri finalmente sono quelli, che spirano senz' alcuna legge determinata di tempo, o con una legge a noi sconosciuta, come sono quelli, che ora in un giorno, ora in un' altro veggiamo spirar nelle nostre regioni, e diconsi *Irregolari*, e *Variabili*, de' quali tutti ora parleremo, e primamente.

Delle cagioni generali de' Venti. Cap. I.

T*Utte* quelle cose, che possono introdurre *flussione*, o *corrente* nell' aria, possono tutte essere cagione di *Vento*. Una delle cagioni più universali sono gli *aliti stessi*, e le *parti ignite*, che con empito per l' Atmosfera scorrendo seco portano, e rapisco-

rapiscono l' aria. Il che per dimostrare come si faccia, sia il vaso rotondo A di rame, o di bronzo con un lungo collo BC. [1] Quando esso si riscaldi sicchè l' aria nel suo seno rinchiusa si rarefaccia, immergendosi il collo BC nell' acqua, potrassi introdurre l' acqua nel vaso per la bocca C fino che buona parte se ne riempia. Allora se il detto vaso sia posto al fuoco in guisa che l' acqua sia molto riscaldata, disciolta essa in vapori uscirà con grandissimo empito fuori del vaso per lo collo BC, e per un tempo proporzionato alla sua massa, ed alla forza del fuoco discioglitore produrrassi un forte, e rapido vento. Tale vaso gli antichi anno chiamato l' *Eolipila*, cioè il vaso del vento.

Innumerabili Eolipile possono osservarsi in natura, le quali in una maniera simile alla suddetta producono un qualche vento. Tale, per esempio, è un umido legno, il quale se si ponga tra le fiamme appena conceputo il calore veggiamo come spesso produce vento, di cui altra cagione non sono, che le parti acquose, che dalle fibre di quello escono rapidamente, dalle parti del fuoco fuori de' loro ricettacoli con empito suscitate. Così se un pomo, o se un altro umido frutto sia posto al fuoco, veggiamo spesso nascere lo stesso fenomeno. E questo essere un modo, con cui vengono generati molti venti può stabilirsi. Imperocchè può, per esempio, considerarsi un monte a guisa di una Eolipila naturale, fuori da' cui spiragli, quasi da tanti lunghi, ed angusti colli escono con empito i *vapori*, e gli *aliti* o dal raggio del Sole, o dall'ignee interne sostanze agitati, e vibrati, i quali per l' aria velocemente l' uno dopo l' altro in molta copia scorrendo formano il Vento.

Un simile effetto veggiamo farsi nelle chimiche fermentazioni. Così se gettiamo la limatura di Marte nell'acqua forte, e se mescoliamo lo spirito di solfo col sale ammoniaco, veggiamo uscire un torrente d'aria, e di vapori dal vaso. Molto più impetuoso moto si genera, mescolando sal di tartaro pesto con una quantità eguale di nitro, e dipoi tale mistura infiammando con un carbone ardente, o con un ferro infuocato, principalmente se tali materie si rinchiudano dentro di un vaso sicchè dopo che sono state infiammate siano costrette ad uscire fuori di un lungo, ed angusto collo.

Un'altra cagione universale è il Sole, il quale agitando l'aria con molta forza la discioglie, e la rende più rara, ed in tal modo la obbliga a moversi verso dove si oppone minor resistenza.

(1) *Fig. 6. T. 14.*

Per avere sotto gli occhi codesto effetto, basta prendere come vuole il Nievventyt [1] un fiasco di vetro, dove non si contenga altro, che aria, e rinversarlo colla gola in giù sopra un piatto, in cui bisogna versar dell'acqua fino che ascenda sopra l'orificio del fiasco per impedire la comunicazione dell'aria esteriore coll'interiore. Dopo di che, se si riscalda il vaso, vedesi l'aria interna rarefatta produrre un piccolo vento dolce, ch'esce in piccole bolle fuori del vaso.

Una terza cagione è il peso stesso dell'aria, per cui ella secondo le leggi dell'Idrostatica tende sempre ad equilibrarsi in ciascuna sua parte, e ridursi esattamente *al livello*. Tale causa agisce allora quando essendo stata dal calore del Sole, o dalle fermentazioni rarefatta una qualche porzione di aria, cessa poi l'azion del calore. Imperocchè allora l'aria esterna, che fu già caricata da quella, che il Sole ha dissipato, essendo resa più grave tende verso quegli spazj dove non più ritrova equilibrio, ed in tal modo scorrendo produce il vento. In tal modo veggiamo entrar con empito l'aria esterna nel recipiente della macchina dopo che fu lo stesso recipiente dell'aria esterna vuotato.

Il soverchio raffreddamento ancora può essere cagione di vento. Imperocchè può egli molto ristrignere, e condensare una porzione di aria, ed in tal modo dar occasione a quella, che la circonda di spandersi, e dilatarsi.

Un'altra causa de' Venti sospetta il Signor Mariotte essere le vicende delle elevazioni della Luna nel suo Apogeo, e delle sue discendenze nel Perigeo, osservando che per lo più spiri un vento di Nord alla nuova Luna, che passa all'Est in tre, o quattro giorni, indi al Sud, ed indi all'Ovest, e si rimetta al Nord alla Luna piena; da dove ripassa successivamente verso l'Est, e il Sud, e l'Ovest per ritornare al Nord nella nuova Luna.

Dei venti variabili. Cap. II.

I Venti variabili, come abbiamo detto, sono quelli, che irregolarmente, o almeno con una legge a noi sconosciuta spirano.

Ciò che di tali venti principalmente si osserva è, che in ogni terra, ed in ogni mare spirano, ma in ogni regione diversi, ora in un tempo, ora in un'altro, ora molto, ed ora poco durevoli, altri dal mare, altri da'monti, ed altri dalle nubi uscendo, altri spirando dal basso in alto, altri per lo contrario dall'alto al

(1) *Esist. di Dio L. 2. C. 8.*

al basso, ed altri orizzontalmente. Tali venti non si estendono troppo lungi, come è noto a' naviganti, che ne' nostri mari dopo piccioli tratti per l'ordinario cangiano i rombi. Lo stesso notò il Mariotte paragonando i venti, che avevano spirato a Parigi con quelli che in Polonia aveva osservato nello stesso tempo il Signor Desnojers nella città di Varsavia, e quelli, che in Edemburgo di Scozia erano stati dal Signor Gregory osservati, trovando che i venti di Parigi da quelli di Edemburgo erano diversi l'ottava parte della bussola, e quelli di Varsavia loro erano opposti.

Ne ascendono questi a troppa altezza. Così notò Aristotele[1] non essere mai arrivati i venti, sulle cime del monte Olimpo, e lo stesso notarono i viaggiatori de' monti del Perù, e David Frelichio dei monti Carpazj.

Così parimente il loro movimento di rado è uniforme, ed ora maggiore, ora minore; e così la loro forza, onde ora dolci, e soavi spirano, ora impetuosi, e rapidi, ponendo tutto sossopra.

Variano ancora per le loro qualità; perchè altri umidi sono, altri secchi, altri freddi, altri caldi, altri salubri, ed altri insalubri ec.

I quali fenomeni facilmente si intendono, se si considera essere tali venti un' aggregato di *aliti*, e di vapori, o dal calore del Sole, o dalle loro fermentazioni esaltati, i quali escono con empito o dalla terra, o dal mare, o dalle nubi, dove stanno sublimati, come veggiamo uscire le particelle aquee-ignee dalli lunghi colli delle Eolipile. Per questo in ogni luogo spirar tali venti veggiamo, perchè in ogni luogo si fermentano tali spiriti; ma sono in ogni luogo diversi, perchè diversi sono i spiriti, che si fermentano, e diverse le loro fermentazioni. Ed ora più, ora meno durano secondo la copia de' minerali, ed or dal mare, or dalla terra, or dai monti secondo che ora in questi, ora in quelli tali spiriti dal calor agitati si sviluppano, e si vibrano. Quando spirano dal mare, la direzione del vento è dal basso all' alto. Quando da' monti dall' alto al basso, e talvolta orizzontalmente. Tali venti non si estendono troppo lungi, perch' è limitata l' Atmosfera delle fermentazioni, e per la stessa ragione non ascendono a grande altezza. Il loro moto di rado è uniforme, ed equabile, parte perchè non equabilmente si sviluppano i spiriti nel fermentarsi, e parte perchè l' onde dell' aria dai diversi ostacoli, in cui s' incontrano, sono alterate, e rotte, come veggiamo farsi delle correnti di un

[1] *Met. L. 2.*

fiume, che dai sassi, e dalle rive diversamente poste, nelle quali s' incontrano, vengono di tratto in tratto impedite, ed obbligate a girare circolarmente. E come i spiriti minerali principalmente nelle loro copiose fermentazioni, non si lanciano, che interrottamente, e per intervalli, per questo interrotti tali venti spirano, e per ripresa principalmente quando sono dei più forti.

Per la forza, con cui si muovono, ella dipende dalla quantità dell' aria, che si muove, e dalla velocità con cui si muove. Per ridurla a calcolo osserva il Mariotte quanto peso è capace d' inalzare la corrente d' aria urtando in una tavoletta di determinata superficie. Ed essendo la forza viva de' corpi come la massa nel quadrato della velocità, se si determina la velocità del vento, e la superficie dell' ostacolo, contra cui urta, si conoscerà ancora qual peso egli sia capace d' inalzare, cioè a dire quanta sia la sua forza. E' notabile che il più rapido vento non arriva a percorrere 32. piedi in un secondo, come lo stesso autore esperimenta, gettando una piuma, o altro corpo per l' aria, allorache spira il vento.

Quanto alle diverse loro qualità nota il dottissimo du Hamel contrarre i venti quella natura, che conviene alla materia, di cui sono composti, ed al luogo, per cui essi passando diverse affezioni acquistano. Perciò siccome il vento fuori dell' Eolipile spinto sparge un odore grato, e molesto secondo la natura del liquore, che vi sta rinchiuso, e come l' aria fuori di un lungo tubo coperto di neve, e ghiaccio uscita si sente fredda, così la qualità de' venti, e dalle parti, che li compongono, e da' luoghi, per li quali passano, hanno l' origine. Per questo il vento d' Oriente, che alla Grecia secondo Aristotele è caldo, alla Francia, Inghilterra, ed Olanda è freddo, perchè passa per i luoghi nevosi della Germania, e della Polonia. Nell' Italia per l' ordinario è umido, perchè passa per l' Adriatico. Nell' India occidentale è freddo, ma nell' Arabia, ed Affrica scorrendo per arene infuocate è caldo. Il Nord è freddo, e secco riguardo a noi forse perchè è un aggregato di nitri dalle montagne nevose spiranti. Ma il Sud è umido, e caldo, perchè egli è ripieno dei vapori del mare, dal qual spira. Per lo contrario il Nord è per Costantinopoli piovoso, spirando dal mare, e il Sud nell' Affrica è secco.

Dagli aliti de' quali costano, nasce parimente, che altri sieno salubri, ed altri nocivi, intorno alle quali cose molte notizie possono aversi o da Bacone di Verulamio nella Storia de' venti, o dal Varenio nella sua Geografia, e da altri molti.

Del

Del Turbine. Cap. III.

IL *Turbine*, detto ancor da noi *Bisciabova*, da' Greci chiamavasi *Typhon*, e da Anassagora, e dagli Stoici *Prester* quasi *vento di fuoco*. Plinio nel Libro 2. in tal maniera lo descrive. *Sin vero depresso sinu arctius rotati effregerint nubem sine igne, hoc est sine fulmine, verticem faciunt, qui Typhon vocatur, idest vibratus Ecnephias. Defert hic secum aliquid abreptum è nube gelida convolvens, versansque, & ruinam suam illi pondere aggravans, & lacum ex loco mutans rapida vertigine. Præcipua navigantium pestis non antennas modo, verum ipsa navigia contorta frangens.* Ma se gli spiriti troppo compressi, ed imprigionati rompano la nube, non atta a produrre il fulmine, fanno un Vortice, che dicesi il *Tifone*, ovvero il nembo vibrato. Egli trae seco una massa della gelata nube, e la rigira, e volve, aumentando con quel peso le sue ruine, e girando con rapido turbine. Eccidio principale de' naviganti, da cui non solo le antenne, ma le navi stesse rapite in giro si frangono.

Per esporlo sotto gli occhi noi ci serviremo della figura stessa, di cui si è servito il Montanari, [1] cioè di quella, che è rappresentata da Giovanni Majova Inglese, che di tal vento accuratamente ne parla. Tutto il contenuto del Turbine, che dal detto Autor fu osservato, è a guisa di un cilindro tra gli due estremi [2] GG, e II, nel centro di cui vedesi a guisa di nuvola più oscura il tubo piramidale FF, EE, sotto a cui si vede l' acque del mare elevarsi a guisa di un monticello AA or più, or meno acuto. La parte CC, che è segnata in forma piramidale, e sembra andarsi ad unire verso EE, al tubo di mezzo, esprime il moto dell' acque, che mediante la forza del turbine si levano in alto dalla base, e si veggono in ispecie di nebbia salire in alto, e particolarmente si vanno staccando dalla massa maggiore, o sia monticello d' acqua, che sorge nel mezzo. Il tubo di mezzo diventa assai denso, ed oscuro, ed ha l' origine dalla nuvola superiore, e sembra a principio quasi fumo, e lascia qualche spazio tra la sua estremità inferiore, e l' acqua, che sotto di lui s' innalza, ma dopo breve tempo si riempie così bene di vapori, o sia di particole d' acqua, che d' ogni intorno verso di lui non senza orrendo mormorio concorrono, che ne divien totalmente denso, ed oscuro, dopo di che vedesi spezzare il tubo, e cadere a basso precipitosamente le acque.

Tal vento non altronde si può stabilire che nasca, che dalla immensa

[1] *Forza d' Eolo*. [2] *Fig. 7. Tav. 14.*

mensa copia de' minerali, de' quali la nube DD è riempiuta. Nell' atto di cui questi si fermentano, e si sviluppano, sono essi parte dalla resistenza delle parti più crasse, che compongono la nube, parte da quella che l' uno coll' altro si fanno, obbligati a deviare continuamente dalla retta, per cui si lanciano, e sono costretti a moversi velocemente in giro, nel qual moto squarciando la nube in FF, escono affollati, e sempre vorticosamente girando formano la Piramide FF, EE, da cui continuamente per la loro forza centrifuga allontanandosi, si spandono per tutto il il cilindro GG, & II. In tal modo tutta l' aria che riempie tutto il cilindro, essendo con somma velocità circolarmente rapita, formasi un rapidissimo e violentissimo vortice, come veggiamo farsi nell' acque de' torrenti, benchè con assai minore velocità, allora che cadendo a precipizio dai monti s' incontrano in duri sassi, e rive, che resistono al loro movimento. Se cotesto Vortice si divida con il pensiero in tanti piani circolari, e paralleli all' orizzonte, è facile il conoscere, come in ciascun circolo girando rapidamente gli spiriti, e con essi l' aria, deggiono per la loro forza centrifuga abbandonare il centro, ed alla circonferenza portarsi; onde seguita dover restar vuoti di tali materie gli spazj che stanno al centro vicini; come veggiamo negli stessi Vortici aquei. Ed in tal modo la concavità della Piramide EE, & FF è tutta vacua; la qual vacuità in FF è più ampia, dove è vicina alla nube, e in conseguenza dove sono gli spiriti più affollati, e la forza centrifuga è maggiore; ma piucchè si allontana dalla nube più si va ristrignendo, perchè gli spiriti sono in minor quantità, e perciò è minor la forza centrifuga. Fatto tale spazio vacuo resta allora obbligato il mare, che gli sta sotto, ad ascendere per lo peso dell' Atmosfera, come per le leggi dell' Idrostatica veggiamo ascendere dentro i canali vuoti l' acqua, e il mercurio; il che si fa fino all' altezza di 32. piedi; nè cessa egli di star sospeso finochè dura il rapido vorticoso moto de' spiriti, cessando il quale egli col proprio peso trabocca, una grande quantità d' acque versando con gran pericolo de' naviganti.

Quanta sia la forza di elevazione di questo Vento può facilmente computarsi, quando si determini il diametro della sua Tromba elevatrice. Quando non vi siano per esempio che *6.* piedi di diametro, agirà allora una forza capace di elevare un cilindro d' acqua, la cui altezza è 32. piedi, e il cui diametro è di piedi *6.* la quale, come computa il Montanari, [1] equivale a 83. mila libre di peso. Ma se il diametro è di *92.* piedi, come talvolta se ne osservano,

[1] *L. c.*

no, la forza elevatrice sarà di 85000000 libre, alla cui enorme forza non è da maravigliarsi, che non possano resistere le più grosse, e pesanti navi.

Una specie di Turbine è quello, che chiamano il *Vento dell' Occhio di Bue*. Di questi se ne veggono spesso nel mar' etiopico, l' empito de' quali con molta loro ruina furono i primi a provare i Portughesi l' anno 1500, e li chiamano nella loro lingua *Travados*, come nota il Kirker. Spesso ancora se ne veggono al Promontorio di Bona-speranza. Imperocchè evvi non lungi dal lido un' alto monte, la cui sommità si distende in un' ampla pianura. Essendo il Cielo sereno, e placido il mare, scorgesi di tempo in tempo sovra cotesta pianura star una picciola Nube, che per la somiglianza chiamasi da' Naviganti *Occhio di Bue*. Questa all' improviso si stende, e copre tutto il monte; il che fatto, esce da quella una procella sì grande, ed un così impetuoso vento, che meschia, e confonde il mare, ed apporta sommo pericolo a' Naviganti.

Un' altra specie è il *Vento di fuoco*, o il *Vento avvelenato*, il quale principalmente nell' Arabia, e nell' Etiopia dopo l' estivo solstizio si vede. Sorge prima una densa, ed atra nube mista di lampi, dal cui seno esce un fortissimo vento detto dagli abitatori *Samiel*, cioè Vento avvelenato, da cui escono di continuo agitate faville, che soffocano, se talun le respira. Allora che tal vento s' infiamma un diluvio di rossa arena s' innalza, la quale cadendo opprime talvolta, ed uccide quantità di peregrini, che per tali regioni viaggiano raccolti in schiere, che dagli Arabi si dicono *Caravane*.

Di alcuni Venti Periodici. Cap. IV.

TRa i venti Periodici, o Anniversarj, celebri sono quelli che da' Greci furono chiamati l' *Etesie*, e le *Ornitie*.

L' Etesie spirano per la Macedonia, la Grecia, l' Egitto, ed altre vicine regioni. Incominciano secondo Plinio adì 15. di Luglio, e durano fino a Settembre. Spirano dal Settentrione, incominciando nella terza ora del giorno, e la notte quasi cessando.

L' origine di tali venti hanno alcuni attribuito agl' influssi della Canicola. Ma con più ragione Aristotele [1] la prende dalle nevi, che in quel tempo ne' monti Settentrionali sono liquefatte dal Sole; alla cui opinione, sebbene con poco forti ragioni

[1] *Met. L.* 2.

gioni si oppone Seneca [1], si conforma però il Varenio [2], e il Kirker [3].

Le Ornitie spirano nella Grecia dall' Austro settanta giorni dopo l' equinozio di Primavera, secondo Aristotele [4], con minor vigore dell' Etesie, e durano fino all' estivo solstizio, sebbene con qualche interruzione.

Varenio [5] trae la loro origine dalle nevi, che in quel tempo il Sole scioglie ne' monti della Luna, che sono nel Regno di Monomotapa.

Simili venti spirano in molti tratti del mare, altri per più tempo, altri per meno durevoli, de' quali il suddetto Autore ragiona.

Di tal sorta sono parimente quelli, che in determinate ore del giorno spirano, altri dalle terre mediterranee verso il mare, altri dal mare verso le suddette terre. Tal è il Sud, che generalmente ne' luoghi nostri maritimi domina in tempo di state, il quale incomincia una o due ore dopo il mezzo giorno, il che nasce parte dalla rarefazione dell' aria, che cagiona il fervido raggio del Sole, parte dallo riscaldamento dell' acque marine, le quali insieme coll' aria dissipate spirano, e verso di noi si portano, nè cessano di spirare, se non cessa sopra di esse l' azione del Sole. Tal è il Nord-ovest, che domina in Francia nel principio di Aprile, il quale probabilmente altro non è che un vento composto da un Nord, che allora nasce per la liquefazione delle nevi settentrionali, e dall' Ovest perpetuo, che spira di qua dai Tropici, ed allora per l' accesso del Sole all' equatore è rinforzato.

Del Vento perpetuo di Oriente, che soffia tra i Tropici. Cap. V.

QUelli, che navigano sotto la Linea equinoziale, esperimentano un continuo vento, che dall' oriente in occidente equabilmente spira, e si distende fino alla latitudine di venti gradi in circa di qua, e di là dell' equatore. Spira tal vento costante in quella parte principalmente del Mar Pacifico, che sta dentro i Tropici, sicchè quelli, che dalla *nuova Spagna* all' *Isole Filippine* diriggono il corso, lo hanno sempre in poppa, e senza cangiar di vela terminano il loro viaggio in sessanta giorni. Lo stesso esperimentano quelli, che nel Mar' Etiopico si portano al Brasile, non mancando mai ad essi tal vento, per la cui rapidità

(1) *Quest. Nat. L.* 5. (2) *Geog. L.* 1. (3) *Mond. Sott. L.* 4. (4) *L. c.* (5) *L.*

dità nello spazio al più di sedici giorni arrivano dal Promontorio di *Buona-speranza* all' Isola di S. Elena, distante 350. miglia.

Credono i Copernicani, tra' quali il Galileo nel Sistema del Mondo, non altronde tal vento avere l' origine, che dal moto diurno della terra intorno il suo asse. Essere ciò facile cosa da conoscersi, se si concepiscano nella sfera terrestre diversi circoli all' equator paralleli, i quali girando tutti nel medesimo tempo, è cosa evidente, che quelli, che abitano sulla circonferenza di questi circoli, gireranno tutti con diversa velocità, e la massima sarà di quelli, che abitano sotto l' equatore, la quale andrà sempre degradando fino che al Polo diventa nulla. In tal modo essendo maggiore la resistenza, che incontra un mobile, che si muove in un fluido, quando è maggiore la velocità, con cui egli si muove; seguita ancora che quelli, che abitano sotto l' equatore terrestre, maggior resistenza incontreranno nell' aria di quelli, che abitano vicino ai Poli, la quale andrà sempre diminuendosi finochè diventerà nulla ai Poli. E come quello, che velocemente corre a cavallo per la resistenza, che incontra nell' aria, sente un rapido vento, che gli da nel petto; così quelli che stanno sull' equatore girando velocemente dall' occidente all' oriente sentiranno un continuo vento spirar loro in contrario, cioè dall' oriente all' occidente, il quale sarà massimamente sensibile sotto la Linea, e andrà sempre degradando fino che diventa insensibile verso venti gradi di latitudine, e sarà continuo, ed equabile, perchè continuo, ed equabile è il moto, con cui si gira la terra. Perchè poi obiettano alcuni, che dato ancora il moto diurno, non dee sentirsi alcuna resistenza di aria, essendochè l' aria nello stesso modo colla terra si muove, e gira ancor essa nello spazio di ventiquattr' ore, a questo rispondono, ch' essendo l' aria un fluido dalla terra diviso, essa non del tutto seconda i moti terrestri; e che quando ancora li secondasse, è a tante agitazioni, e tanti moti soggetta, che non può principalmente sotto l' equatore non farne qualche sensibile resistenza, e farci sentire il vento dalle piagge di oriente. Ciò che i Copernicani prendono dal moto della terra, lo prendono i Tolemaici, tra' quali il Riccioli, [1] dal movimento dal primo mobile.

Non è però da mettere in dubbio, come ora pensano i Fisici più accurati, che, se non la sola, almeno la principale causa di tale fenomeno sia l' azione del Sole, dai cui fervidi raggi sollevate le parti dell' aria, e dell' acqua a lui sottoposte si spandano, e si dilatino

(1) *Almag. Nov. L. 9.*

tino là dove le porta il moto del suo movente. Lo stesso veggiamo accadere, se sopra di un vaso d' acqua lentamente muoviamo un ferro infuocato; imperocchè una aura tenue veggiamo tosto nascere, la quale spira secondo il moto del ferro, come si conosce da qualche piuma, o altro leggiero corpo, che si sospenda. Ciò maggiormente si conferma dall' osservazione, per cui discopriamo anche ne' nostri mari, allora quando sono affatto liberi dagli altri venti, spirare tal' aura, e seguitare il moto del Sole.

Ma perchè non può di continuo portarsi l' aria all' occidente senz' aumentare e la massa, e il peso di quelle regioni d' aria, nelle quali si porta, sarà ancor necessario, per le leggi dell' Idrostatica, che l' aria occidentale per lo soverchio peso refluisca, e quasi circolarmente ritorni, restituendosi in tal modo alle regioni, ch' ella aveva lasciato; ciò che si conferma dalla sperienza per cui si vede, che come dentro i Teopici spira un perpetuo vento dall' oriente all' occidente; così fuor de' Tropici spira un vento contrario, che di continuo dall' occidente all' oriente si porta. Tal vento è avvalorato dalle montagne dell' America, dalle quali spirano perpetui venti verso occidente, o sia per le loro frequenti fermentazioni, o perchè di continuo si riflettono in esse i venti orientali.

E perchè la massima rarefazione dell' aria è sotto la Linea, dove due volte all' anno il Sole è perpendicolare, e da cui meno si allontana nel suo annuo corso di quello, che da qualunque altro parallelo posto dentro dei Tropici, sarà ancor necessario, che l' aria dell' uno, e dell' altro Tropico ritrovando verso la Linea minor resistenza, colla sua elastica forza si dilati, e si porti verso di essa, il che dovrà far di continuo, essendo continua la rarefazione, che cagiona il Sole. Ed in tal modo dovranno prodursi due altri perpetui venti. Imperocchè tendendo l' aria del Tropico meridionale verso di settentrione con un perpetuo *Sud*, e nello stesso tempo essendo portata verso dell' occidente da un perpetuo *Est*; da queste due direzioni dovrassi comporre una direzione media, e dovrassi avere un perpetuo *Sud-est*. E per la stessa ragione tendendo sempre l' aria dal Tropico settentrionale verso il mezzogiorno con un perpetuo *Nord*, e nello stesso tempo essendo portata verso occidente da un perpetuo *Est*, dovrassi avere un vento perpetuo *Nord est* dalle due suddette direzioni composto.

I quali due venti di fatto si sentirebbono sempre per tutta la zona torrida, se non fossero alterati principalmente dalle fermentaziotazioni, che continuamente nella terra si fanno, il che fa ch'essi non soffiano regolarmente se non ne' mari, e nelle terre soffrono una infinità di variazioni.

Osserva il dottissimo Hallejo nella sua celebre Storia [1] de' venti ch'essendo sulle costiere dell'Affrica subito che i naviganti hanno passato l'Isole Canarie non manca loro un *Nordest* verso la latitudine Boreale di 28 gradi. Questo accompagna quei che vanno al mezzo giorno fino a' 10 gradi di latitudine, e fino alla distanza di 100 miglia in circa dalla Guinea, dove regna una nojosa *Calma*, che fino a 4 gradi incirca di latitudine si estende, cagionata forse dall'ostacolo continuo, che fanno i monti al vento d'oriente. Per quelli poi, che vanno all'Isole Antille, il Nordest fa molti cangiamenti, diventando talvolta un vero *Est*, talvolta un *Est-quart de Sudest*, e talvolta piegando uno o due punti verso il Nord. Il che è verisimile, che non altronde nasca che da ciò, che a misura che il Nord, di cui il Nordest è composto, si avvicina alla Linea, sempre più s'indebolisce dall'opposto *Sud* fino che diventa affatto impercettibile; e perciò svanisce affatto il *Nordest*, nè fassi sentire altro che l'*Est*, i quali venti sempre più verso l'occidente si perdono per le montagne dell'America, che fanno ostacolo.

La diversità delle Stagioni apporta ancora qualche piccolo cangiamento a tali venti; perchè quando il Sole è verso il settentrione assai lontano dall'equatore, i venti di *Sudest* cangiano tra il Brasile, e la Guinea, e piegano verso il mezzo giorno, e i venti di *Nordest* divengono un poco più orientali. Per lo contrario quando il Sole è al Tropico del Capricorno, e venti di *Sudest* diventano più orientali, e quei di Nordest pendono verso settentrione. Il che è verisimile non altronde nascere, che dalla diversa azione del Sole, con cui egli rarefa l'aria. Imperocchè allora ch'egli è nel Tropico del Cancro riscaldando assai l'aria, non più tende questa come faceva verso l'equator col suo peso; ed a tal modo indebolita la tendenza del *Nord*, viene alterato ancora il vento composto *Nordest*, e piega verso l'*Est*. Per la stessa ragione, essendo allora l'inverno per quelli che abitano sotto il Tropico del Capricorno, l'aria, che allora è più condensata, tenderà con maggior forza verso la Linea; e perciò crescerà la tendenza del *Sud*; ed in conseguenza diventerà il *Sudest* un poco più meridionale di quello che era prima.

SE-

[1] *Atti d' Inghilterra* 1686.

SEZIONE TERZA.

Delle Meteore Ignite.

Alle *Meteore Ignite* riduconsi tutti quei fenomeni, che dalle infiammazioni de' Corpi, che si fanno nell'Atmosfera, dipendono, quali sono il *Lampo*, il *Tuono*, il *Fulmine*, i *Fuochi fatui*, ed altri molti, de' quali ora diremo; e prima

Del Lampo, del Tuono, e del Fulmine. Cap. I.

In quella guisa, che dai *Vapori*, che nell'aria sono stati dal Sole esaltati, formansi, come abbiamo detto, le *Meteore acquose*, così dagli *Spiriti infiammabili*, quali sono i *sulfurei*, e *nitrosi* non dubitano i Filosofi, che abbiano l'origine quante si voglia *Meteore Ignite*, che si veggono in Cielo. Come il fervido raggio del Sole agisce continuamente sull'acque, ed esalta i vapori; così agisce ancora sulle miniere terrestri, ed esalta ogni sorta di spiriti, che colà si contengono, tra i quali sono gl' *infiammabili*, che sono il fonte di tutti codesti fenomeni.

Fino che tali spiriti stanno per l'aria dispersi, e vanno liberamente vagando uno dall'altro disciolti, non si veggono certamente produrre alcun sensibile effetto. Ma se o per la loro copia, o per qualche rapido vento si ammassino, ed insieme cogli altri aliti a formar le nubi concorrano, allora può farsi, che per l'urto continuato di altri corpi eterogenei sieno in diverse maniere spezzati, e rotti, ed in tal modo si sviluppi da essi la materia ignita nelle loro celle rinchiusa, da cui sieno con un rapidissimo moto vibrati, e vorticosamente rapiti, sicchè forza di *calore*, *e di luce* acquistino, ed infine divengano *fiamma*. Allora se sono in poca copia, o sono dentro una rara nube, che faccia poca resistenza alle loro evoluzioni, sicchè possano liberamente spandersi in ogni parte, un semplice splendor noi veggiamo rapido, e fugace, il quale ferisce gli occhi per la velocità, e vivacità della luce, ma senza alcun sensibile strepito, come quando una poca polvere da fuoco in aperto campo s' infiamma, e tale splendore noi lo diciamo il *Lampo*. Ma se maggiore è la copia degli spiriti ignei, e se principalmente sono dentro di diverse nubi rinchiusi, che per la loro spessezza molto resistano alla loro espansione, allora dov'è più facile l'adito raccogliendosi tutto il loro moto, che per altro se non vi fosse stata resistenza si sarebbe dissipato in giro, si vibrano

vibrano con rapidità, il che facendo con tutta la loro forza le parti dell' aria comprimono, che con le replicate, e violente loro vibrazioni eccitano poi un vasto, e pieno rimbombo simile a quello, che fa la polvere da fuoco, allora che dentro di un mortaro di guerra s' accende, il quale dicesi il *Tuono*. Tale strepito principalmente si avvalora dalla natura delle stesse parti infiammabili in quella maniera che nell' Oro fulminante si esperimenta. Al che infine cospira la cavità medesima delle nubi, per cui spesso a cagione delle varie riflessioni può essere accresciuto, e continuato lo strepito, come accade dentro le trombe vocali, o dentro le concave valli de' Monti.

Ma se la copia de' medesimi spiriti è ancor maggiore, e se nello stesso tempo sono più depurati, e dalle parti crasse disciolti, sicchè fuori dalle dense nubi si vibri un' assai più grande, e più rapida fiamma con gran ruina, e portentoso fragore, allora lo diciamo il *Fulmine*. Se si richiamano a memoria le leggi della Dinamica, e si consideri, come la forza motrice de' corpi da due elementi dipende, cioè a dire e dalla massa, che si muove, e dalla velocità, con cui si muove, si può conoscere, quanta ancora possa essere la forza dei spiriti fulminei.

Imperocchè quell' effetto, che fa una palla di cannone, lo potrebbe fare qualunque piccola palla, quando ella fosse alla dovuta velocità ridotta: onde quell' effetto, per esempio, che fa una palla di cento libre con velocità d' un grado, lo potrebbe fare una palla di una libra quando ella avesse una velocità di dieci gradi; potrà dunque un solo atomo fulmineo aver un' enorme forza, quando abbia un' enorme velocità, e molto più enorme potrà essere l' aggregato di tali forze corrispondenti all' aggregato di tutti gli atomi, che la fulminea massa compongono.

Per le quali cose non è difficile l' intendere, come talvolta possano essere fatti dal fulmine così violenti, e maravigliosi effetti, onde riducansi in polvere i corpi più duri, ne' pori de' quali egli penetra, si liquefacciano i metalli, e talvolta le grosse mura, e gli edificj si abbattano, come fa la polvere di fuoco, che dentro i cunicoli, e le mine sotterranee s' infiamma. Talvolta a guisa di rapidissimo Turbine si gira, in cui se s' incontra allora una dura quercia, o altra qualunque robusta pianta, può essere, come veggiamo, dalla violenta vertigine o sfibrata, o in due, e più parti divisa, o se l' empito è maggiore, fino dalle più profonde radici divelta. Le quali cose egli fa principalmente quando è nell' efficacia della sua evoluzione, dopo di cui per la resistenza dell' aria, e degli altri corpi, che gli si fanno incontro, perdendo a poco a poco il

il vigore, e la forza quello, che in molti luoghi fece una quantità di ruine, in qualche luogo dopo molti giri, e rigiri è innocente, e non lascia per suo effetto, che il solo odore dei solfi, che lo compongono.

Onde poi nascano tanti altri così varj, e così stupendi effetti, che dei fulmini si producono, pare cosa più malagevole da intendere. Imperocchè altri, come nota Plutarco [1], si videro abbruciare le case, e le vesti degli uomini lasciando illesi i loro corpi. Altri per lo contrario, come sta registrato nelle Memorie [2] Inglesi, uccisero gli uomini lasciando intatte le loro vesti. Altri, come nota il Baile [3], hanno liquefatto il piombo nelle finestre senza offesa dei vetri, o di altre supellettili della camera. Altri hanno incenerite le mani, lasciando intatti i guanti. [4] Altri infine lasciarono intatte le viscere de' fulminati, vuotando di sangue i vasi, ed altri innumerabili effetti di tal sorta. Le quali cose sotto nome di *Antipatie*, e *Simpatie* sono state dagli antichi Filosofi ridotte, ma colla diversa disposizione, e relazione delle parti che compongono il fulmine, e di quelle che compongono i corpi, che son fulminati, non difficilmente si spiegano dai più recenti. Imperocchè essere varj gli effetti secondo i varj minerali, de' quali la fiamma fulminea è composta. Così se per esempio di pingue zolfo abbonda, non ha forza, principalmente nel fine della sua evoluzione, di offendere i densi corpi, ma solo il lino, e le paglie, e simili corpi abbrucia. Ma se spiriti nitrosi, e vitriolici in molta copia contiene, facilmente scioglie i metalli, l' argento per esempio se di spirito di nitro abbonda, come l' acqua forte, l' oro se contiene molti sali ammoniaci, come l' acqua regale, ed altri metalli secondo i loro dissolventi, ch' ella contiene. Imperocchè quanto sieno maravigliose le virtù dei minerali, de' sali, e dei zolfi, potersi conoscere nelle misture, che compongono i Chimici, e principalmente ne' Fosfori. Se si fanno tra gli altri gli sperimenti con il celebre Fosforo del Kunkelio, non si veggono che maraviglie. Imperocchè primamente ciò che gl' altri fuochi abbruciano, tale Fosforo lascia intatto, e ciò che agli altri fuochi resiste, egli abbrucia. Alcune materie, che estinguono gli altri fuochi, servono ad esso per maggiormente accenderlo, e reciprocamente quelle, che gli altri accendono, servono a questo per estinguerlo. Quando si mette vicino allo spirito di vino, lo infiamma, quando però lo tocca non lo infiamma. Egli con somma celerità si

[1] *Simp. l.* 4. [2] *Anno* 1666. [3] *Oper. var. T.* 2. [4] *Mem. Ingl. l. c.* [5] *Du Hamel Stor. Accad. l.* 4.

ta si muove all' alto, lambe i corpi duri, e penetra i rari in guisa che sebbene sono massimamente infiammabili, li lascia intatti. Se un pezzetto di questo Fosforo si frange vicino a un globo di zolfo, non lo accende, ma vicino alla polvere di zolfo l' accende. La carta nello stato suo naturale è dalle sue fiamme penetrata, e resta illesa, ma quando è tritata, o pesta, si abbrucia. Nello stesso modo passano esse per i pori di una tela nuova senza offenderla, ma se si strofigna, l' abbruciano. Tali, ed altri innumerabili effetti osservansi in tale Fosforo, da' quali viene diminuita la maraviglia, che apportano simili effetti, che si veggono farsi da' fulmini. Nè dovessi dubitare, che di tutti i varj effetti del fulmine sieno cagione i solfi, i nitri, i sali volatili varj, gli spiriti acidi, ed altri minerali effluvj, che nell' Atmosfera principalmente in tempo di state esaltarsi è manifesto come tra gli altri intorno le miniere d' Inghilterra ne fanno testimonio il quinto, e sesto volume dell' Effemeridi di Francia.

Alcuni corpi sono dai fulmini incendiati, alcuni non lo sono; ciò che è verisimile non altronde nascere, come ingegnosamente osserva il P. Lozeran della Compagnia di Gesù, che dal tempo in cui sta la forza del fulmine al corpo infiammabile applicata. *La Foudre brule, & enflamme les corps inflammables, quand la matiere, dont elle est composèe, sejurne assez long-tems dans les pores de ces corps pour èbranler separement, & desunir leurs parties. Mais si elle ne sejourne pas assez dans les pores de ces corps, elle ne les enflamme point, elle peut même y demeurer si peu de tems, qu' il n' y paroîtra aucun vestige de feu.* Il fulmine abbrucia, ed infiamma i corpi infiammabili, quando la materia, di cui egli è composto, soggiorna molto tempo nei pori di questi corpi per iscuotere separatamente, e disunire le loro parti. Ma s' ella non soggiorna abbastanza ne' pori di questi corpi, ella non gl' infiamma, e può ella restarvi sì poco tempo, che non vi comparisca alcun vestigio di fuoco.

E perchè quanto più sottili sono le parti, che compongono il fulmine, per questo tanto più facilmente passano a traverso de' corpi, ne' quali esse s' incontrano, nasce dalla loro sottigliezza, che talvolta non cagionano offesa. Da questo nasce, che talvolta restano uccisi dal fulmine gli Uomini senza sensibile offesa del loro corpo. Imperocchè i solfi sottili, di cui è composto il fulmine, misti forse di sali acidi, e di parti arsenicali, penetrano con somma rapidità per li pori esterni, e s' introducono nel sangue o a perturbar la sua crasi, o a impedire il suo movimento sic-

sicchè apportino morte. Ma quando le parti fulminee sono più grosse, e più acri, allora abbruciano la cute, e divorano e corrompono le carni.

Tale diversa relazione di parti dee a tutti gli altri fenomeni applicarsi. Che talvolta abbiano i fulmini liquefatta una spada senza offesa della vagina, lo narra Plinio, e Seneca. Così parimente Varrone assicura, che il fulmine fondesse l' oro di Lucio Scipione in una borsa lasciando intatta la borsa. Ma di tali fatti non senza ragione dubitano molti, non essendo difficile, che il fulmine possa fondare l' oro, e non la borsa, ma essendo assai difficile, che la bosa non sia offesa dall' oro liquefatto. Così non è cosa strana, che la fiamma fulminea passi per la vagina, e liquefaccia la spada, ma che il ferro liquefatto non rompa, e sfibri la vagina è cosa assai stravagante.

Che la miniera de' fulmini non fossero altro che le nubi, dove i minerali dal calor del Sole esaltati si fermentano, e s' infiammano, non venne giammai neppure in mente di porlo in dubbio ai Filosofi. Imperocchè essere il fulmine differente solo di grado dal Lampo, e Tuono, e come è fuori d' ogni dubbio, che il Lampo, e Tuono nel seno delle nubi si formino, così ancora il fulmine. Nè per altro quelli, che sono fulminati dal Cielo, *toccati dal Cielo* chiamaronsi, e non per altro scagliar Giove dall' alto i fulmini hanno inventato i Poeti. Ma che ciò non sempre si faccia, lo manifestano moltissime osservazioni, tra le quali è insigne quella, che l' eruditissimo Sig. Marchese Maffei scrisse al Sig. Vallisneri. Imperocchè essendosi egli ricoverato di passaggio in un antico tetto di Fiordinuovo in Lunigiana gli accade di vedere in una stanza non già entrar d' altronde, e scorrere precipitosa, ma avvampar d' improviso nel mezzo d' essa, una massa di fuoco; e dopo d' essere stata ferma alcuni istanti indi prender corso, e sublimarsi, facendo cadere alcuni pezzi della volta, e trapassando alle stanze superiori. Onde dedusse il suddetto Autore essersi là sul basso terreno formato codesto fulmine.

Lo che si stabilisce maggiormente con ciò che afferma il Sig. Baile [1] essersi qualche volta veduti negli appartamenti dei globi di fuoco, che avevano prima un movimento retto, e molto tardo sul pavimento, e talvolta ancora comparivano immobili, dopo di che s' infiammarono, e qua e là con sommo fragore, e ruina si sparseto. E ciò parimente dalla Storia dell' Accademia delle Scienze nel 1704, dove descrivesi il fulmine, che scoppiò in Govesnon Città lontana una lega, e mezza da Brest. Dalle quali cose si conosce non

[1] *Fis. p. 2.*

non formarſi ſempre nell'alte nubi i fulmini, ed alcuni ſe non forſe la maggior parte ſcoppiare dal baſſo non lungi dalla congerie degli effluvj ſulfurei, che agitati dal calore sfumano, e ſi eſaltano. Per queſto vicino ai Vulcani ſpeſſo i fulmini ſcoppiano, e per queſto, come oſſerva il ſovralodato Maffei, ſonovi alcuni luoghi particolari aſſai più degli altri ſottopoſti a ſaette, nel qual numero era lo ſteſſo palagio, in cui egli s'era ricoverato.

Sonovi molti Autori, che de' *Cunei Ceraunj*, ovvero *Fulminarj* fanno menzione, i quali nello ſcoppiare del fulmine cadono in terra. Fu il primo, che di ciò ne diede teſtimonio Avicenna [1], ed averne veduto uno in Corduba afferma, il cui odore era di ſolfo. Così il Fromondo [2] narra eſſere leggieri, e ſimiliſſimi a quelle pomici aduſte, che talvolta dall'Etna, o dal Veſuvio ſon vomitate. Ma il P. Cabeo [3] afferma eſſere duriſſimi, e di ferrea natura, uno de' quali dice il P. Scoto [4] conſervarſene nella Città di Erbipoli. [5] Gaſſendo ancora deſcrive una lunga Storia d'una pietra, che fu creduta un fulmine, il cui peſo era 38 libre di Parigi di gravità ſpecifica maggiore del marmo, e di color di metallo. Soſpettano però i Fiſici più accurati di coteſte aſſerzioni, le quali pare non altronde aver avuto l'origine, che da una falſa perſuaſione fiſſa nell'animo di alcuni appreſſo il volgo autorevoli, i quali non potendo eſſere perſuaſi, che da una fiamma fluida poſſano produrſi effetti così ſtupendi e violenti, quali ſono quelli, che veggiamo farſi dai fulmini, giudicarono eſſere neceſſario, che ſi vibraſſe qualche ſolido, e duro globo per diſtruggere, ed abbattere i corpi, come ſono le palle di ferro dalla polvere piria fuori dei Cannoni vibrate. Il qual'errore facilmente ſi toglie, ſe ſi conſidera che tutta la forza, ch'è nella palla di ferro, non altronde che dalla fiamma della polvere piria proviene, dal cui elaterio ſi rompono talvolta i più groſſi mortari di guerra, e reſtano le più groſſe mura abbattute. Non che non ſi poſſa, come nota il diligentiſſimo Rohault [6], formarſi qualche dura pietra nell'aria allora che ſcoppia il fulmine, veggendo per l'eſperienza, come il ſolfo, e il ſal nitro meſcolati con la materia limoſa, che depone l'acqua piovana in un vaſo, ſe ſono riſcaldati dal fuoco, in un momento s'indurano, e s'impietriſcono. Ma ſe ciò accadeſſe, non è veriſimile, che nelle Città più ſpazioſe non abbiano i più curioſi oſſervatori della Natura potuto giammai ritrovare ne' luoghi dal fulmine percoſſi alcuna di queſte Pietre, e ſolo le ritrovino altri in mano di ſemplici, e troppo creduli.

A N-

(1) *Averroe lib. 2. Met.* (2) *Met. l. 2.* (3) *Met. l. 3.* (4) *Magia.* (5) *Diog. Laer. l. 10.* (6) *Fiſ. P. 2.*

ANNOTAZIONE.

Si confermano le ſopraddette dottrine colle ſperienze del Signor Lemery, che ſtanno regiſtrate nelle Memorie dell'Accademia Reale delle Scienze del 1700. Imperocchè avendo egli primamente impaſtata coll'acqua una maſſa di parti eguali di ſolfo polverizzato, e di limatura di ferro, e laſciatala in digeſtione ſenza fuoco due, o tre ore, ſi vide prima naſcere una forte fermentazione, ed un gonfiamento con calore conſiderabile, e farſi dapoi alcune crepature in più parti, per le quali uſcirono aliti puramente caldi, quando la materia non era che in poca quantità, ma che ſi cangiavano in fiamme, quando la materia era di trenta, o quaranta libre. Avendo in ſecondo luogo poſta inſieme la ſteſſa limatura di ferro col zolfo in differenti proporzioni, ed avendo in lunghi e ſtretti vaſi collocata tale miſtione, e bene compreſſa, ſi videro le ſteſſe fermentazioni. Poſte in terzo luogo in tempo di ſtate cinquanta libre della ſteſſa miſtione dentro un gran vaſo, e meſſo il vaſo ſotterra alla profondità di un piede incirca, dopo otto, o nove ore incominciò la terra a gonfiarſi, e ſcaldarſi ed infine aprirſi, dopo di che uſcirono aliti caldi, ed indi fiamme, e levato in fine il vaſo dalla terra altro non vi ſi ritrovò, che una polvere nera, e peſante, ch'era la limatura di ferro del ſuo zolfo ſpogliata.

Da tali, ed altre molte ſperienze, ch'egli fece, non dubita il lodato Autore, che debba dedurſi l'origine di quaſi tutti i fenomeni igniti, che o nella Terra, o nell'Aria ſi oſſervano. Così le infiammazioni che nel Veſuvio, o nell'Etna ſi veggono, non in altra forma può crederſi, che ſi facciano. Il che tanto più ſi conferma, perchè dopo che ſono finite le fiamme, trovaſi molto zolfo ſulla ſuperficie della Terra; e nelle crepature, per dove il fuoco è paſſato, vedeſi una polvere nera ſimile a quella, che nella terza ſperienza ſi ritrovò nel vaſo. Così i *Terremoti* formarſi, nè da altro cagionarſi, che da un'alito nella fermentazione de'zolfi eccitato, che diviene un rapido vento, che ſi fa paſſaggio con forza per dove può, e per la reſiſtenza che trova ſcuote le terre per dove paſſa. Se tal vento ſulfureo ſta lungo tempo rinchiuſo ſenza poter uſcire, fa orribili, e lunghi ſcuotimenti fino che ſi diſcioglie e ſvapora; ma ſe trova aperture facili, vibraſi con molto empito, e forma una ſpecie di *Turbine*, da cui ſono divelti gli alberi, e gli edificj, quando è ſulla Terra, o ſono innalzate, e arruotate l'acque, quando è ſul Mare. Anche l'*acque Minerali calde* da tali prin-

principj prendono il loro calore riempiendosi di zolfi nelle miniere, per le quali passano; il che si conferma colla sperienza, per cui si vede deporsi da esse in abbondanza il zolfo, allora che sono in quiete.

Quando il zolfo assottigliato si sublima nell'aria, può fare il Lampo, il Tuono, ed il Fulmine. Quando tale materia si fermenta, ella s'infiamma, e per la copia maggiore, o minore si fà che ora un semplice Lampo, ora il Tuono, ora il Fulmine si produca. Egli è però credibile, che il Nitro sottile, ch'è sempre sparso nell'aria, si leghi al zolfo fulmineo, ed accresca la forza del suo movimento in quella maniera che il Salpetra mescolato col zolfo comune cagiona un effetto assai più violento. Ma perchè potrebbe parer difficile, che possano tali materie accendersi dentro le Nubi, che la maggior parte sono di acqua composte, vuole il suddetto Autore, che si osservi, non essere il zolfo impedito dall'acqua ad accendersi, come si vede nella Canfora, ed altre materie esaltatissime sulfuree.

Delle Stelle striscianti, Faci, Fuochi fatui, Aurore Boreali, e Lume Zodiacale. Cap. II.

Come le materie infiammabili più pure, e più sublimate producono Lampi, e Tuoni, e Fulmini, così quelle, che sono più crasse, e pingui, e per l'ordinario nella bassa regione sparse, producono molte altre Meteore ignite, delle quali ora diremo.

Di tal numero sono quelle infiammazioni, che spesso in tempo di notte principalmente nelle stagioni calde si veggono, dette *Stelle striscianti*; nè sono queste altro che una piccola massa viscosa, e pingue, che il Sole sublimò da Terra, ma per la sua grassezza non troppo alto è salita, la quale mista di qualche spirito salino, che la fermenta, s'infiamma, e nell'infiammarsi ci comparisce a guisa di una *Stella, che scorre*, seguendo la vena dell'alito, che la nutre, dopo di che si dilegua talvolta con qualche sensibile fischio.

Tali sono parimente quelle picciole fiamme, che da umore oleoso prodotte si veggono ardere talvolta per qualche tempo fino ch'è sciolta la materia, di cui si formano, le quali per essere simili alla fiamma d'una face si dicono *Faci*, o *Lampade*.

Secondo la diversa maniera, con cui si dispongono tali materie infiammabili, e tra di loro si accozzano, diverse *Meteore*, e di figure diverse si formano, onde ora a guisa di *Travi di Fuoco* paralleli all'orizzonte, quale fu quello osservato dal Gassendo in Aix, e nello stesso tempo per tutta la Guascogna veduto nel 1637. ora a guisa di *Colonne ardenti*, come principalmente sta registrato nelle Miscellanee di Berlino, ora infine a guisa di *Piramidi*, or a guisa di *Scudi*, de' quali Seneca, e Plinio.

Talvolta veggonsi molte fiamme per vasto tratto sparse, simili a quelle, che negli incendj delle paglie ne' campi stese si veggono, e diconsi perciò *Paglie ardenti*, la qual Meteora fu tra gli altri in Olanda veduta l'anno 1721. al primo di Marzo quasi per mezz'ora.

Che se talvolta compariscono Fiamme gonfie nel mezzo, e nell'estremità alquanto gracili, diconsi allora *Draghi di Fuoco*. Ma se a guisa di globi, intorno cui pendono le fiamme simili ai fiocchi di lana, i quali globi vanno di quà, e di là disordinatamente saltando, diconsi allora *Capre saltanti*.

Di tal genere ancora sono quei fuochi, che spesso di notte si veggono starsi accesi sopra i paludi, e cimiterj, di fulgor tenue, e pallido, e simile a quello, che hanno le lucciole e i legni putridi. Sono questi composti di quei solfi pingui e crassi, che dai suddetti luoghi non troppo alti da terra si elevano, i quali si cangiano in fiamma tenue, e di poca forza, che dura fino che è sciolta, e dissipata la grossa materia, di cui sono formati. Essi per la loro leggerezza qualunque moto dell'aria secondano, ed ora in una parte, ora in un'altra si muovono; fuggono da chi li insegue, ed inseguono chi li fugge, detti perciò *Fuochi Fatui*.

Una specie di tali fuochi sono quelli, che talvolta si veggono sovrastar alle navi, e seguire il loro corso, o si formino dalla pece, e resina delle corde dal vento agitate, o si formino dalle parti disperse per l'aria. Se uno ne appariva, gli antichi lo chiamavano il *Fuoco d'Elena*; se due, di *Castore, e Polluce*. Ora diconsi i *Fuochi di S. Erasmo*, e corrottamente di *Ermo*, ed *Elmo*, sopra de' quali hanno varie superstizioni i naviganti, ora prendendoli per un presagio di tempesta, ed ora di tranquillità. E di tal sorta possono credersi quelle picciole fiammelle, che talvolta intorno i crini degli Uomini si sono vedute, come T. Livio narra di Servio Tullo.

Nell'anno 1676. adì 31. di Marzo quattr'ore, e mezza prima della mezza-notte osservò il Cassini un *Globo* di fuoco, che appariva poco presso eguale alla Luna, la di cui luce immitava quella del Sole allora, che dopo la pioggia nell'aria vaporosa risplende, e si traeva dietro una lunga Coda. Fu egli per lo spazio di 4. minuti da oriente in occidente celeremente rapito; dopo di che sva-

svanì con molto strepito riempiendo l'aria di odore sulfureo, e bituminoso. La stessa Meteora nella stessa ora fu osservata in molti luoghi d'Italia, e principalmente in Firenze. Non fu troppo differente da questo quel che osservò Paulo Battista Balbo nell'anno 1720. adi 22. di Febbrajo, la cui descrizione egli comunicò all'Accademia di Bologna, come sta registrato nelle memorie della medesima.

Alle Meteore ignite appartengono le Aurore Boreali, ch'è il più sorprendente Fenomeno, che forse si veggia nell'Atmosfera.

Si ponno riportar a queste quantità di Fenomeni Igniti, a' quali gli Antichi per la diversa loro figura diedero differenti nomi, come il Trave, la Freccia, la Capra saltante, l'Antro, la Botte. E' probabile, che questi provengano dalla materia stessa, che forma l'Aurore; primo perchè hanno una luce simile ad esse, e com'esse danno l'adito alla luce delle Stelle, e perchè si veggiono al Nord, e perchè spesso vibrano dardi di luce, come le Aurore.

Si ponno distinguere in due spezie, altre che hanno un lume dolce, e tranquillo, altre assai risplendente.

Alla prima si possono ridurre i Fenomeni soprammentovati, ed il Lume Settentrionale scoperto dal Sign. Faccio, ed osservato da Domenico Cassini, e il Sign. Majran 1730. *9.* Ottobre (Accad. Reale 1730.) e tali Aurore possono dirsi tante nuvole luminose, che sono sparse per l'aria.

Il secondo genere sono le *risplendenti*, della qual sorta non è da dubitare, che ne abbiano osservato ancora gli Antichi; trovandosi le lor descrizioni in Aristotile, Plinio, e Seneca, ed altri. Nel progresso o furono neglette le osservazioni, o di rado si viddero, almeno nell'Europa. Incominciarono a vedersi in Olanda l'anno 17*16.* dopo di che avendo incominciato il celebre Astronomo Celsices farne le osservazioni in Upsal, trovò memorie, che in Grecia s'era veduto questo Lume 31*6.* volte. In Alemagna, e in Inghilterra sono state ancora frequenti; ma in Italia non v'è memoria, che prima del 1727. (Accademia di Bologna) ve ne sian comparse: dunque tale Fenomeno non comparisce sempre nella stessa maniera. Per l'ordinario si vede verso il Nord una nuvola Orizzontale, che si distende in lunghezza tal volta a 100. e più gradi. Il lembo superiore ha di altezza tal volta 40. e il lembo inferiore si eleva dall'Orizzonte alcuni gradi; cangia sovente di colore, or tutta bianca apparisce, or tutta nera, e parte bianca e parte nera. Al lembo superiore è tutto luce tal volta con una lunghezza di 15. come

come osservò il diligentissimo Muscembroechio nel 1737. dall'orlo superiore della Nube escono folti raggi ora in maggiore, ora in minor copia, che sono a guisa di *Getti* di luce vibrati con enorme velocità. Talvolta si è veduta alzarsi dal mezzo della Nube una Colonna luminosa a guisa di Rocchetta. Tale nuvolo per l'ordinario è accompagnato da molte colonne di sanguigno colore, che si destendono perpendicolari all'Orizzonte, che talvolta sono spinte con molta rapidità verso il Zenitte; dopo di che restano dissipate, ed alle prime succedono le seconde.

Questo Fenomeno dura qualche volta tutta la notte. Nel 1734. il Muscembroechio l'osservò per più di 10. giorni, e 10. notte, e nel 1735. dalli 22. Marzo fino alli 31. Tal volta non dura che pochi minuti. S'egli si vede in un sito, non si vede sempre in un altro poche miglia distante. Tal volta fu veduto per tutta l'Europa, come fu osservato li *6.* Marzo nel 171*6.* ed in altri due, l'uno adi 1*9.* Ottobre 172*6.* l'altro adi 1*6.* Novembre 172*9.* osservato dal Sign. Veidler.

Quando comparisce l'Aurora il resto del Cielo è sereno, e al dissolversi di quella si carica tutto di nubi oscure. Ella apparisce per l'ordinario in tempo di calma, o di placido vento. Ella comparisce ancora in tutte le stagioni, ma di rado in Estate, benchè il Signor Majran tre ne abbia osservato in Luglio 1728.

Ve ne sono molte, che non si possono vedere da due luoghi vicini. Molte per esempio si sono vedute a Leyden, che non si vedono in Utrecht. Molte in Utrecht, che non si vedono in Leyden. Molte in Ollanda, che non si vedono in Francia, e meno in Italia.

Tal volta da diversi luoghi lontani si osserva un'Aurora. Ma è cosa incerta se sia la medesima Aurora, o pure Aurore diverse. Così non si sa se l'Aurora, che si fece vedere per tutta quasi l'Europa negli anni 171*6.* 172*6.* 172*9.* 1730. fosse la stessa, o pure fossero molte.

Egli è certo, che fu osservato a Tolosa un Lume Settentrionale nel Nord-Ovest li 7. Ottobre 1730. da ore $7.\frac{1}{2}$ di sera sino a $4.\frac{1}{2}$ della mattina. Ed un'altra nel Nor-dest il medesimo giorno a Parigi da *9.* ore sino alle $11.\frac{1}{2}$ e questo bisogna dire, che fossero due Aurore diverse, perchè quella, che si è veduta a Tolosa

Tolosa nel Nordovest dovevasi vedere a Parigi nel Ovest, e non nel Nordest.

Per altro come molte compariscono con ogni sorta di venti, è necessario, che elle siano più alte degli stessi venti; e s' elle sono tal volta più basse potranno essere trasportate da' venti, e dissiparsi.

Per esplicare tale Fenomeno congettura, che la materia di tale Fenomeno è simile a quella de' nostri Fosfori. Ella è una materia, che spesso è così rara, e debole, che a traverso di essa sempre si ponno veder le Stelle, e a traverso delle Colonne, e della Nuvola bianca, e della nera. Le Colonne, che vibra la Nuvola luminosa hanno un certo folgore tenue simile a quello che ha la polvere de' Fosfori gettata nell' aria, che riluce, ma non è nè fiamma, nè fuoco.

E verisimile, che questa materia tiri la sua origine dalle Regioni Settentrionali, onde ella si eleva, e svapora per l' aria.

Tale materia secondo che più o meno abbonda può comunicarsi dal Settentrione alle nostre regioni, ora in maggiore, ora in minor copia; e perciò dal *1716.* è nata la frequenza delle Aurore, che abbiamo veduto; e nella Svezia tante ne furono osservate, come nota il Celsio; e nel Cielo di Torne quasi ogni notte si veggiono, come osservò il dottissimo Signor de Mapertui cogli altri Accademici. E perchè tale materia non sempre abbonda, nè sempre si comunica fino a noi, per questo di rado furono tra noi vedute simili Meteore; ma a questo principio possono facilmente ridursi tante Meteore, delle quali Seneca, e Plinio fanno la Storia.

Tale materia che nel suo principio è una tenue luce venga da qualche vento di Nord portata nelle nostre regioni, ove s' incontra con altri aliti, con cui possa fermentarsi, allora può divenir fuoco, ed infiammarsi, e secondo le materie per cui s' infiamma produrrà quei Fenomeni stravaganti, che osserviamo, e le Colonne, che si vibrano or saranno bianche, ora rosse, ora sanguigne.

Se tra due venti contrarj di Nord, e Sud sia posta la Nuvola luminosa potrà lungo tempo fermarsi nello stesso sito, ma se il solo Nord la porta, in poco tempo potrà dissolversi principalmente se s' incontrano quantità di minerali, con cui ella si fermenta, e s' infiamma.

Se si riguarda la luce dell' Aurora, ella è similissima a quella d' un Fosforo, è diversa da quella del Nitro, e del Zolfo, che s' infiammano. Che se il Zolfo ne fosse il principio si vedrebbono

drebbono dunque in Italia, e spesso le Aurore Meridionali, perchè dalla parte del Meriggio v' è più abbondanza di Zolfo, che dalla parte del Nord.

Se nello stesso che spira un Nord spira un Sud, o un Est, o un Ovest, è chiaro, che l'Aurora non apparirà Boreale, ma in altra piaggia. Il Muscembroechio crede d'averne vedute due Meridionali nel 1728. Due lumi simili Meridionali sono mentovati nella Storia dell' Accademia Reale delle Scienze 1705.

Queste nuvole sono tal volta sì rarefatte, che in pieno giorno di rado si veggiono.

L' Aurora comparisce per lo più in tempo di calma, o con vento placido, nè giammai alla sua comparsa il Cielo è oscuro; ma svanita l' Aurora il Cielo si oscura. Ma prima della sua comparsa per l' ordinario spirano venti o dolci, o forti, e tal volta tempestosi.

Del Lume Zodiacale.

Lume Zodiacale dicesi un Lume, che di tempo in tempo si fa vedere sul Zodiaco in certe stagioni dell' anno, o dopo il nascere, o prima del tramontare del Sole.

Le prime osservazioni su questo Lume furono fatte da Domenico Cassini a Parigi in tempo di Primavera nel *1683.* e furono poi continuate dal Signor Faccio da Duillier in Gineora nel *1684. 1685.* fino alla metà del *1686.* delle quali si ha un esatto racconto nelle lettere da lui dirette al Cassini, ed impresse in Amsterdam il medesimo anno.

Altre poi ne furono fatte in Alemagna dal Signor Kirchio, ed Eimart per continui quattr' anni registrare nelle *Miscellanee de' curiosi della Natura*. In fine con molta attenzione furono rinovate in Francia dal Signor de Majran, e furono poste in Sistema come si vede nel suo eccellente libro inserito nelle memorie dell' Accademia del 1731.

La figura, sotto cui si fa veder questo Lume, termina per lo più da entrambe le parti in acuto a guisa d' una *Lancia*, o d' un Fuso, colla base diretta sempre al corpo del Sole, e la punta verso di qualche Stella, che non esce mai dal Zodiaco. L' angolo di tale lancia ora è più acuto, ora più ottuso. Il Signor Faccio adì *6.* Ottobre *1684.* lo vidde di *26.* gradi e $\frac{1}{2}$, e simile lo vidde Eimart li 13. Genajo *1694.* Il Signor Majran tal volta di 10. gradi. Le linee, che formano tale angolo per lo più compariscono parisc ono due esattissime rette, benchè qualche volta dimostrarono d' incurvarsi, come al Signor Faccio, che tal volta le vidde a guisa di due Concoidi, e al Signor Cassini, cui comparve il Lume a guisa di Falce.

Se si prende la distanza di tali punti dal Sole, ella si rrova or maggiore, or minore. Così nel 1683. la ritrovò il Cassini a gradi 60. ma nello spazio di 37. mesi trovò che erasi aumentata fino a gradi 93. dopo di che nuovamente nel 1687. si era diminuita. Così varia ancora la sua larghezza sull' Orizzonte, la quale, come trovò il Cassini adi 4. Febbrajo 1683. fu di 13. gradi in circa, e adi 5. Settembre 1685. superò 20. gradi.

Così parimente varia la di lui inclinazione, e secondo le diverse stagioni, e i diversi luoghi, da cui si vede, ora più, ora meno inclinata apparisce.

Se si osserva il suo moto, egli non si trova uscir mai dall' Eclittica, ma avanza sempre da Occidente in Oriente immitando il moto del Sole.

Quanto al suo colore, egli per lo più comparisce simile alla Via Lattea, o ad una Coda di Cometa, la cui luce trasmette lo splendore delle Stelle, nel qual modo lo vidde il Signor Cassini in Francia, benchè tal volta siasi veduto con luce più densa, e più forte, come fu osservato dal Signor Majran, e tal volta di colore rossiccio, come lo vidde il Signor Derham a Londra nel 1707.

Tal lume fu osservato ancora dal R. P. Francesco Noel l'anno 1684. intorno la linea equinozziale, dipoi nel Collegio di Racol in latitudine Boreale di 15.° 10. vicino a Goa, e negli anni seguenti in Maccao, e nella China. La sua luce, come il suddetto Autore la descrive è simile alla Via Lattea, o ad una grande Coda di Cometa.

La sua figura più che dall'Orizzonte s'innalza più si ristringe, fino che termina in una punta. Il suo moto è sempre per l'Eclittica, e perciò secondo il vario sito s'innalza sull' Orizzonte ora 40., ora 60, e 70. gradi. La mattina incomincia a farsi vedere prima del nascer del Sole, la sera dopo l' Occaso. In tali regioni comparisce la mattina, e la sera per tutto l'anno; ma l' Estate è minore di quello che l'Inverno. Codesto Lume fu chiamato da Lui il *Secondo Crepuscolo*.

Per esplicare tali Fenomeni stabilisce il Cassini non doversi prendere altronde il principio, che dall'Atmosfera del Sole. E primamente, che tale Lume abbia il principio dal Sole, non potersi dubitare, perchè se ciò non fosse, non immiterebbe egli regolarmente il moto del Sole, e non percorrerebbe con esso lui da Occidente in Oriente l'Eclittica, come veggiamo colla sperienza. Ma non essendo possibile, che il corpo del Sole produca tale aspetto, sarà dunque necessario, che lo produca qualche altra sostanza, che circonda il Sole. Tale sostanza, che noi diremo l' *Atmosfera del Sole*, si è resa già altronde manifesta, e la riconobbe il Keplero nell' Eclissi totali del Sole. *Substantia crassa circa Solem, non hic in nostro aere, sed in ipsa sede Solis, apparetque etiam tecto Sole, ut flamma circulariter emicans.*

Dalla figura del Lume Zodiacale si può conoscere quale sia la figura di tale Atmosfera, e ch'ella è simile ad una *Sferoide piatta*, e di forma *Lenticulare*.

Imperocchè s'ella fosse sferica, la sua progezione sarebbe un Circolo, o pure un Ellissi, nè v'è che la Sferoide piatta, ch'essendo sempre veduta in profilo, possa sempre progettarsi in forma di Lancia, o di Fuso.

La direzione delle sue punte ci dimostrerà ancora la positura di tale Sferoide, e secondo le osservazioni si troverà in tal maniera posta, che il piano massimo, che la divide per lungo in due parti eguali coinciderà coll'Equatore del Sole, ed in conseguenza toglierà l'Eclittica con un angolo di 7.° 30.'

Poste le quali cose facilmente s' intende, perchè il Lume Zodiacale in tal figura si vede, e perchè seguiti il moto del Sole, e perchè in uno stesso Orizzonte ora si veggia, ora no, essendo ora più, ora meno inclinato secondo i diversi gradi d'Eclittica, in cui si ritrova il Sole. Nelle regioni Polari non potrà di mezzo estate vedersi per la lunghezza delli crepuscoli, ma di mezzo Inverno potrà vedersi, e due volte in un giorno principalmente ne' silenzj della Luna. All'Equatore in qualunque tempo si vede, perchè è poco inclinato all' Orizzonte. Ma nelle Zone temperate per la sua inclinazione non è sempre visibile. Ma quando il crepuscolo è più breve, e l' arco dell' Eclittica, in cui si trova il Sole, sta massimamente diretto all' Orizzonte, allora facilmente si vede, come al fin di Settembre, ed al fin di Febbrajo.

Se a tali cagioni si aggiungano le mutazioni dell' Atmosfera, si potrà conoscere la causa di molti altri accidenti, che in questo lume si scuoprono. E perchè ora si allunga, ora si accorcia, ora è più vivace, ora meno, ora per lungo tempo si vede, ora svanisce.

Di

Di alcune maravigliose Meteore, che di tratto in tratto si fanno vedere nella Provincia Trivigiana, descritte, ed esplicate dal dottissimo Signor Lodovico Riva. Cap. III.

PER dar maggiore intelligenza alla gioventù di tale materia, utile abbiamo giudicato l'esporre quei famosi fenomeni, che da qualche tempo si fanno vedere in alcune Ville del Trivigiano. Per la qual cosa abbiamo inserito ne' nostri elementi tradotta in Lingua Italiana l'erudita Dissertazione del dottissimo Sig. Lodovico Riva, ch'egli pubblicò in Lingua Latina nelle sue miscellanee, in cui tali Meteore accuratamente descrive.

DISSERTAZIONE

Dell' Autore suddetto.

DI certi maravigliosi fenomeni della natura, che dalla straordinaria combinazione di varie cause vengono prodotti, e perciò sono rarissimi, ogni qual volta accadono, si dee tramandar a' Posteri una diligente, ed esatta notizia, accompagnata da tutte le più minute circostanze. Tali ponno dirsi quei fuochi che nati dalla terra, e seminati sopra la sua superficie, da parecchi anni in qua, in una parte della Provincia Trivigiana si fan vedere con universale spavento, e con danno di molti sentir si fanno. Io non ho trovato presso gli antichi Scrittori un caso più simile al nostro di quello rapportato da Cornelio Tacito nel fine del Libro decimoterzo degli Annali. *Sed Civitas Jubonum socia nobis* [questa Città secondo i Geografi moderni presentemente si chiama Huy, ed è situata tra Liegi, e Namur] *malo improviso afflicta est. Nam ignes terra editi villas, arva, vicos passim corripiebant, ferebanturque in ipsa condita nuper Coloniæ mœnia: neque extingui poterant; non si imbres caderent, non si fluvialibus aquis, aut quo alio humore niterentur: donec inopia remedii, & ira cladis agrestes quidam eminus saxa jacere, dein residentibus flammis propius suggressi ictu fustium, aliisque verberibus, ut feras absterrebant: postremo tegmina corpori direpta injiciunt quanto magis profana, & usu polluta, tanto magis oppressura ignes.* E' cosa notabile, che i nostri Villani ammaestrati, cred' io dalla natura, e dalla disperazione, si sono serviti delle stesse arme, perseguitando le fiamme devastatrici con gridi, co' bastoni, co' sassi, e fino coll' arco bugiate; Leggesi un caso quasi simile in una Lettera di Alessandro il Grande ad Aristotele. *Visæque nubes aliæ de Cœlo ardentes, tanquam faces decidere, ut incendio earum totus campus arderet. Verebantur dicere, ne Deorum me premeret ira, quod homo Herculis, Liberique vestigia transgredi conatus essem. Jussi autem milites vestes suas opponere ignibus.* Di questo ne fa menzione Plutarco nella Vita di Alessandro.

Prima però d' internarsi nella Storia de' Fenomeni, non sarà fuori di proposito il dar se non altro un tocco intorno la qualità dei siti, e la costituzione delle stagioni. Il danno è successo nelle quattro Ville di Gotico, Ramone, Rossano, e Galliera. Le prime tre sono poste fra Castelfranco, e Bassano in poca distanza l' una dall' altra, e l' ultima nelle vicinanze di Cittadella poco lontana da Gotico. Le Campagne sono magre, ed asciutte, composte di terra mista ad una ghiara grossa, ed a sassi rotondi, che chiamano *Fbaitati*. Sono povere d' acque se non in quanto ci scorre per mezzo il picciolo fiume Musone, e vengono irrigate da' canali fatti a mano derivati dal fiume Brenta, poche miglia discosto, che servono però solamente ad adacquarne qualche picciola parte. All' uso degli abitanti suppliscono i pozzi quantunque rari, e profondi; mentre al terreno è sottoposto come un lago sotterraneo d' acqua viva, che da' vicini monti per istrade cieche, ed occulte discende. Ed in fatti in qualunque sito si cavi, l' acqua si scuopre, essendo le sorgenti prossimamente allo stesso livello, sebbene i pozzi sono più o meno cupi, secondo che lo chiede il pendio del piano, che dal monte verso le parti più basse si piega, e stende. Gli strati del terreno sono misti a' sassi di sabbia, di ghiara, di creta, e di bel nuovo di sabbia, e ghiara in vicinanza dell' acqua, senza che s' abbia alcun' indizio di miniere saline, o sulfuree.

Quanto alla stagione, non può negarsi, che dal principio di questo secolo non predomini un' ostinata siccità, la quale negli ultimi anni è giunta all' eccesso. Quindi non solo la faccia della terra è arida, ma basse oltre modo le sorgive, magri i fiumi, asciutti per la maggior parte i pozzi. Il vicino Mare Adriatico s'è osservato ne' suoi soliti flussi, e reflussi assai più depresso dell' ordinario; frequenti si sono vedute l' impressioni Meteorologiche dell' aria per tutta Europa, e fra queste la gran fiamma volante, che pochi anni fa passò sopra il nostro vertice; ed a questa cagione universale pare, che debba ascriversi l' Aurora boreale comparsa in Francia, in Germania, ed anche in Italia.

Ciò premesso, il primo caso successe l' anno 1706 nel mese d' Agosto in un sito particolare della Villa di Gotico dove quattro fiamme in quattro notti consecutive abbruciarono una gran

gran casa colonica divisa in più parti fra loro distinte; e l'ultimo, non avendo a che attaccarsi, diede fuoco al pagliajo. Fu questo osservato cadere a piombo per una linea verticale, e quello ch'è più notabile un mese in circa avanti la disgrazia tutti i buoi esistenti nelle stalle della casa suddetta caddero infermi, il che avvenne ad alcuni altri forastieri comprati dal colono per supplire al lavoro. Ma riposti in altre stalle, ricuperavano immediatamente la sanità; non così le pecore, che tutte in brevissimo spazio quasi appestate morirono.

Questa circostanza mi fece opinare, subito, ch'ebbi la contezza del fatto, che il sito, su cui erano fabbricate le Case incendiate, fosse come il Centro dell'esalazioni, le quali spandendosi all'intorno formassero una determinata sfera d'effluvj bituminosi e sulfurei più densa nel mezzo, e più rara verso la circonferenza; imperciocchè, dovendo sempre i già usciti dar luogo a quelli, che andavano uscendo dalla terra, era necessario, che si diffondessero per qualche spazio, in quella guisa che i vapori d'un picciola palude sogliono ingombrare un buon tratto di Paese aggiacente. Per restar persuasi della verisimilitudine dell'ipotesi, basta riflettere alla malattia de' buoi, ed alla morte delle pecore; indizio degli aliti a queste spezie nocivi, ed all'ultima delle nostre meteore, la quale essendo discesa per una linea perpendicolare mostra d'essersi generata in sito verticale alla miniera degli effluvj.

Ora insegnandoci i Chimici, che certi zolfi non solo uniti a particelle più grosse, sarebbe per esemplo come le metalliche, ma col solo tocco dell'aria s'accendono, come se ne ponno veder l'esperienze in molti Autori, e particolarmente nelle memorie della Reale Accademia di Francia, egli è fuor di dubbio, che se per avventura dentro la sfera de' nostri effluvj gli aliti bituminosi con altre esalazioni in qualche sito patticolare s'accoppiano, ponno accendetsi, e generare o Fosfori, che risplendono ma non abbruciano, se la materia è rara, e delicata, e tali sarebbono i fuochi fatui, oppure s'è più densa, e più consistente, vere, e realissime fiamme, che oltre la propria luce, sieno ditate d'una più gagliarda attività, come sono stati i nostri fuochi. Accendendosi pertanto questi secondo le circostanze più in un luogo, che in un'altro, dentro però la sfera delle esalazioni, e non avendo in se stessi impeto valevole a produrre un moto impresso, non è difficile ad indovinarsi per quale strada sieno per camminare, e qual direzione abbiano a prendere; imperocchè a guisa delle stelle cadenti correranno dietro la vena del loro alimento; e siccome l'esalazioni uscite dalla terra per dar luogo a quelle, ch'escono, sono spinte dal centro verso la circonferenza; così all'opposto accese che sieno, essendo il pabolo nelle parti più vicine alla miniera sempre più denso, e più atto a pigliar fuoco, doveranno con un moto contrario portarsi verso la loro origine, acquistando forza dagli aliti, che di passo in passo s'accendono, camminando dalla circonferenza verso del centro. Così veggiamo, che la fiamma d'una face, quasi direi, si stacca in parte, e va per linea retta a riaccendere un'altra face poc'anzi estinta; e lo stesso effetto s'osserva nella canfora, e nel petroleo materie composte di zolfi delicatissimi, che continamente traspirano, e formano all'intorno una sfera d'esalazioni.

In tal maniera secondo il mio parere si spiega quella mirabile circostanza delle nostre Meteore, che tutte sono venute a terminare, quantunque per varie linee, al sito medesimo.

Per allora così si terminò la faccenda; ma alquanti anni dopo, cioè l'anno 1717. si fecero vedere i fuochi più furiosi nella Villa di Rosiano, ed a forza di farsi vedere ci hanno dimostrate in parte le loro strane proprietà. Fu in quell'anno un'aridissima Primavera, verso il fine della quale, cioè nel Mese di Giugno, cominciarono ad ardere alcune case di paglia poste tutte in poca distanza in una contrada separata dal corpo della Villa suddetta. Durò questo male senza abbandonar mai sito tutta la state, ne cessò mai se non dopo che restò ammorzato dalle dirotte piogge cadute nell'autunno. Sedeci, o diciotto furono le case abbruciate, e sarebbe stato maggiore il danno, se quegli abitanti contentandosi di dormire a Ciel sereno non avessero scoperti i loro tugurj, e lasciate nude le muraglie. S'osservò, che dopo la pioggia per alquanti dì non compariva il fuoco, nè ritornava se non dopo che la terra s'era ridotta ad un certo grado d'aridità. Non fu mai veduto a Cielo nuvoloso, non ha mai fatto danno di giorno, tempo in cui non si poteva vedere quand'anche ci fosse stato, e quello, ch'è più, non è mai stato osservato in quelle notti, in cui spirava vento: cosicchè erano da temersi le notti serene, e quiete, e lontane dalle piogge di quattro, o cinque giorni. Nel principio si facea vedere costantemente verso le due della notte, in progresso qualche cosa più tardi verso le tre, e di rado verso la mezza notte. I primi fenomeni erano di grandezza quanto il disco Lunare, s'impicciolirono poscia, sebbene in ciò non serbavano certa regola, somigliando i più piccioli ad una fiaccola accesa, ed i più grandi ad un doppiere. Venivano da tutte le parti, e da tutti i venti, il maggior numero però rò da Tramontana, e pochissimi da Mezzogiorno, ed andavano a finire nel medesimo sito. Tal'uno di essi si è osservato cader quasi a piombo per una linea poco inclinata all'orizzonte a similitudine d'una stella cadente. Non si sono mai veduti scintillare, ed il loro moto era regolato per una linea alquanto curva, ma con debole velocità.

L'anno 1720 comparvero più impetuosi nella Villa di Galliera in tempo d'autunno accompagnati dalle medesime circostanze. In poche notti con una straordinaria violenza, e celerità, abbruciate irreparabilmente alquante case prestamente cessarono.

Con maggiore apparato tornarono a farsi vedere l'anno 1722 nelle due Ville contigue di Ramone, e Gotico. Ad una state aridissima successo un'autunno egualmente asciutto, e sereno, che terminò verso il fine di Novembre con alcune picciole pioggie, uscirono in campo i nostri fenomeni, ma così spessi, e frequenti, che ne parevano seminate, per così dire, tutte le campagne all'intorno. S'osservavano in maggior numero in certe notti serene, tepide, e quiete, predominando massimamente l'ostro, ed in minor copia nelle notti più fredde. Le loro figure, i moti, i colori erano diversi. Alcuni s'erigevano in una striscia verticale, altri si stendevano in una fascia orizzontale. Tal'uno fu visto a dilatarsi a guisa d'un lampo, e svanire, ma la maggior parte erano poco meno che rotondi, e somigliavano ad una fiaccola più o meno grandi, a segno che i maggiori erano di grandezza quanto un pallone. Molti se ne vedevano immobili non partirsi mai da quel sito in cui erano nati. Parecchi s'univano in un solo, ed un solo qualche fiata si divideva in molti, s'appiattavano frequentemente al coperto di qualche siepe, o dietro gl'arbori, i muri, e cespugli. Alcuni si muovevano come a salti, altri con moto equabile radendo la superficie del terreno, ed altri a mezz'aria. La velocità non era eguale in tutti, essendo parte lenti, e parte più veloci, ma non già tanto che superassero la velocità d'un uomo in corso. S'è notata una curiosa particolarità, che avendo alcuni d'essi a passare un qualche fosso, s'era pieno d'acqua lo saltavano, s'era asciutto calando per una riva montavano per l'altra. Giunti in vicinanza del pabulo [mentre facevano impressione nelle sole case di paglia] accrescevano in maniera il loro moto, che pareva quasi instantaneo; e quello ch'era più mirabile, non contenti di attaccar il fuoco in un solo sito, circondavano con indicibil prontezza tutto il tetto di paglia, ed appariva quasi nello stesso momento in tutte le parti l'incendio, senza

senza che ci si potesse porger rimedio. Non si aveva tempo di trasportare fuori di casa le masserizie, ed appena avevano tempo di salvarsi gli uomini, i quali vuotate le loro capanne vegliavano tutta la notte all'aperto. Cacciati questi fuochi da villani armati di bastoni, seguitando il moto irregolar dell'aria alzandosi, ed abbassandosi, sfuggivano loro, per così dire, di mano, ma spesso accadeva, che fugati da un sito portassero l'incendio in un'altro. Percossi con qualche bastonata si dividevano in due, ed ogn'una delle parti seguitava a correre con direzione diversa. Quanto al colore, se ne sono veduti d'ogni sorta, principiando nella serie dei colori dal rosso carico fino al turchino diluto. I più rossi, ch'erano certamente i più densi, ed i più attivi erano della spezie delle Capre saltanti; mentre gettavano scintille. Di giorno non hanno mai fatto danno, ma di notte in qualsivoglia ora, principalmente però verso le due, o le tre della notte, o poco prima dello spuntar dell'alba; indicio manifesto, che l'esalazioni perdevano la loro forza, se non venivano legate le parti bituminose, e ridotte in corpo dall'umidità notturna. In due siti determinati, uno appartenente alla Villa di Ramone, e l'altro quasi nel mezzo di quella di Gotico, sono successi tutti gl'incendj; nè si sa, che in altri luoghi, tutto che si vedessero i fuochi frequenti, altro danno sia accaduto fuori che l'abbruciamento d'un pagliajo, che può essere stato accidentale; e questa particolarità in tempo che tanti fuochi comparivano in tutti que' luoghi all'intorno ha un non so che del mirabile.

Sopraggiunta nel Mese di Dicembre una mediocre quantità di neve cessarono per alquante notti i danni, e pareva terminato affatto il pericolo: ma sciolte le nevi da una stagione dolce, e dalla forza del Sole, tornarono i fenomeni più feroci, e più frequenti di prima.

Obbligate le Ville a far la guardia nel più rigido della vernata con un gravissimo incomodo si temeva di qualche morbo epidemico. Finalmente tornate in Gennajo più copiose le nevi restarono per lungo spazio affatto sopiti: se non che ripullulando sul principio della Primavera si sono fatti di bel nuovo vedere, ma in minor copia, e privi affatto di forza in qualità di semplici Fosfori, e non più di fuochi; mentre se n'è veduto tal'uno nelle stalle, e ne' fenili con terrore bensì degl'abitanti, ma però senza danno; o che sia rimasa poco meno ch'esausta la miniera dell'esalazioni, o che queste sieno fatte più rare, e conseguentemente meno attive, o finalmente perchè manchi qualche circostanza necessaria a produrre un'effetto rarissimo, e straordinario.

Nel fine poi della Pimavera, e ful principio della ftate fi cambiò il tempo, e frequenti furono le piogge, non però tali che faceffero alzar le forgive; anzi fe mai quegl'abitanti hanno patito penuria d'acqua nei pozzi, è ftato la paffata ftate, con la qual occafione effi avendone cavati molti, s'è fcoperto con chiarezza l'andamento delle acque fotterranee. Attorno il pozzo fi offervano, e fi diftinguono le vene, che danno alimento ai pozzi, quantunque efaufte dalla fabbia cavata. Quefte vene fono difpofte da tutte le parti, alcune più alte, ed altre più baffe, ora più frequenti, ed ora più rare. Le prime a feccarfi fono le più vicine alla fuperficie della terra, indi vanno mancando di mano in mano le più profonde, in maniera che, feccato affatto il pozzo, per aver acqua bifogna di bel nuovo efcavarlo, e così fi fcoprono altre vene più baffe non affatto fterili, ma che in pochi giorni inaridifcono, mentre dalle fuperiori non viene loro fomminiftrata acqua.

Da ciò ho prefa conghiettura di credere, che fervano anche per alimento de' pozzi le piogge, e le nevi cadute nella pianura, effendo il terreno eftremamente bibace; ed ho poi offervato effere meco concorde in opinione il celebre Signor Mariotte nel fuo trattato dei movimenti dell'acque. Non deono perciò reftar efclufe l'acque, che fi derivano dai monti vicini per vene cieche; mentre le piogge fole della pianura non bafterebbono a mantenere il Sile, ed altri fiumi, che nelle più baffe pianure da innumerabili fontane fcaturifcono.

Ritornando al noftro propofito, dico, che nel Mefe di Luglio 1723 ritornarono i fuochi, e durarono fino che dalle piogge autunnali furono ammorzati. Tra le circoftanze una merita qualche attenzione, ed è, che una fol volta arrivarono ad incendiare di giorno, da che fi cava effere ftati i più attivi di quanti foffero mai ftati, ftante che la denfità di quefti fenomeni refifteva all'azione del Sole, fenz'effere diffipati, o rarefatti. E' fucceffo pure l'incendio d'una cafa coperta da coppi; ma il fuoco s'è introdotto per i buchi aperti d'una ftalla, e s'è attaccato al fenile. Per altro la fola paglia era materia difpofta a ricevere la loro impreffione, non effendofi mai veduti ad attaccar fuoco alle fiepi di canne, che d'ordinario circondano le corti, e gli orti de' contadini.

Finalmente l'ultimo sforzo è ftato l'Inverno paffato ful principio dell'anno 1724 nella Villa di Galliera, dove hanno confumati due cafoni. Le ftagioni, che prefentemente corrono oltre ogni credere piovofe, le forgenti alzate oltre il loro livello medio, hanno eftinto in maniera l'efalazioni, che non fi vede più ne' luoghi foliti alcuni de' noftri Fenomeni, nè penfo, che fe ne vederanno più, almeno fin'a tanto durerà la prefente coftituzione. E' da faperfi, che le forgive fono così alte, che ne' luoghi più baffi inondano le ftrade, e fono accrefciute l'acque ne' pozzi almeno dodici, o quattordici piedi.

Io non mi prenderò la briga d'oppormi alla credulità del Volgo, che attribuifce a cagioni fovrannaturali tutto ciò, che di rado fuccede: il popolo (dice faggiamente un celebre Autor Inglefe) divinizza tutto quello, che non intende. I Filofofi, che fanno quante circoftanze debbano affieme accoppiarfi, perchè fi generino certi Fenomeni ftravaganti, fanno altresì, che quefta unione non può effere fe non rariffima: Ma perchè una cofa fia rara, non per quefto dobbiam conchiudere, che fuperi la forza della natura. Oltre di che offervandofi il Fenomeno accompagnato da certe condizioni, e leggi, che infallibilmente hanno luogo, alle quali non è certamente fottopofto l'agente fovrannaturale, ne fiegue, che farebbe un peffimo ufo della fua ragione, chi s'oftinaffe a negare per naturale un'effetto, che alle leggi della natura è fottopofto. Nel noftro cafo, perchè quafi tutti gl'incendj fuccedevano di notte, e non di giorno, perchè dopo l'aridità, e non dopo le piogge, e le nevi? con quel di più che abbiamo notato. E tanto bafti aver detto intorno la Storia de' noftri Fenomeni, lafciando quel di più che il popolo amante del mirabile, e fuperftiziofo ci andava aggiugnendo, e narrando folamente i fatti bene avverati veduti con gl'occhj proprj, e da teftimonj maggiori d'ogni eccezione.

Terminerò con due fatti fucceffi nel tempo fteffo, in cui i fuochi devaftavano le mentovate Ville. E' ftata veduta la Luna verfo l'Orizzonte Occidentale a gettar lampi fuori del fuo difco. Era effa parte illuminata dal Sole, e parte ofcura, ma all'improvifo pareva, che tutta s'accendeffe d'una fiamma viva, indi ammorzandofi, e riaccendendofi durò per una mezz'ora lo fpettacolo. L'efalazioni erano certamente nell'aere, ma alla vifta ingannata pareva, che il lume foffe nel difco lunare.

Due ore prima dello fpuntare dell'alba nel Febbrajo dell'anno 1723. fu veduto l'aere talmente rifchiarato, come fe foffe di bel giorno; ed alcuni viandanti reftarono ftorditi a quefto Fenomeno, mentre difcernevano, come fe foffe ftato di giorno, tutto il paefe all'intorno. Anzi frequentemente da' primi monti oltre il fiume Piave fituati a mattina del Paefe, ove fuccedevano gl'incendj indiftanza di quindeci, o fedici miglia, fi vedeva una luce, che pareva, che tutto ardeffe. Quefte circoftanze fanno toccar con mano no la copia dell' esalazioni ignee, che ingombravano l' aria, e che sono state la materia de' nostri Fenomeni.

Molti casi simili di queste notturne illuminazioni cagionate dal moto degli aliti diffusi nell' aria leggiamo appresso gli Storici, nè altro credo, ch' essi intendano, quando asseriscono, che nel tale, e tale paese il Cielo si è acceso. (Livio lib. 1. dec. 5. *Cœlum in campanis arsit.*) A questo proposito dottamente scrive Seneca nel libro 1. delle Naturali Quistioni. *Inter hæc* (aveva enumerate le Meteore ignite) *ponas licet, & quod frequenter in historiis legimus, Cœlum ardere visum : cujus nonnunquam tam sublimis ardor est, ut inter ipsa sidera videatur : nonnunquam tam humilis, ut speciem longinqui incendii præbeat. Sub Tiberio Cæsare cohortes in auxilium ostiensis Coloniæ cucurrerunt tanquam conflagrantis : cum Cœli ardor fuisset per magnam partem noctis, parum lucidum crassi, fumidique ignis.*

Se poi avviene, che gli osservatori di questi Fenomeni abbiano l' imaginativa debole, timorosa, facile a fingersi delli mostri, e a prenderne augurio, come è quella del volgo, oh quante belle cose, e stupende che ci riferiscono! Il color rosso del Cielo lo credono sangue, il muovimento irregolare delle esalazioni fa parer loro di vedere degli eserciti nell' aria a combattere, e poco vi manca, dice il Gassendo, che non sentano lo strepito delle trombe.

Ecco diversi esempj di questo Fenomeno. Leggesi negli Annali Bertiniani all' anno 859. *Acies in Cœlo mense Augusto, Septembri, & Octobri nocturno tempore visuntur ita, ut diurna claritas ab Oriente usque ad Septentrionem continue fulserit, & columnæ sanguineæ ex ea discurrentes processerint.*

Un Cronichista Sassone all' anno 993. fa menzione d' una simile inaspettata luce con queste parole. *In nocte Natali S. Stephani Protomartyris inauditum sæculis vidimus miraculum, tantam videlicet lucem circa primum gallicinium ab Aquilone effulsisse, ut plurimi dicerent diem oriri, stetit autem per unam plenıter horam, & postea rubente aliquantulum Cœlo in solitum conversum est colorem.*

In questi ultimi secoli sono comparse molte di queste improvise illuminazioni, che il registrarle tutte sarebbe troppo tedioso; onde ci contenteremo di riferire quella dell' anno 1621. descritta eloquentemente dall' insigne Gassendo nel Libro 3. della vita del Peireskio.

Laborabat Peireskius octavum jam diem dolore renum, ac stranguria, sub cujus initium non potuit id prodigium perspicere, quod non in ipsis modo castris, sed Parisiis etiam, & per totam Galliam, alibique visum stuporem creavit. Claritas nempe insignis fuit, quæ nocte sequente diem duodecimam (Septembris anni 1621.) Borealem Cœli faciem ita occupavit, ut Auroram clarissimam per multas horas fuerit mentita, id sane mirum silente Luna, sed mirabilius visum est, vaporem ex regione fusum, & ad polum usque evectum, sic fuisse distinctum in quasdam veluti columnas albescentes, & subobscuras, alternatim sitas; ut cum horizonti ad amussim forent, promoverentur lentissime ab Oriente in Occidentem. Denique miraculo fuit ex albescentibus attolli brevi spatio ad verticem usque pyramides quasdam sive obeliscos valde candidos; ipsisque consistentibus, trajectos vapores, ut tenuissimos, ita candidissimos; motione adeo celeri, ut fulgetra imitarentur. Hæc attingo, quia Perieskius lætatus est rem fuisse nobis observatam, factusque exinde est certior nihil aliud fuisse, quam Naturæ lusum, quem apparatum bellicum, aut ideam exercitus multi fuerant interpretati. Addiderant sane non-nulli visas sibi instructas acies, incedentibus peditum equitumque ordinibus; ac postremo visum conflictum, cum explosione globulorum e tormentariis fistulis. Mirum quod non simul clangorem tubarum, clamoremque virum auditum deprædicavissent; quando eadem credulitas infirmitasque est, quæ his figmentis locum facit. Credibile omnino est, si non omnia, at bene multa quæ in historiis similia extant, ex eadem esse origine, nec ampliorem fidem mereri.

SEZIONE QUARTA.

Delle Meteore Enfatiche.

Meteore *Enfatiche*, ovvero *Apparenti* si dicono quelle, che sono formate nell' Atmosfera dalla diversa riflessione, e rifrazione di luce. Tali sono le *Iridi*, gli *Haloni*, e i *Parelj*, de' quali ora descriveremo la formazione, e prima

Dell' Iride. Cap. I.

Iride fu detto da' Greci l' *Arco celeste*, o *baleno* dalla Dea Iride ministra di Giunone, che di tale arco fingevasi Presidente. Di tale maravigliosa Meteora, che fu anche chiamata la Meteora di *Taumanzia*, ovvero della *Maraviglia*, benchè Aristotele, e gli altri antichi ne abbiano parlato con molto ingegno per quello che portavano i loro tempi, non può dirsi però che fosse messa in chiaro, ro, ed in tutta la sua luce la vera causa, se non negli ultimi tempi, ne' quali così vaga, e mirabile opra della natura è stata in tale maniera per la diligenza, e penetrazione di Uomini sapientissimi ai mortali disserrata, e manifestata, che nulla più pare, che possa desiderarsi. Il primo, che penetrò nella vera cagione di tal fenomeno fu Marcantonio de Dominis Arcivescovo di Spalatro, le cui dottrine si leggono nell' eccellente libretto, ch' egli diede alla luce dell' *Iride*. Ridusse poi le cose a maggior perfezione il Cartesio, e l' ultima mano vi diede in fine il Nevvton; il che ora andremo esponendo.

Sia perciò [1] BCDEF la sezione d'una sfera acquea, il cui centro sia P, la quale sia illuminata dal Sole. Se tra i molti raggj, ch'entrano in essa consideriamo il raggio AB è cosa evidente per le dottrine della Diottrica, che entrando egli dall'aria nell'acqua invece di andare diritto in C torcerà cammino, e si porterà in D, dove quella parte del raggio, che s'incontra ne' pori del vetro uscirà liberamente nell'aria, ed il resto incontrando nelle parti solide si rifletterà in E con un angolo di riflessione eguale a quello dell'incidenza. Giunto che sia in E, parte uscirà nell'aria in O, e il resto si rifletterà la seconda volta in F, nella quale maniera potremmo considerare la terza, indi la quarta riflessione, se non che come in ogni riflessione si perde una parte del raggio; così dopo molte riflessioni, finalmente si dilegua tutto, e riesce affatto insensibile.

L'angolo [2] AMO fatto dal raggio incidente AB, e dal raggio EO, che esce dopo una riflessione, dirassi l' *angolo del ritorno dopo una riflessione*; e l' angolo AVZ fatto dal raggio, che entra AB, e da quello che esce FU dopo due riflessioni dirassi l' *angolo del ritorno dopo due riflessioni*.

Siano ora considerati molti raggj, che dal centro del Sole entrano nella medesima sfera, i quali per la grande distanza saranno tra sè come paralleli. Se si fa primamente attenzione a quelli, che hanno una sola riflessione, come nella figura, è da osservarsi

I. Che il raggio [3] EE, che passa per lo centro C non torce cammino nè per riflessione, nè per rifrazione, ma tutti gli altri cangiano sentiero, come DD, che ritorna per dd, BB per bb, AA per aa, ed in tal modo ciascun incidente ha il suo particolar angolo di ritorno.

II. Tale angolo è zero nel punto E, ed a misura, che il raggio incomincia ad allontanarsi dal punto E, incomincia ancora a crescere l'angolo del ritorno fino ad un certo punto [che si suppon-

ga

[1] *Fig. I. Tavol.* 15. [2] *Fig.* 1. *Tavol.* 15. [3] *Fig.* 2. *Tavol.* 15.

ga B) dove tale angolo si fa massimo, ed oltre di cui ricomincia nuovamente a decrescere fino che nuovamente diventa zero

Se si prenda qualsivoglia raggio di qua, e di là dal raggio BB, e si concepisca composto di molti piccioli raggi, ciascuno di questi raggj, che lo compongono, ha un diverso angolo di ritorno. Per questo se tale raggio era nella sua incidenza sensibile, non è più sensibile dopo il suo ritorno, disperdendosi in varj modi, e dissipandosi in piccioli raggj, che lo compongono, e perciò nessuna mozione nell'occhio di chi riguarda imprimendo. Quanto più sono i raggj lontani dal raggio BB tanto più tra loro difformi hanno gli angoli del ritorno, ed in conseguenza tanto meno sensibili; ma quanto più si avvicinano, tanto più i loro angoli si accostano all'uniforme, fino che al punto B sono perfettamente uniformi; onde come erano entrati paralleli, così ancora usciranno paralleli, ed in conseguenza ad eccitar la sensazione *efficaci*.

Le stesse osservazioni possono farsi allorchè vi sono due riflessioni se non che allora l' angolo del ritorno AMO è un minimo.

Data una riflessione, e due rifrazioni.
determinar l'angolo del ritorno [1] AMO
Lemma.

Siano due raggj [2] AB, ab infinitamente prossimi, che nella sfera BCDE entrino paralleli, e dopo una riflessione, e due rifrazioni escano di nuovo paralleli in OE, oe dico che dopo la prima rifrazione concorreranno amendue in uno stesso punto D.

Imperocchè se concorrono in D, per la legge della riflessione, e per la natura del circolo saranno le linee DE, De eguali, e similmente poste alle linee BD, bD. Dunque per la legge della rifrazione nello stesso modo si avranno i raggj, ch'entrano in B, b con quelli ch'escono in E, e; cioè a dire in amendue gli archi saranno tra sè paralleli. Ma se non concorrono in un solo punto, allora i raggj riflessi DE, De non sono loro eguali, nè similmente posti, e perciò nell'uscire avranno angoli disuguali, ed in conseguenza non saranno paralleli.

Tali cose poste, sia una sfera BCDE, in cui entrano i raggj AB, ab infinitamente prossimi, e paralleli, che dopo due rifrazioni, ed una riflessione escano paralleli in OE ed oe, e sia da determinarsi l'angolo efficace AMO.

Si tirino dal centro le perpendicolari PQ. Pq agli incidenti, e le PR, Pr a' rifratti.

Si tirino dal centro P le perpendicolari PQ, Pq agli incidenti
N AB,

[1] *Fig.* 4. *T.* 15. [2] *Fig.* 3. *T.* 15.

AB, ab, e PR, Pr ai rifratti BD, bD, e tirata Rr, dal centro P coll'intervallo Pr si descriva il picciolo arco rs. Finalmente si tirino le perpendicolari Bu, Bz all'incidente ab, ed al rifratto bD. E' facile il conoscere, che PQ, Pq sono i seni dell'incidenza; PR, Pr di rifrazione. Perciò Qq sarà il differenziale dei seni dell'incidenza, Rs quello di rifrazione, i quali perciò saranno in ragion data, che si dica m : n

Sarà dunque

I. Qq : Rr : : m : n

II. E perchè Rr divide egualmente i lati BD, b D del triangolo bDB, il triangolo rDR sarà simile al triangolo bDB.

Perciò $Rr = \frac{Bb}{2}$

III. Il triangolo Rsr è simile a Bbz

Perciò $Rs = \frac{Bz}{2}$

IV. Il triangolo BPQ è simile a Bbu; e BPR è simile a Bbz.

Dunque BP : BQ : : Bb : Bu

e BP : BR : : Bb : Bz

Perciò BQ : BR : : Bu : Bz

ovvero BQ : BR : : Qq : 2Rs

per la terza proporzione

cioè BQ : BR : : m : 2n

Posta dunque BQ = y, BR = x, PQ = m, PR = n, il raggio = r; si avrà

$$y : x : : m : 2n$$

e quadrando $yy : xx : : mm : 4nn$

e componendo $\overline{yy+mm} : yy : \overline{xx+4nn} : xx$

e per la 47.ª del 1:°

$$rr : yy = \overline{rr+3nn} : \overline{rr-nn}$$

ovvero $rr : yy : : \overline{rr+3nn} : \overline{yy+mm-nn}$

Onde si cava questa proporzione

$$rr : yy : : 3nn : \overline{mm-nn}$$

Data dunque la ragion della rifrazione m : n. si troverà la linea BQ, ch'è il seno della metà dell'arco BC, data la quale in tal modo si avrà l'angolo ricercato AMO, come ora anderemo esponendo.

Esempio pe' raggi rossi.

Il seno dell'incidenza al seno della rifrazione è secondo le osservazioni del Sig. Nevvton come 108 : 81. Posto

dun-

dunque m = 108, n = 81, sarà

$$mm = 11664, \; nn = 6561$$
$$3nn = 19683$$
$$mm - nn = 5103$$

Dunque posto il raggio 10000000 si avrà per lo Canone questa proporzione

$$19683 : 5103 : : 100000000000000 : yy$$

in cui per la regola aurea

$$yy = 25925925925925$$

E perciò y = 5091757, ch'è il seno di 30° 36′ 3″ di cui il duplo sarà l'arco BC = 61° 13′ 4″ E perchè nel calcolo si è trovato BQ a BR come m : 2n, se si faccia 108 : 162 : : 5091757 : BR si troverà BR = 7637635 ch'è il seno di 49° 47′ 49″ e perciò l'arco BD, ch'è il suo duplo sarà 99° 35′ 38′ cui si agguaglia l'arco DE. L'arco adunque intiero BDE = 199° 11′ 16″ che sottratto da tutto il circolo, cioè da 360 lascia l'arco BE = 160° 48′ 44″ L'arco CG è 76° 45′ 8″ che sottratto da BE lascia 84° 3′ 36″ E perchè come costa dalle dottrine elementari la misura dell'angolo insistente AMO è la semidifferenza degli archi BECG, sopra de' quali insiste, sarà dunque l'angolo AMO = 42° 1′ 48″ per cui si può porre col Sign. Nevvton 42° 1′ lo che dovea ritrovarsi.

La ragion della rifrazione per i raggi violetti essendo come 109 : 81, se si sostituiscono tali numeri invece di m, & n, collo stesso metodo si troverà l'angolo AMO = 40° 16′ 8″, per cui pone il Nevvton 40° 17. E tra questi angoli staranno di mezzo tutti gli altri appartenenti agli altri colori.

Tali dottrine si confermano colla sperienza. Imperciocchè se siavi una sfera acquea [1] BDE, in cui cadano i raggj del Sole AB, a b posto l'occhio in O, sicchè l'angolo AMO sia di 42° 2′ vedransi in E i raggj rossi; ed in e i violetti, dove è di 40° 17′. E dentro i limiti E, & e si vedranno tutti gli altri colori intermedj, fuori de' quali nessun colore si vede a cagione che i raggi uscendo divergenti, o convergenti si fanno per agire sull'occhio inefficaci.

Date due riflessioni, e due rifrazioni determinar l'angolo dell'efficacia AMO.

In tale caso è da considerare, che allora i raggi [2] AB, ab usciranno paralleli, quando dopo la prima riflessione in D, d, anderanno paralleli in E, e. Imperocchè allora EG, eg saranno incli-

N ij

[1] *Fig.* 3. *T.* 15. [2] *Fig.* 4. *T.* 15

clinati come BD, bd, e però per le leggi della rifrazione come nell'entrare ſono paralleli, così ſaranno ancor nell'uſcire.

Lo che poſto ſi tirino le ſteſſe linee come nel primo caſo, ed è da oſſervarſi

I. Che in tale ſuppoſizione l'arco Bb è triplo dell' arco Dd.
Imperocchè de meno $DE = dD + eE = 2dD$
bd meno $BD = bB - dD$
Le differenze di tali archi eſſendo eguali
Dunque $bB - dD = 2dD$
Perciò $bB = 3dD$

II. I triangoli bBT, dTD eſſendo ſimili, ſarà
Dunque $dD : Bb : : DT : BT$
Perciò $BT = 3DT$.

III. Eſſendo BD egualmente diviſa in R ſarà
$$RT = DT = \frac{BT}{3}$$

IV. Eſſendo Rr parallela a Bb, RTr, ſarà ſimile a BTd
Perciò $Bb = 3Rr$

V. Ed eſſendo ſimili Bbz, & Rrs
ſarà $Bz = 3Rs$

VI. Bbu è ſimile a BPQ, e Bbz è ſimile a BPR
Dunque $BP : BQ : : Bb : Bu$
e $BP : BR : : Bb : Bz$
onde naſce $BQ : BR : : Bu : Bz$
ovvero $BQ : BR : : Qq : 3Rs$
in fine $BQ : BR : : m : 3n$

Sia ora il raggio del circolo $= r$, $BQ = y$, $BR = x$, e ſi avrà
$$y : x : : m : 3n$$
Dunque quadrando
$$yy : xx : : mm : ynn$$
e componendo $\overline{yy + mm} : yy : : \overline{xx + ynn} : xx.$
e per la 47.ª
$$rr : yy : : \overline{rr + 8nn} : \overline{rr - nn}$$
ovvero $\overline{yy + mm - nn}$
Si avrà dunque tale equazione
$$mmrr - nnrr = 8nnyy$$
onde ſi cava
$$8nn : \overline{mm - nn} : : rr : yy$$

Eſempio ne' raggi roſſi.

Eſſendo nei raggi roſſi la ragion della rifrazione co-

come 108 : 81
ſarà $8nn = 52488$
$mm - nn = 5103$
perciò vi ſarà queſta proporzione
$$52488 : 5103 : : 100000000000000 : yy$$
per cui $yy = 9722222222222222$
di cui la radice $= BQ = 3118047$
ch'è il ſeno di 18° 10′ 4″
di cui il duplo ſarà l'arco BC = 36° 20′ 8″
E perchè ſi è trovata che BQ è a BR come $m : 3n$
ſarà BR = 7015605, cui riſponde un'arco di 44° 33′ 8″
Dunque l'arco BD ch'è duplo ſarà 89° 6′ 16″, e BDEG triplo di BD = 267° 18′ 48″ che eſſendo ſottratto da 360° darà per reſiduo l'arco BG 92° 41′ 12″. Se dall'arco BDEG ſi levano gli archi eguali BC, GF, che importano 72° 40′ 16″ reſta FEDC di 194° 38′ 32″ da cui levando BG reſta 101° 57′ 20″ di cui la metà è l'angolo BMG, ovvero AMO, che è il ricercato = 50° 58′ 40″ il qual angolo è quaſi lo ſteſſo, che quello che trova il Nevvton, per cui l'angolo de' raggi roſſi di 50° 51′, e de' violetti 54° 7′.

Applicazione delle ſuddette dottrine all' Iride.

Vi ſieno dunque molte gocciole d'acqua cadenti nell'aria a dirimpetto del Sole, in figura di tante picciole sfere, quali ſono quelle, che una nuvola ruggiadoſa compongono, così forſe ridotte dalla preſſione del fluido, che le circonda, e ſtrigne; e dal centro del Sole cadano in eſſe i raggi AB [1], ed *ab*; CD, ed *cd*, che per la ſomma diſtanza ſono tra ſe ſiſicamente paralleli.

Poſto l'occhio d'uno ſpettatore in E ſi concepiſca la linea EF tirata dal centro del Sole per lo centro dell'occhio, la quale per la ſomma diſtanza ſarà ſiſicamente parallela ai raggi incidenti, la quale chiameremo cogli altri Autori l' *Aſſe dell' Aſpetto*; indi ſi tirino le linee E*d*, ED, E*b*, ED in guiſa che l'angolo *d*EF ſia di 40°, 17′; DEF 42°, 2′; *b*EF 50°, 57′; BEF 54°, 7′; Eſſendo l'angolo, che fa il raggio di ritorno della gocciola *d* eguale all' angolo alterno *d*EF, ch'è per la coſtruzione di 40°, 17′; per lo qual' angolo eſcono, come abbiamo detto, i raggi efficaci violetti dopo la prima rifleſſione, l'occhio dello ſpettatore poſto in E vedrà nella sferetta *d* il colore *violetto*, e ſimilmente nella D il *roſſo*, e dentro i limiti di queſte due picciole sfere vedrà, per or-

(1) *Fig.* 5. *T.* 15.

ordine gli altri colori intermedj, come i *cerulei*, i *verdi*, i *dorati*, e i *gialli*. Ed essendo l'angolo Eba di 50°, 57, per lo qual' angolo escono dopo due riflessioni i rossi efficaci, vedrà nella gocciola *b* il color *rosso*, e nella B similmente il *violetto*, dentro i quai limiti con ordine inverso al primo si vedranno i raggi intermedj *gialli*, *dorati*, *verdi*, e *cerulei*.

Concepiscasi ora, che una delle linee visuali, come E *d*, si rivolga intorno la linea immobile EF, sicchè si mantenga sempre lo stesso angolo dEF, e si conoscerà come debbasi allora generare con questo moto una superficie conica, ed il punto estremo, che termina alla gocciola *d*, debba descrivere una porzione di cerchio. E perchè in qualunque punto visibile dEF sarà sempre di 40°, 17', tutte perciò le picciole sfere, che saranno in tale circonferenza feriranno l' occhio con i raggi violetti; e ciò essendo vero di tutte l' altre sfere intermedie fino all' ultima D, seguita, che si vedrà un' aggregato di archi circolari, cioè a dire una *fascia* tutta di colori varj dipinta, incominciando i *violetti* al concavo, e seguitando per ordine fino a i *rossi*, che son nel convesso, quale veggiamo l' *Iride Primaria*. Nello stesso modo tutte le sfere, che sono nella stessa positura, come *b* feriranno l' occhio coi raggi *rossi*, e quella che sono come B coi *violetti*, e le intermedie con i colori *intermedj*, e vedrassi perciò una seconda *fascia* circolare tutt' ancor' essa di colori varj dipinta, ma posti in contrario ordine, cioè a dire con i *rossi* al concavo, e con i *violetti* al convesso, qual' è la *Iride Secondaria*.

COROLLARJ.

1. Dalla quantità degli angoli descritti si conosce, che la larghezza Dd dell' Iride Primaria è di 1°, 45', la larghezza Bb della Secondaria è di 3°, 10'; e la larghezza dell' intervallo bD, che passa tra le due Iridi è di 8, 55'. Le quali misure però dovranno correggersi per riguardo della grandezza apparente del Sole. Imperocchè sarebbono certamente tali, se il Sole ci comparisse a guisa di un punto. Ma essendo il suo diametro apparente di 30. minuti in circa, tale spazio si dee aggiugnere alla larghezza dell' una, e dell' altra Iride, e dee sottrarsi dalla larghezza del loro intervallo. Tali angoli sono sempre costanti. Ma perchè quanto più si prolungano i lati, che formano gl' angoli, tanto più le sottotese agli angoli sono maggiori, per questo quanto più sarà lontana la nube, tanto più dovrà comparir grande la larghezza dell' Iridi, e del loro intervallo, la qual differenza però appena è discernibile.

2. Nè

2. Nè per veder l' Iride è necessario, che tutte le sfere d' acqua sieno nella stessa distanza; imperocchè basta che siano nella medesima positura.

3. La *Primaria* Iride è assai più efficace, perchè i raggi, co' quali ferisce, hanno una sola riflessione; ma perchè i raggi, co' quali si vede la *Secondaria*, hanno due riflessioni, per questo è meno forte, e non sempre si vede.

4. Come l' *Asse dell' aspetto* è ancora l' asse del cono, nella circonferenza della di cui base sta l' Iride; così dalla positura di quest' Asse riguardo all' orizzonte, dipende la positura dell' Iride. E perchè la positura dello stesso asse dipende dall' altezza del Sole sull' orizzonte; così varia la positura dell' Iride secondo che varia l' altezza del Sole. Quando il Sole spunta sull' Orizzonte, allora l' Asse dell' aspetto collo stesso orizzonte coincide, e perciò comparisce l' Iride perpendicolare all' orizzonte. E perchè allora la base del cono sta per metà sopra l' orizzonte, comparisce allora l' Iride come un' intiero semicircolo. Piucchè s' innalza il Sole più s' inclina l' Iride, e sempre più si fa minore di un semicircolo, fino che si toglie alla vista per l' ostacolo della terra, il che accade quando il Sole è sopra 41. grado, e 46. minuti di altezza. Più grande di un semicircolo ella non può comparire, nè mai verso lo spettatore può star inclinata all' orizzonte con angolo acuto; perchè non può questo farsi, se la base del cono non sta più della metà sopra dell' orizzonte; dal che ne seguita, che il Sole sarebbe sotto l' orizzonte, e perciò non si farebbe illuminazione. Ciò però in qualche modo potrà ottenersi quando spuntando il Sole sull' orizzonte lo spettatore sia sopra un' alta Torre, principalmente essendogli la nube vicina.

5. Talvolta, come ingegnosamente osserva il Rohault, [1] può vedersi maggiore di un semicircolo, e come un circolo anche intiero. Come se il Sole essendo più alto dell' orizzonte di 41. grado, e 46. minuti, egli riflettesse sulla superficie di un placido, ed ampio lago. Imperocchè allora sarebbe lo stesso, che egli fosse per tutta la sua altezza depresso sotto dell' orizzonte; nel qual caso l' asse dell' aspetto sarebbe in alto disteso, e tutta la base del cono, ed in conseguenza tutta l' Iride sarebbe sopra dell' orizzonte. Che se allora succeda, che nella maggior altezza vi manchino le stille cadenti, e sieno queste solo nella più bassa regione, allora vedrassi l' Iride colle corna in alto con maggior maraviglia de' riguardanti.

6. Co-

(1) *Fis. P.* 3.

6. Come l' Iride, secondo che abbiamo detto, dipende dagli angoli, che fanno i raggi *efficaci* coll' *Asse dell' aspetto*; e come ogni Riguardante ha il suo proprio Asse di aspetto, così ogni Riguardante avrà la sua Iride; ed ogni volta che il medesimo Riguardante cangierà di luogo, vedrà ancora un' Iride diversa. Nacque per questo il detto, come nota lo stesso Autore, che l' *Arco-baleno segue chi lo fugge, e fugge chi lo segue*.

7. Si confermano le cose dette colla sperienza, veggendo noi, come un Iride ci si rappresenta, quando colla faccia opposta al Sole volgiamo gl' occhi o verso quei spruzzi d' acqua, che nei giardini sogliono farsi per giuoco con i tubi idrostatici, o verso d' un prato erboso, su cui sieno cadute spesse stille di ruggiada, o in qualunque altro modo riguardiamo gocciole d' acqua in tale positura illuminate dal Sole.

8. Le quali cose deggiono tutte seguire posto che le stille della pioggia cadente sieno di figura esattamente sferica. Ma se tale figura in esse venga alterata o per lo vento che le comprima, o per la loro gravità che le allunga, è cosa evidente, che allora dovrà l' Iride deformarsi, ed uscire di tali regole, come spesso osserviamo.

Degli Haloni. Cap. II.

Haloni, o *Corone* diconsi alcuni circoli di luce, che talvolta di giorno intorno il Sole, e di notte intorno la Luna appariscono, ora di bianca luce, ora come l' Iride di varj colori dipinti. Il loro diametro è per lo più di 45. gradi, ma talvolta si osservò passare i 90. Per lo più un solo se ne vede, ma talvolta due, e tre tutti concentrici al Sole. Quando si distinguono in essi i colori, si vede il color rosso al concavo, e il violetto al convesso, e lo spazio interiore è ombroso, e fosco.

Per esplicare tale Meteora l' Hugenio dopo molte osservazioni fatte nell' occasione di cinque Soli, che si videro in Varsavia l' anno 1658. non persuaso che ciò nascesse per la rifrazione de' raggj solari in stellette piane di ghiaccio trasparente, come pensava il Cartesio, giudicò primamente, che tale Meteora dovesse formarsi di particelle, che fuori delle nubi vanno per l' aria volando; poichè sciolte le nuvole la corona resta nello stesso sito. Indi dalla oscurità del Cielo dalla corona compreso deducendo, che le particelle ivi poste non trasmettessero la luce tanto agevolmente, quanto lo faceano quelle fuori di tale spazio, giudicò, che le particelle componenti la corona fossero tante sferette di ghiaccio, o di acqua, che nelle parti esteriori fossero trasparenti, e al di dentro contenessero un nocciolo di materia opaca, o meno trasparente. Che nell' Atmosfera tali particelle si formino non lo lascia dubitare il Cartesio, che nel trattato delle Meteore ne parla come di cosa sovente veduta, ed agevole da vedersi nella gragnuola, nel di cui centro spesso si trova qualche poco di neve. Le quali cose poste seguita l' apparenza di tal fenomeno.

Imperocchè sia una di queste goccie ABCD [1] con un granello di neve in mezzo, qual è EF, in cui entrando i raggi GA, HD dopo la rifrazione tocchino il granello in E, ed F, e nell' uscire di nuovo rifratti, concorrano in K, onde prolungati formino l' angolo LKM. Egli è da considerare, che per la sfera ABCD non passa raggio alcuno di luce entro l' angolo, o cono LKM, ma se l' occhio sta fuori di questo angolo ne riceve molti, per mezzo de' quali vede la goccia illuminata. E ciò si dee intendere di tutte l' altre. Se si metta l'occhio in N, e si tirino le rette NR, NX parallele ai lati del cono ombroso KL, KM; ed è facile il conoscere, come nessuna goccia simile alla ABCD, posta dentro il cono XNR, può mandare raggi all' occhio N. Così se dalla goccia S si tirano i raggi ST, SV paralleli ai raggi KL, KM, si vede che lo spettatore posto in N non riceve raggi d' illuminazione da questa goccia, essendo il suo occhio dentro il cono ombroso VST. Il che succede di tutte l' altre goccie poste nel cono XNR.

Ma qualunque goccia si prenda fuori di tale cono, qual' è la goccia X, possono i raggi, che passano a traverso di essa pervenire all' occhio, essendo questo fuori del cono ombroso di essa, e perciò potrà apparire illuminata; così dell' altre. Quindi si vede che intorno il Sole dee comparire uno spazio rotondo oscuro, ch' è la base del cono XNR, e intorno di tale spazio una *Corona* di luce, ch' è l' aggregato de' raggi, che dalle gocciole in tale maniera, come abbiamo supposto costruite, vengono all' occhio posto in N. E perchè dalle goccie più vicine all' ombra interiore vengono i raggi più folti, che da quelle, che sono lontane, per questo la maggiore lucidità è vicina all' ombra interiore, che sempre più si diminuisce fino che si dilegua. E perchè i raggi nel passare a traverso dell'Atmosfera diafana della goccia soffrono quelle stesse rifrazioni, che nel passare a traverso di un prisma, per questo si vedranno i colori dell' Iride, e comparirà la Corona con il *rosso* vicino all' ombra, indi il giallo, il verde, il ceruleo, e il *violetto*.

[1] *Fig. 1. Tav. 16.*

Le quali cose confermò il suddetto Autore colla sperienza, prendendo una sottilissima sfera di vetro ripiena d'acqua con una sfera opaca sospesa nel mezzo, la quale avendola esposta al Sole, non vide alcuna luce in essa se non dopo che era uscita dal suo cono ombroso, dopo di che vide in essa l'immagine del Sole lucidissima con un color rosso vivace.

Il diametro della *Corona* dipende dalla grandezza del granello opaco EF. Imperocchè quanto a proporzione della goccia intiera AC egli è maggiore, tanto è maggiore l'angolo BKC, ovvero XNR, che determina il diametro della Corona. E perchè tal'angolo sia di 45. gradi, come per lo più si ritrova, dimostra il sovralodato Autore, dover'essere il diametro della goccia al diametro del granello opaco, come 25 : 12 prossimamente.

E come diverse goccie con diversa ragione al granello opaco possono nello stesso tempo ritrovarsi in faccia del Sole, per questo si potranno vedere, come talvolta accade, due, e tre Haloni. Per altro quando se ne veggono più d'uno, può accadere, che sieno o contigui, o l'uno sopra l'altro in maniera, che non si distinguano più gli ordini de' colori, ma si vegga una larga Corona irregolarmente colorata.

Dei Parelj, e Parafelene. Cap. III.

La famosa Meteora osservata a Roma l'anno *1629* adi 20 di Marzo, e descritta dallo Scheinero, diede occasione ai Filosofi di quei tempi di parlar de' Parelj. Tale Meteora, come sta ne' libri del Cartesio, e del Gassendo, era questa. A [1] è l'osservatore Romano. B il Zenith dell'osservatore. C il Sol vero. AB il piano verticale tirato dal Sole, e dall'occhio per lo Zenith. Intorno il Sole C comparvero due Iridi tronche ad esso concentriche, di colore diverso, delle quali la interiore DEF era più piena, e perfetta, ma tronca, ed aperta da D in F, ed in perpetuo sforzo di chiudersi, e talvolta ancor si chiudeva, ma tosto di nuovo si apriva. L'esterior fu sempre debole, ed appena sensibile, variata però ancor'essa de'suoi colori, ma molto istabile. La terza KLMN fu un grande cerchio tutto bianco, de'quali se ne veggono spesso nelle Parafelene intorno la Luna. Questa fu un arco eccentrico, che passava per mezzo del Sole, parallelo all'orizzonte, da M a N debole, e lacero. Nelle comuni interfezioni di questo cerchio coll'Iride esteriore si videro due *Parelj*, ovvero due *apparenti Soli* N, e K non del tutto perfetti, de'quali questo era più debole, ma quello

(1) *Fig. 2. T. 16.*

quello più forte, e splendido. Il fulgor di amendue nel mezzo emulava quello del Sole, ma i lati erano con i varj colori dell'Iride dipinti, nè rotonde, e precise, ma ineguali e lagunose si veggevano le loro circonferenze. N era uno spettro inquieto vibrante una densa coda NP di colore simile al fuoco con continue reciprocazioni. Oltre questi, altri due se ne videro a M, ed L, meno vivaci, ma però più rotondi, e bianchi come il cerchio, in cui stavano, e simili al latte, o all'argento puro ec.

Non pago l'Hugenio delle spiegazioni, che intorno tale Meteora, ed altre simili a questa erano state date dagli altri Filosofi, dopo lunghe ricerche stabilì, che tutti tali Fenomeni non altronde avessero l'origine, che dalle diverse riflessioni, e rifrazioni de'raggi del Sole fatte in piccioli cilindri intorno d'esse agghiacciati, e nell'esterior superficie dal calore disciolti, e a diversa positura nell'Atmosfera sospesi.

E prima di tutto il circolo bianco, che sta parallelo all'orizzonte, il di cui centro è il Zenith, e passa per lo Sole, qual'è KLMN, essere stato prodotto dalla riflessione dei raggi Solari incidenti nella esterna superficie di tali cilindri a perpendicolo posti, e riflettenti all'occhio. Imperocchè sia il picciolo cilindro agghiacciato ABC [1] perpendicolare all'orizzonte OR, nel di cui punto B cada dal punto lucido S il raggio SB; e dovrà per le leggi della Catottrica l'angolo della riflessione OBC esser eguale all'angolo dell'incidenza SBA. E perciò BOR complemento ad un retto di OBC sarà eguale a SBD complemento ad un retto di SBA. E perciò l'angolo che fa il raggio riflesso BO coll'orizzonte OR sarà eguale all'angolo, che fa il raggio diretto SB con DB, ovvero collo stesso orizzonte OR. Dunque se il punto S rappresenti il centro del Sole, e siavi l'occhio d'uno spettatore nella retta BO, ed in fine siavi un cilindro gelato, qual si suppone ABC elevato sull'orizzonte, quanto è elevato il Sole, vedrassi in B risplendere il centro del Sole. Ciò che si è detto di tal cilindro, applicandosi a tutti gli altri, che vi possono essere nell'Atmosfera similmente posta, cioè a perpendicolo, e colla stessa elevazione, e colla stessa distanza dall'occhio, è facile il conoscere, come in tal caso dello spettatore posto in O dovrassi vedere un'aggregato di punti lucidi egualmente alti, e disposti in giro; cioè a dire una lucida periferia di cerchio parallela all'orizzonte, il di cui Polo è l'occhio dello spettatore, e centro il Zenith dello medesimo spettatore. E ciò che si è detto del centro del Sole applicandosi agli altri punti del disco, dovrà da ciascun punto riflesso in simili cilindri prodursi una lucida circon-

(1) *Fig. 3. T. 16.*

circonferenza, e dovrà in tal modo formarsi una latitudine di cerchio corrispondente al disco del Sole, come nel fenomeno Romano si vide. Dalle quali cose seguita ancora, che dovrà tale cerchio ascendere, o discendere secondo che il Sole ascende, o discende sull' orizzonte, ed in tal modo apparirà ancora or maggiore, or minore. E qualunque spettatore vedrà il suo particolar cerchio bianco, siccome ognuno vede la sua *Iride;* il che non seguita dalla spiegazion del Cartesio, che suppone essere questo un grande anello di ghiaccio solido nell'aria sospeso. Che se di tali circoli alcune parti sono languide, ed alcune talvolta non appariscono, deesi ciò attribuire alla mancanza della materia.

Come tali cilindri riflettendo i raggi Solari, che in essi urtano, ci fanno vedere il *circolo bianco;* così gli stessi rifrangendo i raggi, che passano di traverso, ci fanno vedere i due Parelj K, ed N. E certamente essendo essi in tale maniera disposti, che la parte loro esteriore sia liquefatta, e contenga dentro di sè minori cilindri agghiacciati, non potranno per un determinato spazio, qual'è l'arco KN, vedersi i raggi rifratti del Sole in quel modo, che abbiamo detto disopra nelle *Corone*, e cominceranno solo a farsi vedere tosto ch'è terminato tal'arco. Per questo l'arco KN vedrassi di poca luce, perchè non agisce sull'occhio che con i raggi *riflessi*; anzi per lo più dilegueras si per la troppa vicinanza del Sole. Ma negli spazj K, ed N venendo all'occhio i raggi *rifratti*, e i *riflessi*, vedrassi un forte splendore. Ma perchè quanto più sono i vicini i cilindri a codesti limiti, tanto più folti sono i raggi, con cui per le loro rifrazioni ci feriscono gl'occhi, e per lo contrario quanto più si allontanano, tanto più dispersi e languidi sono i raggi, che ci vengono all'occhio; per questo sarà massimo lo splendore vicino ai limiti, il quale andrà sempre scemando finochè diventa insensibile, il che è cagione, per cui si veggono le porzioni d'arco K, ed N assai vivaci e con i colori dell'Iride a cagion delle rifrazioni; il qual fulgore sempre scemandosi, e disperdendosi compone le Code, qual è la Coda NP del Parelio N.

Per dimostrare le quali cose sia ABCD [1] uno di quei cilindri, nella cui superficie acquosa cada il raggio Solare EF, che rifratto in F si dirigga per FG, e rifratto di nuovo in G esca nell'aria per GH. Dico, che il raggio GH farà col piano dell'orizzonte un'angolo eguale a quello del raggio EF, cioè all'altezza del Sole. Imperocchè si tiri il piano ABCD, che passi per li punti F, e G, e sia parallelo all'asse del cilindro. Ed essendo AB, DC parallele, l'angolo GFC sarà eguale all'angolo AGF; onde

(1) *Fig. 4. Tav. 16.*

onde per le leggi della Diottrica la rifrazione GH del raggio GF discenderà tanto quanto ascenderà la rifrazione FE del raggio stesso, cioè a dire, saranno eguali gli angoli EFD, BGH. Che se per la retta DC, ed il raggio EF si conduca un piano, ed un'altro per AB, e per GH, saranno questi egualmento inclinati al piano ABCD. La misura delle quali, essendo gli angoli KCB, ed LBC fatti dalle comuni sezioni de' suddetti piani colla base, saranno dunque anche tali angoli eguali. Poichè dunque, come abbiamo detto, gli angoli EFD, BGH sono eguali, seguita che tanto il raggio incidente EF, quanto il raggio rifratto GH sono all'orizzonte egualmente inclinati. Per lo che la luce del Sole per simili cilindri trapassando non potrà venire all' occhio dello spettatore se non da quei cilindri, che hanno la stessa elevazione, che ha il Sole, cioè a dire da quei medesimi, che compongono il *bianco cerchio;* il che è cagione, che i *Parelj* non possano se non nel bianco cerchio vedersi.

Per esaminare in quale distanza dal Sole debbano tali Parelj vedersi, si consideri il raggio, che tocca il cilindro di neve, quale suppongasi essere il raggio FG, nel qual caso sarà toccante anche la retta BC. Se dunque nel medesimo piano della base si tiri per lo centro N la retta ONM parallela a KC, e si produca fino in M, sarà BMN l'angolo, che fanno i due piani verticali, de' quali l'uno passa pel Sole, e l'altro per lo Parelio, ed amendue per l'occhio spettatore. Dato il qual'angolo, si avrà per conseguenza l'arco CN, cioè a dire, la distanza del Parelio dal Sole. Tal'angolo è maggiore, o minore, secondo che è maggiore, o minore la ragione del cilindro di neve al cilindro totale, ed inoltre secondo che è maggior, o minore l'elevazione del Sole, come dal calcnlo del suddetto autore si conosce esposto nelle seguenti Tavole.

Al-

Altezze del Sole	Diſtanze del Parelio poſta la ragione di 1000 : 473		Diſtanze poſta la ragione di 1000 : 480		Diſtanze poſta la ragione di 1000 : 680	
Gradi	Gradi	Minuti	Gradi	Minuti	Gradi	Minuti
0	22	0	22	30	45	0
5	22	10	22	38	45	26
10	22	38	23	8	49	44
15	23	28	24	0	49	4
20	24	42	25	16	52	46
25	26	26	27	4	58	24
30	28	48	29	26	67	42
35	31	58	32	42	94	22
40	36	18	37	10		
45	42	18	43	14	Oltre tali li-	
50	51	0	52	26	miti non ſi	
55	64	48	66	54	vede il Pare-	
60	92	34	98	24	lio.	

Dalle quali Tavole ſi conoſce, che ſe vi ſiano varj cilindri con diverſa ragion liquefatti, oltre i due Parelj K, ed N ſe ne potranno vedere degli altri a diverſe diſtanze. Si conoſce inoltre, come reſtando i cilindri gli ſteſſi, quanto più aſcende il Sole ſull'orizzonte, tanto più creſce la diſtanza de' due Parelj, e nel diſcendere del Sole ſi diminuiſce; le quali coſe ſono conformi alle oſſervazioni. Che ſe ſi liquefacciano in breve momento i cilindri, allora ſi contrae ancora in breve la diſtanza de' Parelj, fino che ſi dilegua, come narra Giulio Obſequente eſſerſi veduto al tempo di Auguſto. *Auguſti Cæſaris ætate M. Lepido, & Munatio Planco Coſs. tres Soles viſos, eoſque fuiſſe mox in unum orbem contractos.*

Quanto alle *Code* l'Autore le ſtende ſino al quadrante in circa del cerchio bianco incominciando dal vero Sole; ma per eſſer debole la loro luce, non ſe ne vede ſpeſſo, che una parte.

Ora le Corone, che paſſano ſempre per i Parelj, deono ſpiegarſi. Imperocchè come ſi veggono talvolta Corone ſenza Parelj, non ſi veggono però giammai Parelj ſenza Corone. Tal ſorta di Corone non giudica il ſuddetto Autore generarſi dalle ſfere di acqua, come quelle che ſi veggono ſenza Parelj. Imperocchè ſuppoſto ancora, che queſte ſfere foſſero liquefatte colla ſteſſa proporzion dei cilindri, ſi vedrebbono però le loro Corone andar fuori dei Parelj, co-

me

me ſi conoſce dalle ſuddette Tavole. Imperocchè eſſendo ne' cilindri il diametro totale al diametro di neve come 1000 : 473 ſecondo le varie elevazioni del Sole cangiano ancora le diſtanze de' Parelj; la qual proporzione eſſendovi nelle goccie sferiche, la Corona che ſi produce è ſempre di 44. gradi. Perlochè doverſi prendere l' origine di tali Corone dagli ſteſſi cilindri, che ci fanno vedere i Parelj, i quali potremo intendere, che ſieno idonei, quanto le sfere, a produr le Corone, quando li concepiamo, com'è neceſſario, liquefatti non ſolo ai lati, ma ancora nelle baſi, e nelle ſommità in guiſa che ſiano per ogni parte conveſſi, e ſimili alle sferoidi.

Quanto poi alla Corona interiore DEF del Fenomeno Romano, com' eſſa fu accidentale, e di rado in altre ſimili Meteore ſi vede; così non deeſi attribuire ad altro, che ad una cauſa accidentale; e non è incredibile, che da altri cilindri in diverſe maniere per l' aria ſparſi ella foſſe prodotta.

Un' altro effetto degli ſteſſi cilindri perpendicolari all' orizzonte ſono i due Parelj L, ed M in tal maniera nel circolo bianco diſpoſti, che rivolto lo ſpettatore al Sole, gli ſono alle ſpalle. Siccome tali cilindri colla *luce rifleſſa* producono, come abbiamo detto, il circolo bianco, e colla *rifratta* i due Parelj K, ed N, e la Corona eſterna KN; così colla luce *rifratta* inſieme, e *rifleſſa* producono i due Parelj L, ed M. Ciò ſi fa nella ſteſſa maniera, con cui ſi produce l' *Iride Primaria*; dove è da oſſervare, che quivi il cilindretto opaco, quantunqne ſia neceſſario, perchè il cilindro intero non ſi cangi in una goccia rotonda, come avverrebbe ſe foſſe tutta liquefatta, nulla però contribuiſce a tali Parelj, anzi talvolta ce ne impediſce la viſta.

La ragione, per cui tali Parelj non ſi veggono fuori del circolo bianco, è quella ſteſſa, per cui nel detto circolo ſi vedono i Parelj K, ed N. Imperocchè anche in queſto caſo i raggi, che eſcono fuori del cilindro, ſerbano lo ſteſſo angolo, che hanno avuto in entrando. E perciò non potranno anche in queſto caſo agire ſull'occhio dello ſpettatore ſe non quei cilindri, che hanno la ſteſſa elevazione, che ha il Sole, cioè quegli ſteſſi, che compongono il circolo bianco, ed in conſeguenza non potranno tali Parelj comparire fuori del detto cerchio.

E perchè eſſi ſiano in certi luoghi determinati del circolo bianco ciò naſce per la ſteſſa ragione, per cui in una sfera di acqua veggiamo i colori dell' Iride in un ſito determinato. V' è però queſta differenza, che nella sfera aquea l'angolo del ritorno *efficace* è coſtante, come abbiamo veduto; ma nei cilindri è va-

rio

rio secondo la varia altezza del Sole. E perciò la positura di questi due Parelj è diversa, ed in conseguenza la loro distanza, ovvero l'arco LVM secondo che è diversa la elevazione del Sole. Ridotta a calcolo la loro semidistanza, ovvero l'arco VM si ritrova dall'Autore, come nella seguente Tavola.

Altezza del Sole	Semidistanza de' Parelj secondarj	
Gradi	Gradi	Minuti
0	41	30
5	41	8
10	40	14
15	38	36
20	36	16
25	33	18
30	29	36
35	25	16
40	20	12
45	14	40
50	8	44
55	3	6
58	0	32

Dalla qual Tavola deduce l'Autore, che nel fenomeno Romano doveva essere la distanza de' due Parelj secondarj di 60 gradi in circa, essendo nel tempo dell'osservazione elevato il Sole 30 gradi in circa. Egli è da notare, che tali Parelj non comparvero colorati, c[illegible] la Teoria ricerca; ma egli è credibile, che ciò nascesse dal [illegible] debolezza del lume, come talvolta si veggono bianche ancor[illegible] Corone. Per altro quando il lume è forte, non mancano i colori, come si osservò nel fenomeno osservato in Inghilterra, e registrato nella Storia di Matteo Paris. Nasce per questa mancanza di luce, che non sempre ancora si veggono, come si osservò dall'Hevelio nella Meteora del 1661 adì 20 Febbrajo, il che dipende dalla troppa grandezza del cilindro di neve.

Veggonsi spesso in simili Meteore alcuni archi di luce toccanti le Corone, che stanno intorno del Sole or nella parte superiore, or nella inferiore. Tali se ne videro nella Meteora osservata a Roma dallo Scheinero nell'anno 1630; e in tutte quelle, che descrisse l'Hevelio nel fine del libro, ch'egli chiamò *Mercurio nel Sole*; quali sono per esempio QGR [1], e THS in una del-

[1] *Fig.* 5. *Tavol.* 16.

delle Meteore Heveliane. Di codesti archi non altronde prende l'origine l'Hughenio, che da' raggi rifratti, che passano a traverso di varj cilindri posti coll'asse parallelo all'orizzonte, non però tra se paralleli. La loro figura esser varia secondo le varie altezze del Sole, e secondo che i diametri delle Corone sono maggiori, o minori. E perchè le parti, dove questi archi toccano le Corone sono più luminose, e vivaci degli altri, di là nasce che li crediamo Parelj, come in G. La ragione poi perchè toccano essi per lo più le Corone è perchè quegli stessi cilindri che ci fanno vedere quest' archi, ci fanno veder ancora la Corona.

Quanto agli *Antelj*, o *falsi Soli* diametralmente al Sole vero opposti, qual è l'Antelio F, egli li attribuisce a posizione fortuita de' cilindri all' orizzonte inclinati.

E tali sono le esplicazioni dell'Hugenio intorno i Parelj, le quali abbiamo riferito come le più approssimantisi al vero, e non è difficile il trasportarle alle *Paraselene*; ovvero alle *false Lune*, che talvolta a lato della Luna si veggono.

Altre Meteore Enfatiche, quali sono le *Travi di luce* notate dall'Hevelio, o le *Verghe*, o le *Apparenze speculari* descritte dal Kirker, e dallo Scotto deliberatamente omettiammo; imperocchè di tali cose abbiamo detto abbastanza.

Fine del Settimo Libro.

LIBRO OTTAVO

Del Cielo, ove si trattano gli Elementi della Astronomia Fisica.

DEFINIZIONI.

1. A *Stronomia* dicesi quella Scienza, che versa intorno degli Astri, e contempla i loro moti, le loro grandezze, positure, distanze, e simili altre loro affezioni.

2. *Astro* dicesi qualunque corpo celeste, o sia *Pianeta*, o *Cometa*, o *Stella*, e significa ancora *Costellazione*, ovvero aggregato di alquante Stelle.

3. *Stella* dicesi un Corpo celeste, che di propria luce risplende.

4. *Pianeta* un Corpo celeste, che non ha altra luce, che quella che gli viene comunicata da qualche Stella, il quale se gira intorno di una Stella dicesi Pianeta *Primario*, se intorno di un altro Pianeta, dicesi *Secondario*, ovvero *Satellite*.

5. *Cometa* è un corpo celeste, che oltre il solito in mezzo agli altri corpi a noi visibili comparisce, e poi si dilegua, simile in tutto a un Pianeta, ma con questo di vario, che il Pianeta a guisa solo di un lucido disco risplende; ma tale corpo oltre il disco lucente ha una lunga coda di luce, che per lo più l'accompagna.

6. *Cielo* dicesi tutto quello spazio vasto, in cui tali corpi descrivono le loro orbite, o sia tutto di rara, e sottile materia riempiuto, o pure una mera capacità, ed estensione vacua di corpi a diverse distanze posti adornata.

SEZIONE PRIMA.

Della Sfera celeste, e de' principali cerchi stabiliti dagli Astronomi per determinare i moti degli Astri.

BEnchè negl' immensi spazj dell' Universo noi non conosciamo nè limite, nè figura, comparisce però egli a nostri occhi a guisa di una sfera, la cui concava superficie sta tutt' adornata di stelle. Il centro di essa è il nostr' occhio, ed i nostri raggi visuali per ogni parte egualmente prolungati sono i suoi semidiametri, all' estrema superficie della quale per la grande distanza riduciamo il Sole, e la Luna, e tutte le Stelle, che veggiamo, benchè disegualmente distanti. In questa sfera gli Astronomi hanno fissati i loro punti, tirate le loro linee, e disegnati i loro cerchi per ridurre a regola i moti degli astri, ed in qualunque caso calcolarne la situazione, il che non solo di qual dignità sia, ma di quanto uso ancora per le civili società, e quanto alle Arti giovi, e principalmente alla Geografia, ed alla Navigazione, è facile il conoscerlo anche da quelli, che di simile scienza non sono che leggiermente informati.

Di tale Sfera noi ora tratteremo, e de' principali punti, e cerchi, che dopo di essere stati dagli Astronomi antichi inventati, sono universalmente ancora ne' nostri tempi mantenuti, e stabiliti, come quelli, che vengono dalla stessa natura determinati, e sono il massimo fondamento di questa nobilissima scienza. E perchè tra i circoli, che vengono in considerazione della sfera, dieci sono i principali, a cui tutti gli altri si riferiscono, de' quali dieci compose perciò la sua sfera artificiale il sagacissimo Tolommeo, che giova per meglio intendere, il tenere sotto degli occhi, e sono l' *Equatore*, l' *Ecclittica*, l' *Orizzonte*, il *Meridiano*, i due *Coluri*, i due *Tropici*, e i due *Polari*; perciò di questi distintamente tratteremo. E perchè tra questi i sei primi tagliano le sfera nel centro, e perciò si dicono *maggiori*, e gli altri quattro la tagliano fuori del centro, e perciò si dicono *minori*, diremo prima di quelli, ed indi di questi per passare in fine agli altri, che da questi dipendono.

De' Circoli maggiori, e prima dell' Equatore. Cap. I.

SE un abitatore terrestre fissa il guardo attentamente nelle Stelle vede, qualunque di essa descrivere perpetuamente con moto equabile un cerchio di oriente in occidente, il qual esse compiono nello spazio di ventiquattr' ore. Lo stesso vede prossimamente farsi da tutti gli altri corpi celesti. Per tale fu considerata dagli Astronomi la sfera celeste, come con moto equabile perpetuamente girante, dal cui moto sono rapite non solo le Stelle, ma tutti gli altri corpi ancora, che sono parti della visibile sfera, ed alla sua estrema superficie da noi si riducono. Fu per questo conceputo un *Asse* [1] PP, che è quel diametro immobile, intorno a cui la sfera celeste fa le sue conversioni, e furono distinti i due Poli mondani P, e P, che sono i due punti estremi

[1] *Fig.* 1. *Tav.* 17.

mi dell' asse P P, de' quali quello ch' è vicino alla costellazione, che i Greci chiamano ἄρκτος, ovvero *Orsa*, si dice il *Polo Artico*, di cui l' opposto dicesi *Antartico*. Il primo dicesi parimente *Boreale* dal vento Borea, che da quella parte spira, e *Settentrionale* dalle sette stelle, che vicino ad esso rilucono, e sono dette *Trioni*, cioè *Bovi*. Il secondo dicesi ancora *Australe* dal vento Austro, che di là soffia, e *Meridionale*, perchè sta verso dove noi veggiamo il Sole, quando egli è sul meriggio.

Così fu distinto l' *Equatore* E E, ovvero *Equinoziale*, o *Equidiale*, così detto perchè quando il Sole si ritrova in esso, i giorni, e le notti per tutta la terra si agguagliano; il quale è un cerchio massimo, i cui poli sono lo stesso, che i poli mondani, che passando per lo centro C divide la sfera in due parti eguali, l' una Artica, e l' altra Antartica. Egli è diviso in 360 gradi, secondo i quali si determina, come diremo, il moto del primo mobile, e le longitudini de' luoghi.

Se per gli poli dell' Equatore, che sono lo stesso, che i poli mondani si descrivono quantisivoglia circoli POP [1], che conforme le dottrine di Teodosio saranno tutti perpendicolari all' Equatore, si dicono questi i suoi *Secondarj*. Per mezzo di questi misurasi la declinazione di un dato fenomeno dall' Equatore, e la misura di tale declinazione è l' arco SO del secondario, il qual arco è intercetto tra il centro del fenomeno S ed il punto dell' Equatore O, per cui passa il secondario PSO. Per questo si chiamano ancora i *circoli della declinazione*, la quale è Boreale, ovvero Australe secondo che il dato punto è verso questo, o quel polo. Per mezzo di tali secondarj si riduce ancora qualunque punto dato, o sia nella Terra, o nel Cielo, all' Equatore, ed in tal punto dell' Equatore s' intende ridotto per cui passa il secondario dal dato punto all' Equatore descritto. Così punto dell' Equatore, a cui si riduce il fenomeno S, è il punto O.

Dell' Ecclittica, e del Zodiaco.

Ma perchè intanto che tutta la sfera comparisce girar da occidente in oriente in tempo di ventiquattr' ore, comparisce in questo tempo il Sole muoversi con moto proprio da occidente in oriente per un altro circolo massimo, che taglia l' equatore con un angolo di ventitrè gradi e mezzo, il quale giro egli compie nello spazio di un anno, fu segnato, e determinato tale circolo dagli

[1] *Fig.* 2. *Tav.* 17.

dagli Astronomi, qual è OO [1], i cui poli sono S, ed S; ed *Ecclittica* fu chiamato; perchè l' ecclissi del Sole, e della Luna in esso si fanno. Per tale moto il Sole comparisce descrivere ciascun giorno un cerchio diverso, sensibilmente parallelo all' equatore, e per l' obliquità dell' Ecclittica regolarmente si accosta, o si discosta, ed ora è di qua, ora di là dall' equatore in maniera però, che non oltre passa certi determinati limiti, che corrispondono all' angolo, che fa l' Ecclittica coll' equatore, cioè a ventitrè gradi e mezzo, a' quai limiti quando è arrivato, ritorna verso l' equatore, e va da limite a limite senza mai mutar le sue leggi.

Ma perchè i pianeti ancora intanto che col moto della sfera sono da oriente in occidente portati, compariscono descrivere ciaschedun un cerchio con moto proprio da occidente in oriente all' Ecclittica diversamente inclinato, e si veggono compiere il loro giro ciascuno in tempo diverso, ed ora di qua, ora di là dall' Ecclittica compariscono, ma non oltrepassano il limite di dieci gradi, hanno per questo gli Astronomi segnato quel tratto di Cielo stellato, che appartiene al Sole, e alla Luna, e agli altri pianeti, il quale tratto concepirono a guisa di una Zona, o Fascia, la cui larghezza è di venti gradi, cioè a dire dieci per parte dell' Ecclittica, e in dodici parti lo divisero o per la comodità di tal numero, ch' è divisibile in due, tre, quattro, sei, e dodici senza che avanzi frazione alcuna, o perchè intanto che il Sole compie il suo giro, la Luna compie prossimamente dodici lunazioni. Tale tratto del Cielo chiamarono essi il *Zodiaco* dalla voce Greca ζωδιακος, che significa *animale*, essendo state denominate col nome di animali le costellazioni, che in esso si sono distinte, o perchè se le immaginassero simili nella figura a quegli animali da' quali presero il nome, o perchè vollero dare loro tali nomi, e per maggiore facilità della fantasia, e per maggior ornamento. Le dodici parti, nelle quali fu egli diviso furono dette le *Dodecatemorie*, ed ancora i *Segni*, e furono denominate dalle costellazioni, che in esse si ritrovavano l' *Ariete*, il *Toro*, i *Gemelli*, il *Cancro*, il *Lione*, la *Vergine*, la *Libra*, lo *Scorpione*, il *Sagittario*, il *Capricorno*, l' *Acquario*, e i *Pesci*.

Ma perchè le Stelle compariscono con moto proprio avanzarsi, ed essere portate da occidente in oriente per una conversione che si fa intorno a' poli dell' ecclittica, la quale sebbene è così lenta, che in 72 anni appena le fa avanzare un grado, è da avvertire, che le costellazioni non sono già più nel sito, in cui erano al tempo d' Ipparco, da cui pare, che fosse inventato, o almeno

[1] *Fig.* 3. *Tav.* 17.

almeno denominato il Zodiaco; ma notabilmente sono verso l'oriente avanzate. Non resta però, che collo stesso nome non si chiamino ancora le Dodecatemorie, e non si chiami ancora Ariete il primo segno, sebbbene non vi è più in esso la costellazione dell'Ariete, ma quella del Toro.

I primi sei segni sono detti i *Settentrionali*, gli altri sei gli *Australi*. Sei parimente sono gli *Ascendenti*, e sei i *Discendenti*. Quelli sono il *Capricorno*, l'*Acquario*, i *Pesci*, l'*Ariete*, il *Toro*, i *Gemelli*, ne' quali il Sole dall'austro al settentrione ascende; gli altri sei sono quelli, ne' quali il Sole dal settentrione all'austro discende, cioè il *Cancro*, il *Lione*, la *Vergine*, la *Libra*, lo *Scorpione*, e il *Sagittario*. Ciascuna Dodecatemoria si divide in trenta gradi, la somma de' quali fa il numero di 360, ne' quali ogni circolo degli Astronomi si divide. Dove sta il primo grado dell'Ariete, che è uno de i due punti, dove l'ecclittica, e l'equatore si tagliano, in cui essendo il Sole si ha l'equinozio di Primavera, incominciano a numerare gli Astronomi, e la loro numerazione va da occidente in oriente, cioè dall'Ariete al Toro, indi ai Gemelli ec. e così seguitando secondo l'ordine sopramentovato de' Segni. E quando un corpo celeste si muove da occidente in oriente, dicesi muoversi secondo l'*ordine de' Segni*, ovvero *in conseguenza*, e quando si muove da occidente in oriente, dicesi muoversi contro l'ordine de' Segni, ovvero *in antecedenza*.

I circoli, che si descrivono per gli poli dell'ecclittica, e perciò la tagliano ancora ad angoli retti, sono i *secondarj dell'ecclittica*, e per mezzo di questi si riduce qualunque Fenomeno all'ecclittica, come per mezzo dei secondarj dell'equatore si riduce all'equatore. Così se l'ecclittica è OO [1], i di cui poli S ed S, il cerchio SS è uno de' suoi secondarj, il quale descritto per lo Fenomeno P determina il punto dell'ecclittica R, cui tale fenomeno si riduce. Dal che nascono diverse denominazioni; imperocchè se due corpi celesti si riducono allo stesso punto di ecclittica si dicono *Congionti*, e si dicono *Opposti*, quando si riducono a due punti opposti. Se i due punti, ai quali si riducono due Pianeti, sono distanti la quarta parte dell'ecclittica, tali Pianeti si dicono essere in *Aspetto Quadrato*, se la terza parte, in *Aspetto Trino*, se la sesta parte in *Sestile*, e tali Aspetti con nome generale chiamansi *Sizigie*, benchè per tal nome intendansi particolarmente la congiunzione, e l'opposizione. L'arco AR

[1] *Fig. 2. Tav. 17.*

AR dell'ecclittica numerato in conseguenza dal primo dell'ariete A fino al punto R, per cui passa il secondario del Fenomeno, misura la *longitudine celeste* dello stesso fenomeno, e l'arco PR del secondario preso dal centro del fenomeno al punto R dell'ecclittica, per cui passa, misura la sua *latitudine celeste*, la quale è *Boreale*, ovvero *Australe* secondo che il corpo celeste è di qua, o di là dell'ecclittica. Tali secondarj per questo diconsi ancora i circoli delle *latitudini celesti*.

Dell' Orizzonte.

Orizzonte dicesi quel circolo massimo che divide la sfera in due emisferi, l'uno visibile ed al dissopra di noi, l'altro invisibile, ed al dissotto. Se passa per l'occhio dello spettatore abitante sulla superficie della Terra, come *a b* [1] dicesi l'*orizzonte sensibile*; se per lo centro della Terra, come A B, dicesi orizzonte razionale. Quanto più è lontano un corpo celeste, che spunta sull'orizzonte, tanto meno sensibile apparisce la differenza di questi due orizzonti, in maniera che nell'enorme distanza, in cui sono le Stelle, si confonde un orizzonte con l'altro, cioè a dire, subito che spuntano sull'orizzonte razionale si veggono spuntare ancora sull' orizzonte sensibile. Ma non così se il corpo celeste è vicino, come per esempio la Luna, la quale quando incomincia a spuntare sull'orizzonte razionale, non ancora è spuntata sull'orizzonte sensibile. Dicesi orizzonte quasi *terminatore*, o *definitore*. Se dai poli Z ed N in questo circolo, si tira una linea, sarà questa, per la dottrina di Teodosio, perpendicolare al circolo, e passerà per lo centro, e come nel centro stesso dell'orizzonte sta lo spettatore terrestre, così passerà per questo per lo vertice stesso dello spettatore; per questo il polo Z è il punto stesso verticale allo spettatore, il quale si chiama il *Zenith*, a cui l'opposto ed egualmente distante N si chiama *Nadir*. Tutti i circoli, che si concepiscono descritti per questi due punti si dicono i *secondarj* dell'*Orizzonte*, i quali perchè passano per lo vertice dello spettatore si dicono *Verticali*, ed ancora *Azimuthi*. Tra' quali due se ne distinguono, il primo, che passa per gli poli mondani ed è perpendicolare all'equatore, e chiamasi il *meridiano*, e l'altro, che taglia il meridiano ad angoli retti, e dicesi il *Verticale primario*. Da questi due circoli sono determinati i quattro punti cardinali della sfera, che sono le quattro interseezioni fatte da essi nell'orizzonte; dal meridiano sono determinati i punti del Borea, e dell'Austro, dal Verticale primario i punti

1) 1. *Fig. 5. Tav. 17.* (2) *Fig. 6. Tav. 17.*

punti dell'oriente, e dell'occidente. Tutt'i circoli, che si concepiscono paralleli all'orizzonte, o verso il Zenith, o verso il Nadir, si dicono *Almuncantarathi*, come MM. Per mezzo de' circoli verticali si determina l'*altezza*, e la *depressione* di un fenomeno riguardo all'orizzonte, e la misura della sua altezza, ovvero della depressione è l'arco del Verticale intercetto tra il centro del dato fenomeno e l'orizzonte, come l'arco [1] PR. L'arco OR intercetto tra il punto cardinale O, ed il punto R dell'orizzonte, per cui passa il Verticale descritto per lo centro del corpo celeste, dicesi l'*azimutho* orizzontale del detto corpo. Come l'equatore, e l'ecclittica sono due cerchi immutabili, così l'orizzonte è mutabile, e vario, perchè dipende dallo spettatore in maniera, che tanti orizzonti debbano concepirsi, quanti spettatori si concepiscono. Quanti si voglia però sieno gli orizzonti, a tre sorte si riducono. Imperocchè o lo spettatore è sotto l'equatore, in maniera che l' equatore sia allora perpendicolare all'orizzonte di tale spettatore, e allora l'orizzonte chiamasi *Retto*, e lo spettatore dicesi essere nella *Sfera retta*; o che lo spettatore è fuori dell' equatore, in maniera che l' equatore sta inclinato al suo orizzonte, e allora l'orizzonte dicesi *Obliquo*, e la positura della sfera *obliqua*, o infine lo spettatore è sotto uno dei poli in maniera che l'equatore diventa il suo orizzonte, e allora l'orizzonte dicesi *Parallelo*; e la sfera è in positura *parallela*, dalle quali diverse positure nascono diverse variazioni per gli spettatori terrestri.

Imperocchè quelli che hanno l'orizzonte retto hanno il Zenith, e Nadir nello stesso equatore, e il loro orizzonte passa per gli poli mondani; ciascun punto della sfera ed in conseguenza ciascun corpo celeste comparisce ad essi ascendere perpendicolarmente all'orizzonte nella conversione diurna, e tutti i corpi che insieme nascono pervengono insieme al Meridiano, ed insieme tramontano. Vedono essi qualunque corpo celeste girare per egual tempo sopra dell'orizzonte, e dissotto. Così delle conversioni diurne del Sole in qualunque giorno dell'anno la metà si fa sopra dell'orizzonte, e la metà dissotto, onde nasce, che per tali spettatori i giorni in tutto l'anno sieno eguali alle notti, cioè a dire vi sia perpetuo equinozio. In tale positura parimente l'*ascensione*, e *discensione* delle Stelle, è *retta*, e la misura della ascensione retta è l'arco dell'equatore preso per l'ordine de' segni dal primo punto d'Ariete fino al punto, che insieme colla data Stella ascende sull'orizzonte, come l'arco AO [2] essendo A il

(1) *Fig. 6. Tav. 17.* (2) *Fig. 2. T. 17.*

primo d'Ariete, ed O il punto dell'equatore, che ascende insieme con la Stella S; l'arco poi preso dal primo punto d'Ariete A fino al punto dell'equatore, che colla data Stella tramonta, è la misura della discensione retta.

Quelli, che hanno la sfera obliqua, hanno il Zenith di quà dell'equatore, ed il Nadir di là. Uno dei poli mondani loro sempre apparisce, e l'altro sta sempre sempre loro nascosto, l'uno giammai non tramontando, e l'altro giammai non nascendo. In tale positura, essendo che ciaschedun punto della Sfera descrive con equabile moto o l'equatore o un cerchio parallelo ad esso, e di tutti questi cerchi essendo il solo equatore tagliato egualmente dall'orizzonte, e tutti gli altri essendo inegualmente tagliati, seguita che di tutte le conversioni del Sole, quella sola è bipartita egualmente che egli fa quando si ritrova nell'equatore, e allora si agguaglia il giorno alla notte, il che succede due volte all'anno, cioè a dire adì 21. di Marzo, e adì 21. di Settembre.

Ma tutte l'altre conversioni sono inegualmente tagliate, ed allora i giorni non sono eguali alle notti, e sono maggiori i giorni quando il Sole è di quà dall'equatore, minori quando è di là, perchè nel primo caso del parallelo, che descrive il Sole la parte maggiore sta sopra l'orizzonte, e nel secondo sta di sotto. Se l'obliquità della sfera cresce in maniera, che tutto il parallelo descritto dal Sole, o da qualche Stella stia tutto sopra dell'orizzonte, allora per tali abitatori non tramonta per quel giorno il Sole, o la detta stella, ma se il parallelo sta tutto nascosto sotto l'orizzonte per questi abitatori non nasce allora il Sole, o la detta stella. Da tale sfera l'ascensione, o discensione delle stelle, è *obliqua*, e la sua misura è l'arco, che dal primo d'Ariete per l'ordine de' segni si numera fino al punto dell'equatore che insieme con la stella nasce, o tramonta. La differenza de' due archi che rispondono all' ascensione retta, ed obliqua si dice la *Differenza Ascensionale*. Quelli infin, che hanno la sfera parallela hanno per loro Zenith uno dei poli mondani, e per loro Nadir l'altro. Tutti i punti celesti fanno per essi una conversione parallela all'orizzonte; per essi nessun punto dato di sfera nasce, e nessuno tramonta; perchè quelli, che sono sopra dell'orizzonte stanno sempre sopra dell'orizzonte, e quelli, che sono dissotto non spuntano mai. Quando il Sole è nell' equatore apparisce ad essi mezzo sopra dell'orizzonte, e mezzo dissotto, e di tutte le sue annue conversioni la metà sta sopra dell'orizzonte, e la metà sta dissotto, cioè a dire vi sono per tali abitatori sei mesi di giorno, e sei di notte.

Del Meridiano.

Il *Meridiano* è il cerchio massimo, che passa per gli poli del Mondo, e per gli poli dell'orizzonte, cioè per lo Zenith, e Nadir dello spettatore, come AZBN [1]. Come a qualunque spettatore appartiene il suo orizzonte, così ancora il suo meridiano, e dicesi *Meridiano*, perchè per qualunque spettatore, quando il Sole è arrivato in questo cerchio nella diurna sua conversione, allora vi è il *Meriggio*. Imperocchè da tale cerchio tutti gli archi, che il Sole o sopra, o sotto l'orizzonte descrive sono tagliati in parti eguali. Esso determina il punto medio della dimora, che fa una stella, o il Sole o sopra, o sotto dell'orizzonte; imperocchè tal momento di tempo è quando la stella arriva al meridiano, nel qual tempo ancora vi è la sua massima elevazione. Per mezzo di tal cerchio si misura ancora la *Latitudine terrestre* di un dato luogo, la cui natura è l'arco del meridiano intercetto tra il dato luogo, e il punto dell'equatore, per cui il suddetto meridiano passa. Così parimente serve a misurare la *Longitudine terrestre*. Appresso gli antichi la longitudine di un dato luogo era determinata dall'arco dell'equatore intercetto tra il primo meridiano, e il meridiano del luogo dato, numerando da occidente in oriente, ed il primo meridiano era appresso di essi il meridiano del luogo riguardo ad essi più occidentale, cioè nell'Isole *Azzoridi*, o *Fortunate*. Ora il primo meridiano viene stabilito da ciascuno nella sua Città, e l'arco intercetto tra questo meridiano, e quello del luogo dato, è la misura della longitudine ricercata. Dal meridiano ancora si misura l'altezza del polo sull'orizzonte, e di tanti gradi si giudica essere elevato il polo sull'orizzonte, di quanti è l'arco del meridiano, che sta intercetto tra il polo e l'orizzonte.

Essendo il tempo che impiega il Sole nel girar da un meridiano all'altro, diviso in ventiquattro parti eguali, che *Ore* si appellano, nel qual tempo comparisce il Sole equabilmente descrivere tutto il suo parallelo, oltre il meridiano altri secondarj circoli sono conceputi, che passano per gli poli mondani, come PR [2] e sono detti *Circoli Orarj*, ed eguale intervallo posti in maniera che quindici gradi dell'equatore per ogni loro intervallo sono compresi. Si dicono circoli Otarj, perchè per mezzo d'essi può determinarsi qual ora sia avanti, e dopo il mezzo giorno. Così se nel second'Orario si ritrova il Sole, si conosce man-

(1) *Fig.* 7. *T.* 17. *Fig.* 8. *T.* 17.

mancar un'ora al mezzo giorno, se nell'undecimo vi ha un'ora di più. Di tali circoli quanti si voglia se ne possono concepire secondo che si divide il tempo in parti; nè sono differenti dagl' infiniti meridiani, che possono concepirsi secondo le infinite posizioni dell'abitatore dall'Oriente all'Occidente.

Dei due Coluri.

I Coluri sono due circoli massimi, che dai poli mondani sono tirati all'equatore, e passando per gli quattro punti cardinali del Zodiaco dividono la Sfera in quattro quadranti. Sono detti Coluri quasi *imperfetti*, perchè a quelli, che hanno la sfera obliqua non compariscono mai tutt'intieri sull'orizzonte. E sono due, l'uno si chiama il *Coluro degli Equinozj* che passa per gli due punti equinoziali, cioè per lo principio dell'Ariete, e della Libra; l'altro è il *Coluro de' Solstizj*, che passa per gli due punti solstiziali, cioè per lo principio del Cancro, e del Capricorno, dove arrivato il Sole, per qualche tempo comparisce restar nel medesimo parallelo senza accostarsi, nè discostarsi dall'equatore. Da' due Coluri è diviso il Zodiaco in quattro parti eguali, che rispondono alle quattro stagioni dell'anno. Il Coluro degli Equinozj divide l'ecclitica ne' segni *Australi*, e *Settentrionali*; quello dei Solstizj ne' segni *Ascendenti*, e *Discendenti*.

De' quattro cerchi minori, e prima de' due Tropici. Capitolo II.

I *Tropici* sono i due cerchi minori distanti dall'equatore ventitrè gradi e mezzo, come MM [1] l'uno de' quali a noi vicino si dice il *Tropico del Cancro*, l'altro che è verso Austro, si dice il *Tropico del Capricorno*. Sono detti ancora i circoli *Solstiziali*, perchè si fanno in essi i Solstizj, imperocchè il Sole non oltrepassa mai tali cerchi; ma quando è pervenuto ad uno, ritorna in dietro; dal che si chiamano Tropici.

Il Tropico del Cancro, che si dice ancora il *circolo estivo*, e il *circolo dell'alto solstizio* è il più vicino al Settentrione di tutti quelli, che il Sole descrive, cui essendo giunto il Sole non più verso il Settentrione si accosta, ma ritorna verso Austro. Quando il Sole è in questo Tropico, per noi il giorno è più lungo di tutti, e la notte è la più breve. Il Tropico del Capricorno, che si dice ancora l'*Invernale*, e del *basso Solstizio*, è il circolo di

(1) *Fig.* 9. *T.* 17.

di tutti quelli, che descrive il Sole, più remoto da noi, ove essendo giunto il Sole, non più da noi si allontana; ma ritorna ad avvicinarsi. Quando il Sole è in questo Tropico per noi v'è la notte più lunga, e il giorno più breve.

De i due Polari.

I due circoli paralleli all'equatore, e distanti ciascheduno dal suo polo ventitrè gradi e mezzo, sono detti i *Polari* come RR. E sono questi descritti da' poli dell'ecclittica giranti intorno i poli mondani nella conversion della sfera, perciò la loro positura è immutabile, e l'ecclittica giammai non si muta; ma se questa si muta, si mutano ancor'essi di sito. Quello che sta vicino al Polo Artico, si dice il *Polare Artico*, ovvero *Settentrionale*, e quello che sta vicino al Polo Antartico, si dice *Polare Antartico*, ovvero *Australe*.

Delle Zone. Cap. III.

DA' due Tropici, e da' due Polari considerati nella sfera terrestre viene tutta la superficie della Terra divisa in cinque spazj, che si chiamano *Zone*, e *Fasce*. Due di queste sono *Fredde*, due *Temperate*, ed una *Torrida*.

La Torrida è situata in mezzo dei Tropici MM, così detta dal calore del Sole, per cui appresso gli antichi era creduta inabitabile, e la sua larghezza è di gradi 47. Tre sorte di abitatori in essa si distinguono; altri sotto l'equatore, altri fra l'equatore e i Tropici, ed altri sotto i Tropici. Quelli, che sono sotto l'equatore, hanno un perpetuo equinozio, il Sole è loro verticale due volte all'anno, cioè a dire nel meriggio quando è nel primo grado dell'Ariete, e della Libra, nel qual tempo essi non fanno alcuna ombra, e perciò si dicono *Ascj*, cioè senza ombra.

Tutte le stelle per essi nascono, e tramontano, hanno quattro solstizj, cioè due alti essendo il Sole ne' punti equinoziali, e due bassi, essendo egli ne' due tropici; hanno due stati, e due inverni, e per sei mesi hanno le ombre all'Austro, e per gli altri sei al Settentrione; onde *Amfiscj* sono ancora chiamati, cioè di due ombre.

Quelli, che sono tra l'equatore e i tropici hanno parimente due ombre, onde anch'essi sono Amfiscj, hanno quattro solstizj, due alti, e due bassi, due stati, e due inverni, due volte l'anno ancor ad essi sta il Sole verticale al meriggio; onde *Ascj* sono chiamati.

Quelli

Quelli finalmente, che sono sotto i tropici hanno un' ombra sola, onde *Eteroscj*, ovvero di una sola ombra si chiamano. Hanno due solstizj uno alto, e uno basso, una sola state, ed un solo inverno, ed una volta all'anno il Sole verticale al meriggio, nel qual tempo sono *Ascj*.

Le due fredde sono verso i due poli mondani limitate da' circoli Polari RR; e perciò ciascheduna comprende ventitrè gradi e mezzo. Risplendendo a queste molt' obliquo il Sole credevano gli antichi, che fossero ancora queste inabitabili; ma si scopersero poi la maggior parte abitate.

In queste ancora si distinguono tre sorte di abitatori; imperocchè altri sono sotto i circoli polari, altri sotto i poli, altri tra i poli e i circoli polari. Quelli che sono sotto i circoli polari hanno dentro di un anno un giorno di ventiquattr'ore, ed una egual notte. Quelli che sono tra il polo e i polari hanno alcuni giorni maggiori di ventiquattr' ore; e così alcune notti; in tutto il restante essendo simili agli abitatori delle temperate. Quelli finalmente, che sono sotto i poli hanno sei mesi giorno, e sei mesi notte, hanno un solo solstizio, una sola state, un solo inverno; le ombre girano loro d' intorno, onde *Periscj* sono detti, ovvero coll' *Ombre intorno*.

Le altre due, che sono in mezzo tra il calore e il freddo, diconsi *Temperate*, l' una delle quali è limitata dal Polare Artico, e dal tropico del Cancro, l' altra dal Polare Antartico, e dal tropico del Capricorno, essendo ciascuna distesa per quarantatrè gradi. Gli abitatori di tali Zone hanno due solstizj un alto, e un basso, una sola state, ed un solo inverno, due equinozj. Ad essi il Sole non è mai verticale, alcune stelle giammai non nascono, alcune giammai non tramontano; ed hanno una sol' ombra; onde *Eteroscj* sono chiamati.

Dei Paralleli, e dei Climi.

La diversità dei giorni, e delle notti, che si ritrova secondo le diverse distanze dall' equatore, onde quanto più sta lontano da esso l' abitatore, tanto più cresce per esso il massimo giorno, e la massima notte, fu occasione a Tolommeo, ed agli antichi Cosmografi di dividere le Zone terrestri con *Cerchi Paralleli* all' equatore distanti l' uno dall' altro quanto importa di spazio l' accrescimento di un quarto d' ora per lo massimo giorno. In tal modo posto l' equatore per primo cerchio; il secondo è dove il massimo giorno è di ore 12, e $\frac{1}{4}$; il terzo dove è di ore 12, e $\frac{1}{2}$;

e così

e così seguitando. Due di tali spazj compresi tra i paralleli formano un *Clima*, e perciò i Climi vanno di mezz' ora in mezz' ora, che dall' equatore al Polare computati sono ventiquattro. I Climi computati dagli antichi sono solamente sette trascurando quei luoghi, che ad essi erano poco noti; e da qualche luogo insigne, che dentro del Clima si ritrovava, ad essi diedero il nome. Così il primo fu chiamato il Clima per Meroe Isola bagnata dal Nilo, il secondo per Siene Città dell' Egitto, il terzo per Alessandria, il quarto per Rodi, il quinto per Roma, il sesto per lo Ponto Eusino, il settimo per le Foci del Boristene. In quel modo che distinsero i climi verso l' Artico, li distinsero ancor nell' Antartico dando loro la denominazione contrapposta ai primi. In tal modo distinsero il clima *contra Meroe*, *contra Siene ec.*

Dei Perieci, Anteci, ed Antipodi. Cap. IV.

SEcondo la diversità dei cerchi, ne' quali sono gli abitatori terrestri, si distinguono in *Perieci*, *Anteci*, ed *Antipodi*. I *Perieci* quasi *abitatori d' intorno* sono quelli, che abitano sotto lo stesso parallelo, e meridiano nella medesima Zona, de' quali in conseguenza v'è la stessa latitudine verso il medesimo polo, e la differenza della longitudine è di 180. gradi. Questi hanno primamente la stessa Zona, la stessa state, e lo stesso inverno, e i giorni, e le notti simili; ma non lo stesso principio di giorno, o di notte. Quando è mezzo giorno per uno, è mezza notte per l'altro. Nel tempo degli equinozj il Sole nasce a un Perieco, mentre tramonta all' altro; ma nella primavera, e state prima nasce ad uno di quello, che tramonti all' altro; e nell' autunno, ed inverno prima tramonta ad uno di quello che nasca all' altro.

Gli *Anteci*, quasi abitatori all' incontro, sono quelli, che sono sotto un meridiano comune ad egual longitudine, e latitudine in due Zone diverse l' uno di qua, l'altro di là dell' equatore. Hanno questi insieme il mezzo giorno, e la mezza notte, e numerano insieme tutte le ore; ma la quantità del loro giorno è diversa. Perchè quando cresce appresso un Anteco Boreale il giorno, decresce presso l' Australe. Le stagioni dell' anno sono nello stesso tempo contrarie; cioè a dire quando uno ha la primavera, l' altro ha l' autunno, e quando l' uno la state, l' altro l' inverno. I giorni d' uno sono eguali alle notti dell' altro, nel tempo degli equinozj il Sole nasce ad essi insieme, e tramonta insieme; negli altri giorni all' uno tramonta più presto che all' altro.

Gli

Gli *Antipodi* sono quelli, che abitano in un punto a noi opposto sotto lo stesso meridiano, ma diametralmente opposti, e distanti l' uno dall'altro 180. gradi. Hanno questi lo stesso orizzonte, ma Emisfero diverso, e per tutto l' anno mentre il Sole, e le stelle ad uno nascono, all' altro tramontano. Il giorno più lungo per uno è il più breve per l' altro, e quando all' uno è il mezzo giorno, all' altro è la mezza notte. Mentre all' uno è primavera, all' altro è autunno, e mentre all' uno è state, all' altro inverno. Quanta elevazione uno ha di polo Boreale, tanta l' altro ha dell' Australe. Finalmente quelle stelle, che perpetuamente ad un Antipodo appariscono, all' altro stanno sempre nascoste.

Del nascere, e tramontar delle Stelle Cosmico, Acronico, ed Heliaco. Cap. V.

IL nascere, e il tramontar delle Stelle si può considerar assolutamente, e respettivamente. Nel primo modo allora si dice *nascere* una stella quando spunta sull' orizzonte, e *tramontare* quando si nasconde. Ma nel secondo modo, [ch' è assai usitato da' Poeti] tre specie si distinguono. Il nascere, o tramontar *Cosmico*, l' *Acronico*, e l' *Heliaco*. Nasce *Cosmicamente* una stella, quando nasce nello stesso tempo, in cui nasce il Sole, e tramonta *Cosmicamente* quando tramonta nello stesso nascer del Sole. Nascere, e tramontare *Acronicamente* s' intendeva ordinariamente una stella, quando nasce, o tramonta nel tramontare del Sole; ma in altra maniera giudica il Keplero doversi prendere questa voce, e il nascer, e tramontare Acronico doversi intendere sempre in opposizione del Sole in maniera che nasca Acronicamente una stella, quando nasce nel tramontare del Sole, e tramonti Acronicamente, quando tramonta nel nascer del Sole.

Quando una stella, che nascendo col Sole era tolta alla nostra vista dai raggi stessi del Sole, incomincia a separarsi dal Sole, ed a farsi vedere o nascendo prima del Sole, o tramontando dopo del Sole, si dice *nascere Heliacamente*. Ma *tramonta Heliacamente* quando ci viene tolta di vista dai raggi del Sole. Non colla stessa misura di tempo tutte le stelle o s' immergono ne' raggi del Sole, o si manifestano quando prima erano immerse. Imperocchè ciò dipende dalla maggiore, o minor chiarezza delle stelle. Così perchè si scoprano le stelle della minima grandezza è necessario, che il Sole sia diciotto gradi depresso sotto l' orizzonte, perchè non vi sia alcun crepuscolo, che le offuschi; per quelle della stessa grandezza diciassette, e così seguitando fino che per quelle della prima

prima grandezza sono necessarj dodici gradi. I Pianeti ricercano minor depressione; così per Saturno, e Marte undici gradi si ricercano, per Giove, e Mercurio dieci, per Venere cinque, sebbene tali misure vengono alterate secondo la maggiore, o minore vicinanza dello stesso Pianeta.

Della Parallasse. Cap. VI.

Sia AB [1] la Terra, il di cui centro C, e sia un fenomeno in P, il quale se fosse guardato dal centro C sarebbe riferito al punto del Firmamento, ovvero alla stella fissa N, ma riguardato dal luogo A è riferito al punto, ovvero alla fissa M. Il punto M chiamasi il *Luogo Apparente*, o *Sensibile*, e il punto N il luogo *Reale*, o *Razionale*, e la differenza di tali luoghi, cioè l' arco NM dicesi la *Parallasse di altezza* del suddetto fenomeno.

E perchè l' arco NM non è sensibilmente differente dall' angolo NPM, come se P fosse nello stesso centro C, per questo per la Parallasse del Pianeta prendesi ancora l' angolo NPM, ovvero il suo eguale APC.

Ivi è da osservare, che restando sempre il fenomeno nella stessa distanza dal centro C, secondo le diverse sue orizzontali altezze, sono diverse ancora le sue Parallassi. Quando è nel Zenith Z, allora coincidendo la retta tirata dal centro C, e dal punto A, l' angolo APC diventa zero, ed in conseguenza la parallasse è nulla. Ma più che il fenomeno si allontana dal Zenith, l' angolo APC [2] diviene più grande, e perciò cresce la parallasse, la quale diventa massima, quando il fenomeno sta sull' orizzonte, come si conosce calcolando per trigonometria il triangolo APC.

Ma essendo le altezze pari quanto più è distante il fenomeno, tanto minore è la sua parallasse. Così essendo posti nella medesima altezza i due fenomeni P [3], e *p*, la parallasse di trovasi minore di quella di P.

Teore-

[1] *Fig.* 10. *Tav.* 17. [2] *Fig.* 11. *Tav.* 17. [3] *Fig.* 12. *Tav.* 17.

Teorema fondamentale.

La distanza di un fenomeno dal centro della Terra è al semidiametro della Terra come il seno della distanza apparente dal Zenith al seno della Parallasse.

Ciò si fa evidente dalle dottrine trigonometriche. Imperocchè nel triangolo APC [1] il lato CP è al lato AC come il seno dell' angolo CAP, ovvero ZAP, ch' è la distanza apparente del fenomeno P dal Zenith Z, al seno dell' angolo APC, ch' è la Parallasse.

Corollarj.

1. Dalla qual proposizione seguita primamente, che essendo pari le distanze dal Zenith, quanto maggiori saranno le distanze di un fenomeno della Terra, tanto minori saranno, come abbiamo detto, le sue parallassi in maniera che può crescere in tale maniera la sua distanza, che può svanire affatto, e rendersi insensibile la sua parallasse.

2. In quel modo, che conosciuta la distanza di un fenomeno dalla Terra si può conoscere per tale proposizione la sua parallasse, così ancora conosciuta la sua parallasse, potrà conoscersi la sua distanza.

3. Se vi siano due fenomeni egualmente dalla terra distanti, ma diversamente elevati sull' orizzonte, saranno i seni delle loro parallassi come i seni delle loro distanze dal vertice. Imperocchè la loro distanza dal centro della Terra dicasi A, e il raggio della Terra dicasi R; i seni delle loro distanze dal vertice si dicano S, ed *s*; e i seni delle loro parallassi P, e *p*; e si avrà per lo Teorema.

$$A : R = S : P$$

e parimente $A : R = s : p$

onde si deduce $S : s = P : p$, cioè a dire seno della distanza apparente dal Zenith in un fenomeno a quella di un altro, come seno della Parallasse del primo al seno della Parallasse del secondo.

4. Ma se i due fenomeni sono inegualmente rimoti dal centro della Terra, ed egualmente distanti dal vertice, i seni delle Parallassi sono reciprocamente, come le loro distanze dal centro. Imperocchè siano le loro distanze dal centro [2] A, ed *a*; i seni

[1] *Fig.* 10. *Tav.* 17. [2] *Fig.* 12. *Tav.* 17.

seni delle loro distanze dal vertice B, e B, i seni delle loro parallassi, S, ed *s*, e si avrà per la stessa proposizione.

A : R = B : S

e parimente *a* : R = B : *s*

dunque A S = *a s*; e perciò A : *a* = *s* : S; cioè a dire i seni delle parallassi in ragione reciproca delle distanze dal centro.

5. Onde nasce infine essere i seni delle parallassi in ragione composta diretta delle altezze del vertice, ed inversa della distanza dal centro della terra.

Delle parallassi di longitudine, e latitudine.

L' alterazione dell' altezza, che è cagionata dal sito dello spettatore fa che si alteri ancora la *Latitudine*, e *Longitudine*. Imperocchè sia OR [1] l' orizzonte, Z N il verticale, e CC l' ecclittica, e sia D il luogo razionale di un corpo celeste, *d* il luogo veduto. Se all' ecclittica si tirano i circoli di latitudine DE, *de*, è è cosa chiara che riguardo al luogo vero D nel verticale il luogo nel ecclittica sarebbe in E, ma riguardo al luogo veduto *d* nel verticale il luogo nell' ecclittica sarebbe in *e*. Ed in tal modo posto A per lo principio dell' Ariete la longitudine razionale sarebbe AE, ma la sensibile *Ae*, e la differenza E *e* di tali due longitudini dicesi la *Parallasse di longitudine*. Tirato poi l' arco D*r* parallelo all' ecclittica, sarà l' arco *dr* la differenza della latitudine razionale dalla veduta, e dicesi la *Parallasse di Latitudine*.

Dalle quali cose seguita, che se il verticale è parimente circolo di latitudine, cioè a dire, se è perpendicolare all' ecclittica, allora svanisce la parallasse di longitudine; ma se la stessa ecclittica è verticale, svanisce allora la parallasse di latitudine.

Della mutazione del sito per cagion della Rifrazione. *Cap. VII.*

NON è solo il sito dello spettatore terrestre, che faccia comparire in luogo diverso dal vero i corpi celesti; ma ciò nasce ancora dalla *Rifrazione* de' loro raggi. Imperocchè sia un Pianeta in P [2], un raggio del quale intendasi cadere nel punto O dell' Atmosfera terrestre, e allora poich' egli passa dall' etere puro nell' aria, cioè dal raro al denso, invece di proseguire drittamente il suo

[1] *Fig.* 13. *Tav.* 17. [2] *Fig.* 14. *Tav.* 17.

suo cammino, sarà obbligato per le leggi della Diottrica ad inflettersi verso la perpendicolare A C, e perciò agirà sull' occhio dello spettatore posto in A, come se provenisse dal punto *p*, e perciò il Pianeta, come abbiamo dimostrato nelle dottrine della visione, sarà veduto in *p*. Dove si conosce, che la Rifrazione fa un effetto tanto contrario alla Parallasse, cioè a dire che la Parallasse abbassa l' oggetto, e la rifrazione lo innalza.

Se l' Atmosfera fosse per tutto egualmente densa, allora passando i raggi dall' etere puro nell' Atmosfera, s' infletterebbono solamente in O andando per la retta AO. Ma se come è più probabile, i gradi della densità vanno sempre aumentando secondo che si diminuiscono le distanze dal centro, allora il raggio patirà continuate inflessioni, e la linea AO diventa una curva.

Ivi è da osservarsi, che la diversità della distanza non cagiona diversità di rifrazione, quando vi sia la medesima elevazione. Imperocchè o sia il Pianeta in P, o sia in R, essendo i suoi raggi egualmente incidenti saranno ancora per le leggi della Diottrica egualmente rifratti, e perciò nell' uno, e nell'altro caso per la stessa linea saranno riferiti il primo in *p*, ed il secondo in *r*.

Ma quando la elevazione è diversa, è ancora diversa la rifrazione; imperocchè essendo il seno della rifrazione in ragione sempre costante col seno dell' incidenza, sarà l' inflessione tanto maggiore quanto meno sta elevato sovra l' orizzonte il fenomeno, cioè a dire sarà maggiore la rifrazione, e la differenza del sito reale dall' apparente comparirà più grande.

SEZIONE SECONDA.

Della divisione de' tempi, e dell' Epoche più celebri stabilite dagli Astronomi nelle loro computazioni.

QUando una qualche *Cosa* dal primo punto, in cui ha incominciato ad esistere, continua ad esistere, si dice che *dura*, e la continuazione della sua esistenza si dice *durazione*. L' idea della durazione non importa in se stessa alcun limite; ella è una *indefinita serie successiva* di *parti fluenti*, *ovvero d' istanti*, l' *uno de' quali non v' è più*, *quando l' altro comincia*. Nell' idea infinita della durazione si contiene l' idea finita del tempo, in quella maniera che nell' idea indefinita dell' estensione si contiene l' idea finita della figura, e il tempo altro non è, che un *aggregato finito di quegl' istanti*, o *termini*, o *punti di durazione*, de' de' *quali l' aggregato infinito forma* la *durazione*, cioè a dire egli è una *durazione determinata*.

Tra le parti del tempo dagli Astronomi stabilite le più comuni sono il *Giorno*, il *Mese*, e l' *Anno*, delle quali gli Astronomi con accuratezza trattano, dipendendo dall' esatta notizia, e misura di esse le dottrine più importanti de' tempi; e di tali parti ora diremo.

Del Giorno. Cap. I

Il *Giorno* è di due sorte: *Naturale*, ed *Artificiale*. Il naturale è tutto il tempo, in cui veggiamo il Sole star sopra dell' orizzonte, a cui si oppone la *Notte*, nella quale il Sole sta sotto dell' orizzonte. Egli si divide in *Astronomico*, e *Civile*, la qual divisione non nasce dalla differenza del tempo, ma solo dal modo di computarlo. L' Astronomico incomincia dal *Meriggio*, da cui lo incomincia la maggior parte degli Astronomi, benchè Copernico conformandosi ad Ipparco lo incominci dalla *Mezza notte*, secondo il qual modo sono costruite le Tavole Pruteniche.

Il *Civile* ha varj principj secondo le varie Società civili. Imperocchè i Babilonj [1], e i Greci l' incominciavano dal nascer del Sole, i Giudei, e gli Ateniesi dall' Occaso, gli Egiziani dalla Mezza notte, il che per tutta l' Europa oggidì si osserva fuori che nell' Italia, dove incomincia dall' Occaso del Sole. Ov' è da osservare non essere i giorni naturali esattamente tutti eguali; ma uno più lungo, uno più breve, come si conosce, se le rivoluzioni del Sole, ed i suoi regressi ad un dato meridiano si misurano colle vibrazioni de' pendoli. Ciò nasce parte dalla obliquità dell' ecclittica, parte perchè il moto, che veggiamo nel Sole, non è equabile, ma secondo la varia sua distanza dalla terra è più, o meno veloce.

Qualunque sia tal tempo, egli fu diviso in ventiquattro parti, che furono dette *Ore*, le quali sono di due sorte, cioè *Eguali*, ed *Ineguali*. L' ora eguale è una parte aliquota del giorno naturale, ventiquattro delle quali lo adeguano; e di tali ore si servono oggidì la maggior parte delle nazioni. Ciascuna di queste è divisa in 60. parti eguali, che si dicono *Minuti*, e ciascun minuto in 60. *Secondi*. L' ora *Ineguale* è *Diurna*, o *Notturna*. La prima è la duodecima parte del giorno Artificiale; l' altra è la parte duodecima della notte. Dalle quali cose seguita, ch' essendo ineguali i giorni artificiali, e così ancora le notti, saranno anche

[1] *Aulo Gellio lib. 3. notti Attiche*, *e Macrob. l. 1. Satur.*

che le loro parti duodecime ineguali; e saranno più lunghe in tempo di state di quello, che in tempo d' inverno. Di tali ore se ne servirono i Giudei, i Greci, e i Romani; ed ora se ne servono i Maomettani.

Un aggregato di sette giorni fu detto dai Greci *Hebdomade*, e da noi *Settimana*. Tale istituzione sembra non aver avuto altra origine, che dagli Ebrei, indicando il tempo, in cui dal Sommo Autore, come si descrive nel Libro primo del Genesi, fu costruito il Mondo, che fu di sette giorni, sei de' quali furono dati da esso all' opra, e il settimo al riposo secondo il testo, in cui si dice *Septimo die requievit ab opere*, il qual giorno gli Ebrei riputarono santo, e lo dissero il *Sabbato*. Le denominazioni però, che noi adoperiamo nei giorni furono prese dai Gentili, i quali diedero il nome ai sette giorni, che compongono la Settimana secondo i sette pianeti, nominando ciascun giorno da quel pianeta, cui nella loro computazione veniva a consagrarsi la prima ora di quello. Imperocchè ciascuna ora del giorno appresso di essi era dedicata per ordine al suo pianeta.

In tal modo se si stabilisce, che la prima ora della Domenica, che presso di loro era il giorno del Sole, sia dedicata al Sole, sarà la seconda dedicata a Venere, la terza a Mercurio, la quarta alla Luna, la quinta a Saturno, la sesta a Giove, e la settima a Marte sinochè si ritornerà al Sole nell' ottava, e così nella decimaquinta, indi nella vigesimaseconda. Sarà dunque la vigesimaterza consagrata a Venere, e la vigesimaquarta a Mercurio, ed in conseguenza la prima del giorno seguente sarà della Luna, il che è cagione, che il seguente giorno si dica il giorno della Luna. Con tal ordine procedendo si conosce perchè il terzo giorno sia dedicato a Marte, il quarto a Mercurio, e così seguitando.

Del Mese.

Per nome di *Mese* s' intende propriamente il tempo, in cui la Luna compie la sua rivoluzione da occidente in oriente nel Zodiaco.

Ma perchè intanto che il Sole compie la sua rivoluzione, la Luna ne percorre in circa dodici, fu ancora attribuito il nome di mese alla duodecima parte di un periodo Solare, che fu chiamata il *Mese Solare*, e come il periodo Solare fu computato di giorni 366 incirca; così il mese Solare fu computato di giorni 30, e $\frac{1}{2}$. I giorni del mese Solare presso i Romani erano deter-

minati

minati secondo i punti fissi delle *Calende*, *None*, e *Idi*. Il primo giorno di ciascun mese si diceva il giorno delle *Calende*, ovvero delle *Convocazioni*; perchè in quel giorno il Pontefice Massimo radunava il popolo per istruirlo di ciò, che doveva farsi in tutto il mese intorno le cose umane, e le divine.

Le *None* in Marzo, Maggio, Luglio, ed Ottobre cadevano nel settimo, in tutti gli altri nel quinto, e si dicevano *None* perchè cadevano nove giorni avanti gl' Idi; ed erano il tempo fisso per la promulgazione delle nuove Leggi. Nel decimoterzo, e decimoquinto cadevano gl' *Idi*, così detti dalla voce antica *iduare*, che vuol dir *dividere*, perchè dagl' Idi era in certa maniera diviso in due parti eguali il mese, e cadevano, come abbiamo detto, 9 giorni dopo le None, e da tali giorni erano denominati tutti gli altri, come si vede comunemente nelle Romane storie.

Il mese *Lunare* è di due sorte; altro è il *Periodico*, altro il *Sinodico*. Il Periodico è quello, in cui la Luna compie la sua rivoluzione nel Zodiaco, cioè e dire in cui da un dato punto allo stesso ritorna; ed è un poco minore di 27 giorni, e 8 ore. Il *Sinodico*, che si dice ancora la *Lunazione*, è il tempo, in cui la Luna passa da una congiunzione del Sole all' altra, ed è un poco maggior del Periodico; perchè intanto che la Luna si muove da occidente in oriente, e fa la sua intiera rivoluzione, il Sole avanza ancor esso verso la medesima parte, e perciò quando la Luna è ritornata al meridiano è necessario, che vi passi ancor qualche tempo per descrivere quella porzione, che intanto il Sole col proprio moto da oriente in occidente ha percorso. Tal mese è un poco più di giorni 29, e 12 ore.

Dell' Anno. Cap. II.

Anno generalmente significa il tempo di qualunque rivoluzione di Corpo celeste, nel qual senso si dice *Anno Lunare* il mese Periodico della Luna, ed *Anno Magno* la rivoluzion delle Stelle fisse, che prossimamente in 26000 anni solari si compie; ma per dignità s' intende un determinato tempo in ordine alle rivoluzioni Solari, il qual è di due sorte, l' uno *Astronomico*, e l' altro *Civile*.

L' *Astronomico* parimente è di due sorte; imperocchè altro è il *Tropico*, altro è il *Sidereo*. Il Tropico è il preciso tempo, in cui il Sole da un punto fisso dato nell' ecclittica ritorna allo stesso, ed è secondo le osservazioni di giorni 365, ore 5, e minuti prossimamente $49\frac{1}{5}$. Il *Sidereo* è il tempo, in cui il Sole dalla

congiunzione con una data stella ritorna alla medesima, il qual eccede l' anno Tropico di minuti 21 in circa; imperocchè intanto che il Sole si muove da occidente in oriente, e compie l'anno Tropico, le Stelle fisse si avanzano verso la medesima parte con un moto, cui corrisponde un grado in circa in 72 anni.

L' *Anno Civile* generalmente preso è di tre sorte. L' uno, in cui si considera solo la Luna, e si dice l' *Anno Lunare*, l'altro in cui si considera solamente il Sole, e si dice il *Solare*, e il terzo, in cui amendue si considerano, e si dice *Lunisolare*.

L' Anno Lunare fu introdotto appresso i Romani da Numa, e fu composto di dodici mesi corrispondenti a dodici Lunazioni, sei de' quali furono di 30 giorni, e gli altri sei di 24 in maniera che tutto l'anno fosse un aggregato di 354 giorni, finiti i quali di nuovo incominciava l' anno. Tale anno essendo minore dell'anno tropico undici giorni, seguita che se un dato anno incomincia nell'equinozio di Primavera dopo 8 anni cade nello solstizio invernale, e dopo altri 8 nell' equinozio autunnale, e infin nello solstizio estivo, nel qual modo dopo 32 anni ritorna alla primavera, e perciò chiamasi *Vago*, perchè il suo principio va vagando a memoria di un Uomo per tutte le stagioni, e diessi ancora *Sciolto*; perchè non è attaccato al moto del Sole.

Di tal hanno servonsi oggidì i Maomettani.

Altri, come i Giudei, vollero servirsi delle Lunazioni, e nello stesso tempo fissare il principio dell'anno secondo il Sole, affinchè non vagasse per tutte le stagioni, e composero l'anno Lunisolare frapponendo tra gli anni Lunari i mesi *Embolismici*, ovvero *Intercalari*. Non però nello stesso modo tutti. Imperocchè alcuni degli undici giorni, che mancavano all' anno Vago per andar prossimamente col Sole composero un mese, che ad ogni terzo hanno aggiunsero. Altri intercalarono tre mesi di 30 giorni l' uno in 8 anni; altri 8 mesi in 19 anni; col qual modo si approssimarono all' anno Tropico, sempre però con difetto.

Tra gli anni Solari v' è l' *Egiziaco*, il *Giuliano*, e il *Gregoriano*. L' Egiziaco costa di 365 giorni, ed è diviso in dodici parti, o mesi Solari di 30 giorni l' uno, e 5 giorni di più. Tale anno è ancora mancante dal Tropico quasi 6 ore, e perciò ogni 4 anni manca in circa di un giorno, ed in conseguenza in 360 anni manca di 3 mesi, dal che seguita, che se in un dato tempo incominciò di Primavera, dopo 360 anni incominciar dee nella state, e dopo altrettanto tempo nell' Inverno, ond' è nel

nel genere degli *Anni vaghi*, come il Lunare, sebbene più limitato.

Giulio Cesare veggendo, che la intiera rivoluzione del Sole non si compiva nell'anno di Numa, riformò l'anno, e vi aggiunse 11 giorni, e 6 ore, ed in tal modo compose l'anno di 365 giorni, e 6 ore, incominciandolo dal mese di Marzo. Ai mesi di Marzo, Maggio, e agli altri impari diede 31 giorno, all'Aprile, al Giugno, e agli altri pari ne diede 30. Ma non avendo di che compiere Gennajo, ch'è l'ultimo degl'impari tolse dal susseguente Febbrajo un giorno, che perciò restò di 29, e lo diede a Gennajo. Ma perchè le 6 ore non possono nell'uso civile considerarsi, computando, che ogni 4 anni compongano esse un giorno, volle che ogni quarto anno avesse un giorno di più, il qual pose tra li 23, e 24 di Febbrajo, nel qual tempo avanti codesta correzione eravi il costume di frapporre il Mese embolismico, di cui abbiamo dissopra parlato. E perchè per tal metodo seguiva, che per ogni quarto anno si scrivesse *bis*, cioè due volte, *Sexto Kalendas Martii*; perciò ogni quarto anno fu detto Bissestile.

Tale sistema durò comunemente per tutto l'Impero Romano fino al 1582, in cui fu riformato da Gregorio XIII. Imperocchè essendo l'anno Giuliano maggiore del Tropico 11 minuti in circa, come abbiamo notato, avveniva che di anno in anno anticipassero le stagioni 11 minuti. Così essendo nell'anno della correzione l'Equinozio di Primavera adì 21 di Marzo, l'anno seguente 11 minuti prima, il che in quattro anni importa 44 minuti ed in 130 anni un giorno, e infine in 400 anni 3 giorni in circa col qual calcolo si osservò, che circa l'anno 1582 l'equinozio aveva anticipato 10 giorni; e che invece di cadere adì 21 di Marzo, com'era al tempo di Cesare cadeva adì 11. Perlochè dovendosi per legge del Concilio di Nicea fatta nel 325 celebrar la Pasqua in avvenire la Domenica prossima dopo il plenilunio di Primavera, fu dal Concilio di Trento raccomandata a Gregorio XIII. la regolazione del Sistema Cesareo affinchè non andassero le stagioni per tutti i mesi vagando. Il quale allora avendo radunati i più celebri Astronomi nel 1582 felicemente la cosa a fine ridusse, sopprimendo primieramente li 10 giorni, che facevano l'eccesso in quell'anno, onde il giorno quinto di Ottobre fosse chiamato il decimoquinto, ed in tal maniera l'undecimo di Marzo, in cui cadeva allora la primavera si dicesse il vigesimoprimo. Ma perchè tal disordine non più accadesse, e gli Equinozj non ritornassero in progresso ad anticipare, ordinò, che ogni 133 anni, ne' quali l'eccesso dell'anno Giuliano sopra il Tropico ascende ad un giorno intiero, si levasse un giorno dell'anno; e perciò ogni 400 anni si levassero 3 giorni, il che ordinò che si facesse col lasciare *Comune* ogni anno centesimo, che dovrebbe essere secondo Giulio Cesare *Bissestile*, ma lasciar *Bissestile* ogni quattrocentesimo. La qual correzione fu ammessa per tutta l'Italia, la Francia, la Spagna, e dalla maggior parte della Germania.

Stabiliti gli anni furono stabiliti gli altri tempi; essendo gli anni la misura comune di tutt'i tempi. Così presso de' Greci l'*Olimpiade*, ch'era un tempo di 4 anni, presso i Latini il *Lustro*, ch'era un tempo di 5, presso gli Ebrei il *Giubileo*, ch'era di 50 anni. Così il Secolo di anni 100.

Quanto poi al principio dell'Anno egli fu vario secondo le varie nazioni. Gli Ebrei avanti di Mosè lo incominciavano nell'equinozio di autunno; ma dopo Mosè lo incominciano dalla prima Luna, il cui Plenilunio seguita subito la primavera [1]. I Greci dal novilunio prossimo al solstizio estivo. I Romani dal novilunio dopo il solstizio di inverno. La Chiesa Romana dal giorno di Pasqua, il che si faceva ancora in Francia; ma questo costume fu cangiato da Carlo IX. il quale l'anno 1563 stabilì nella Costituzione di Rossiglione, che il primo giorno di Gennajo fosse il primo dell'anno, come si osserva quasi per tutta l'Europa.

Dell'Epoche principali stabilite dagli Astronomi per la supputazione de' tempi. Capitolo III.

Come per supputare i moti degli Astri hanno fissato gli Astronomi alcuni punti in Cielo, da' quali prendono le distanze, e le misure delle velocità de' corpi celesti, così ancora per supputare i tempi prendono alcuni punti fissi di tempo, a' quali riferiscono gli altri tempi, i quali punti essi chiamano *Radici*, *Epoche*, ed *Ere*, delle quali ora numereremo le principal; tanto delle *Sacre*, ovvero prese dalla sacra Storia, quanto delle *profane*.

La prima dell'Epoche sacre è quella dell'età del Mondo. Ma non bene convengono i Cronologi in qual tempo abbia il Mondo incominciato, intorno a che due sono le principali opinioni, l'una che coll'autorità del testo Ebraico, e della volgata versione Latina delle Scritture sacre lo stabilisce 4000 anni prima dell'Epoca nostra comune, e l'altra, che seguitando i settanta Interpreti pone di distanza

[1] L. 1. *Esod.* 12.

za anni 5971. Tra' Greci Scrittori tre sono le opinioni. La prima pone 5493 anni, la quale da alcuni chiamasi Antiochena, da altri Alessandrina. La seconda, che si chiama l' Etiopia 5501. La terza in fine, che dicesi la *Bizantina* stabilisce anni 5509. Tal Epoca secondo il Lancellotto, e l' Usserio si estende per anni 1656. e due mesi.

La seconda Epoca è dal fin del Diluvio fino al pellegrinaggio di Abramo, che (secondo l' Usserio) incomincia l'anno del Mondo 1657, e nel giorno 27 del secondo mese, cioè adì 18 Dicembre, nel qual tempo Noè uscì dell' arca, e si estende fino al 2083 nel giorno 15° del mese *Abib*, cioè adì 4 Maggio, e perciò dura anni 426, e mesi 4, e giorni 17.

La terza è dal pellegrinaggio di Abramo all' uscita degl' Israeliti dall' Egitto, che fu nell' anno del Mondo 2513, e nel giorno 15° del mese *Abib*, cioè adì 4 di Maggio; e dura perciò 430 anni.

La quarta va dall' uscita degl' Israeliti fino al tempo, in cui Salomone gettò le fondamenta del Tempio, che fu l'anno quarto del suo regno, nel 2992, e dura 479 anni, e giorni 15.

La quinta è dalla fondazione del Tempio al fine della Schiavitù di Babilonia, allora quando Ciro concesse agli Ebrei di ritornare in Gerosolima, che fu nell' anno 3468, e perciò si estende per 456 anni.

La sesta in fine dalla libertà concessa da Ciro fino alla nascita di Cristo, che secondo il Lancellotto, e l' Usserio è nell' anno 4000

Finalmente la settima la più celebre di tutte, ch' è del primo di Gennajo dopo la nascita di Cristo, e corre fino all' età future. Tal Epoca fu istituita da Dionigi Abate di nazione Scita, detto il *Picciolo*, il quale fiorì nel principio del sesto secolo introducendo egli il primo tale costume di annoverare gli anni, mentre prima di esso erano soliti i Cristiani o prenderli dalle Olimpiadi de' Greci, o dalla fondazione di Roma, o dalla persecuzione dell' Imperador Diocleziano. Chiamasi ancora per questo l' Epoca *Dionisiana*. Nel sistema comune di tale Epoca la nascita di Cristo si stabilisce nel giorno 25 di Dicembre dell' anno Giuliano 45, che corrisponde all' anno del Mondo 4004. Ma osservano i più accurati Cronologi col Lancellotto essere questa da riferirsi 4 anni indietro. Imperocchè la nascita di Cristo, come si nota nel Vangelo di San Matteo Cap. 2 è avanti la morte di Erode. Ma Erode fu salutato Re da' Romani l' anno 6 della correzione Giuliana intorno l' autunno, come consentono tutti i Cronologi, e morì l' anno

l' anno 42 della stessa correzione circa li 25 Novembre, il che si conferma parte dal confronto dei tempi, ne' quali regnarono i suoi successori, parte dall' eclissi della Luna, che prima della morte di Erode, essendo egli ammalato, accadè, come scrive Gioseffo nel libro 17 delle Antichità Giudaiche, la quale dalle Tavole Astronomiche si riduce all' anno Giuliano 42, adì 13 Marzo. Essendo dunque nato Cristo adì 25 Dicembre, come è costante tradizione di tutta la Chiesa, è necessario che alla più lunga sia nato nell' anno Giuliano 41; altramente nasce dopo la morte di Erode, il che è contro S. Matteo. Ma l'anno Giuliano 41, risponde all' anno del Mondo 4000. Dunque alla più lunga a tal tempo dee ridursi, e non al 4004 come sta l' opinione comune.

Tra l' Epoche *Profane* una delle più antiche, e più celebri è quella delle *Olimpiadi*, che fu in uso tra' Greci, ed incominciò allora quando Ifito Re di Elide istituì li giuochi Olimpici in onore di Ercole in Olimpia Città del Peloponneso, ora Morea, da celebrarsi ogni quinto anno, per la qual cosa un' Olimpiade importa uno spazio di 4 anni compiuti. Tale Epoca incomincia 776 anni prima della nostra comune.

Una seconda, di cui si servirono i Romani, fu dalla *fondazione di Roma*, la quale secondo il computo di Varrone fu fabbricata nel fine del terzo anno della stessa Olimpiade, che risponde all' anno del Mondo 3251.

Una terza è quella di Nabonassaro Re di Babilonia, che principia nell' anno del Mondo 3257 allora quando Nabonassaro, ovvero Belesi Prefetto di Babilonia fece la congiura insieme con Arbace Prefetto de' Medi, per la quale Nabonassaro divenne Re di Babilonia, e ridotto Sardanapalo da Arbace ad abbruciar se, e la Reggia di Ninive, fu diviso in tre parti l' Impero Orientale, cioè tra gli Assirj, Medi, e Babilonj, la qual Epoca presso gli Astronomi antichi è molto celebre, familiare a gli Egiziani, e a Tolommeo, e Copernico.

La quarta è della morte di Alessandro Magno, di cui si servono Teone, ed Albategnio, tra la quale e quella di Nabonassaro si contano precisamente 424 anni Egiziani.

La quinta è la *Ispana*, che fu in uso agli Ispani, dalla quale nacque la voce di *Æra*. Imperocchè avendo essi incominciato a numerare gli anni dal principio dell' Impero di Augusto, e perciò computandoli nelle loro Storie con le quattro lettere A. E. R. A., cioè *ab exordio Regni Augusti*, da questo nacque il nome di *Aera* a tal Epoca, e poi ancor alle altre.

Il suo principio è nell' anno 8 Giuliano, e l' anno del Mondo 4034.

La festa è la *Maomettana*, che principia dalla fuga di Maometto, la quale chiamano *Hegira*, ovvero *Persecuzione*, ed incomincia l' anno di Cristo 622.

SEZIONE TERZA.

Del Sistema di Tolomeo.

NElla contemplazione de' Fenomeni celesti come tutte le Nazioni più colte in tutti i tempi versarono, così varj varie cose dedussero, e diverse *Posizioni*, o *Sistemi* stabilirono, colle quali giudicarono poter essi rendere ragione di qualunque apparenza, e qualunque moto, che si scoprisse ne' Cieli. Di tali Sistemi tre sono i più celebri, e nelle scuole degli Astronomi, e de' Fisici grandemente agitati; il primo, in cui sta la Terra per centro di tutte le conversioni celesti, il secondo, in cui sta per centro il Sole; il terzo finalmente, in cui sta la Terra per centro delle conversioni del Sole, e il Sole per centro delle conversioni di più altri Pianeti. Al primo diedero mano molti Egizj, e Caldei, e Platone in età giovanile, Aristotele, Eudosso, Calippo, e Ipparco, ma sovra di tutti il celebre Tolemeo di nazione Greco, da cui fu tale sistema in tale maniera perfezionato, che dal suo nome fu detto il *Tolemaico*, il che fu intorno il secondo secolo, dopo cui Albategnio, Alfagrano, e Tebizio Arabi, e Alfonso Re di Castiglia circa il decimosesto secolo, e infine Georgio Peurbachio, e Giovanni Regiomontano nel decimoquarto resero tale sistema sempre più insigne, l' uno dopo l' altro a dargli l' ultimo compimento impiegandosi. Il secondo piacque a Pitagora, e a' suoi seguaci, i quali, come nota Aristotele nel libro 2. del Cielo stabilivano il Fuoco, ovvero il Sole, come il più perfetto di tutti gli elementi, rinchiuso in mezzo dell' Universo, intorno cui la Terra cogli altri Pianeti andasse in giro. Co' Pitagorici consentì ancora Aristarco Samio, come nota Archimede nel libro del *numero delle arene*, indi Filolao, ed Eraclide Pontico, Niceta di Siracusa, Ecfanto, Leucippo, e Platone già fatto vecchio. La qual opinione essendo stata nel principio del decimosesto secolo rinovata, e stabilita da Niccolò Copernico Canonico di Tours in Polonia collo studio di trent' anni continui, fu detta la *Copernicana*, che fu poi abbracciata da Gioachimo Retico, Cristoforo Rotmano, Mestlino, Reinoldo, Keplero, e Galilei, e ne' tempi più vicini dal Cartesio, dal Gassendi, dal Nevvton, e da altri. Il terzo Sistema è del celebre Ticone Signore di Knostropo da esso con molta diligenza istituito per evitare gl' inconvenienti che ne' due primi inevitabilmente incontrar doversi egli giudicava.

De' quali Sistemi ora con diligenza diremo, e quali siano e come per mezzo di essi i celesti Fenomeni si spiegano, tratteremo, e prima del Tolemaico.

Del primo Mobile, e del Firmamento. Cap. I.

UNA delle prime osservazioni, che si fecero dagli Astronomi antichi fu il vedere tutte le Stelle conservare tra se in ogni tempo la loro situazione; ma girare intanto tutte insieme da oriente in occidente descrivendo cerchi paralleli all' equatore nello spazio di ventiquattr' ore. Per questo venne loro subito in mente, che tali corpi fossero affissi, ed immoti nella superficie estrema della sfera visibile, e li chiamarono *Stelle fisse*, e quella ragione, o Cielo, in cui stanno, il *Firmamento*, il quale poi concepirono girare da oriente in occidente, e seco trarre con somma rapidità tutte le stelle, compiendo il giro nello spazio di ventiquattr' ore.

Ma avendo Arsatile, e Timocari, che fiorirono in Alessandria l'anno avanti l'Era volgare trecentotrentanove paragonata la situazione delle stelle da loro osservate con quella degli Antichi, si accorsero, che elle avevano fatto moto *in conseguenza*, cioè a dire dall'occidente all'oriente, il che ducento anni dopo fu confermato da Ipparco, e stabilito in fine da Tolemeo giudicato con ragione il Principe degli Astronomi antichi. Stabilirono per questo, che sopra il Firmamento vi fosse un Cielo superiore, che chiamarono il *Primo Mobile*. Essere da questo tratte le stelle da occidente in oriente nello spazio di ventiquattr' ore; ed intanto essere da occidente in oriente portate del Firmamento, il cui moto ha creduto Tolomeo, che compisse una rivoluzione in trentasei mila anni.

Ma avendo poi circa il milletrecento dell' Era volgare Tebizio Arabo, ed Alfonso Re di Castiglia attentamente computate le situazioni delle stelle, giudicarono primamente, che il loro moto non fosse equabile, ma per uno spazio di tempo più celere, e per un'altro più lento, e in secondo luogo non mantenersi sempre lo stesso angolo dell' ecclittica coll' equatore. Imperocchè quello, che al tempo di Tolomeo fu ritrovato di ventitrè gradi, e cin-

cinquantadue minuti, al tempo loro fu ritrovato di ventitrè, e mezzo. Per questo sopra il Firmamento s'immaginarono due altri Cieli, detti i *Cristallini*, amendue i quali si movessero con moto di *Librazione*, il primo librandosi ora in oriente, ed ora in occidente, il secondo ora dall'Austro, ed ora al Borea. La librazione del primo essere per un arco di due gradi, e venti minuti, e terminarsi in anni Egiziachi mille cento e diciassette; la librazione dell'altro essere di ventiquattro minuti, e compirsi in anni Egiziachi tremila quattrocento e trantaquattro.

Del Cielo del Sole. Cap. II.

SE si considera attentamente il moto del Sole comparisce egli in primo luogo descrivere ogni giorno da occidente in oriente un circolo sensibilmente parallelo all'equatore, e ciò sempre in diverso sito, perchè se un giorno nasce in un punto dell'orizzonte, il giorno seguente nasce in un altro, ma ciò con certa regola. Imperocchè dopo di essere stato portato per esempio sotto dell'equatore, si vede per un certo tempo avvicinarsi ogni giorno a noi fino che essendo giunto ad un certo limite se ne ritorna indietro all'equatore, oltre cui passa fino che arriva al limite australe, da cui poi ritorna indietro, e ciò di continuo. I limiti dell'accesso, e recesso sono ventitrè gradi e mezzo distanti dall'equatore. Notasi in secondo luogo sempre ineguali le differenze de' ponti orizzontali, ne' quali nasce il Sole, o tramonta; e verso l'equatore esser massime; ma più che si avvicina ai limiti, andar sempre diminuendo, finochè ne' limiti stessi sono insensibili. Terzo se si nota il tempo, in cui il Sole sta sul meridiano, si vede che pria che vi ritorni, passano più di ventiquattr'ore, e perciò comparisce il suo moto più lento di quello delle fisse. Quarto quando è nelle regioni Artiche comparisce minore di quello che nelle Antartiche, e nel percorrere le regioni Artiche impiega ancora più tempo che nelle Antartiche, e la differenza è di otto giorni.

Tali furono le principali osservazioni fatte dagli antichi intorno i moti del Sole, per esplicare le quali Ipparco, e dopo di esso Tolomeo vogliono primamente, che si concepisca essere il Sole portato dal suo proprio Cielo, nella cui superficie sta affisso, da occidente in oriente, nel tempo ch'egli è portato da oriente in occidente dal primo mobile, e mentre il primo mobile lo rapisce facendogli compiere il giro verso occidente nello spazio di ventiquattr'ore, essere egli dal suo Cielo verso oriente girato con

con una conversione, che nello spazio di giorni trecento e sessantacinque, ore cinque, e minuti quarantanove si compie.

L'asse del Cielo del Sole essere obliquo all'asse mondano, e perciò descriversi del Sole col moto proprio un circolo, qual è l'*eclittica*, che taglia l'equatore con un angolo di ventitrè gradi e mezzo. Essere in fine tal Cielo alla Terra eccentrico, e la la proporzione maggiore essere verso il polo Artico, la minore verso l'Antartico; come si vede nella Figura [1], in cui PA *p* B è il circolo descritto dal Sole, C è il centro della Terra, P è il polo Artico, e *p* l'Antartico.

Imperocchè primieramente essendo il Sole portato in giro dal primo mobile dovrà vedersi descrivere dall'oriente all'occidente circoli paralleli all'equatore. Ma per ogni rivoluzione diurna essendo il Sole portato verso oriente quasi un grado, si vedrà ritornar al meridiano prima una stella fissa di quello che il Sole, e a cagione della obliquità dell'ecclittica vedrassi sempre nascere, e tramontare il Sole su diversi punti dell'orizzonte. La positura della sua ecclittica, che taglia l'equatore, ed è tangente ai tropici fa che nel suo corso periodico il Sole per sei mesi venga dal tropico australe al boreale, e per altri sei ritorni dal boreale all'australe; ed essendo l'angolo, che fa l'ecclittica coll'equatore di ventitrè gradi e mezzo, i limiti ancora, ovvero i tropici avranno dall'equatore tale distanza. E perchè tale obliquità è maggiore verso l'equatore, che verso i limiti, le differenze de' punti orizzontali saranno maggiori all'equatore di quello, che verso i limiti, finochè ne' limiti stessi, essendo quasi nulla l'obliquità dell'arco ecclittico, è quasi nulla ancora la differenza dei detti punti; onde si fa, che il Sole verso i tropici per qualche giorno comparisce costante nel medesimo parallelo. Essendo finalmente la porzione dell'eccentrico maggiore verso le regioni Artiche di quello che sia verso le Antartiche impiegherà più tempo il Sole nelle regioni Artiche di quello che nell'Antartiche; cioè a dire passerà più tempo dall'equinozio di primavera a quello di autunno, di quello che dall'equinozio di autunno a quello di primavera, di cui la differenza è d'otto giorni. E per la stessa ragione comparirà nelle Artiche regioni con minore diametro di quello che nelle Antartiche, essendo in quelle più lontano che in queste.

Altra

(1) *Fig.* 1. *T.* 18.

Altra conseguenza dell'eccentricità.

Sia il centro della Terra K [1], e sia MSL l'Eccentrico del Sole, di cui è centro I. Sia NAO un circolo fino alle Fisse prodotto, ed alla terra concentrico, e nello stesso piano che quello del Sole.

DEFINIZIONI.

1. Il punto L, che è il più distante dal centro della Terra, cui risponde il punto O delle Fisse, dicesi l'*Apogeo*, o il *Sommo Apside*.
2. Il punto M ad esso opposto, cui corrisponde N nelle Fisse dicesi il *Perigeo*, o l'*Imo Apside*.
3. LM dicesi la *Linea degli Apsidi*.
4. IK è l'*Eccentricità*.
5. AO è la *distanza* dell'Apogeo dal principio dell'Ariete A.
6. Il luogo, cui si dirigge il Sole nelle Fisse per mezzo delle linee tirate dal centro dell'eccentrico al centro del Sole, dicesi il *Luogo Medio*, o *Razionale*. Così se il Sole fosse in S il suo luogo medio sarebbe in T, determinato dalla retta IT, e la sua distanza AT dal primo di Ariete sarebbe la sua *distanza media*. Ma quello, cui si dirigge dalle linee tirate dall'occhio dello spettatore terrestre, dicesi il suo *Luogo Apparente*, o *Sensibile*, come Z, determinato dalla linea KZ, e la distanza AZ dal primo dell'Ariete è la sua *distanza apparente*.
7. La distanza del Sole dall'Apogeo considerata dal centro dell'Eccentrico dicesi l'*Anomalia media del Sole*, come Ls, ovvero OV trasportata alle Fisse colla KV parallela alla Is. Ma considerata dal centro della terra dicesi l'*Anomalia coequata*, come OQ.
8. La differenza del luogo razionale dal luogo apparente dicesi la *Prostaferesi*, ovvero la *Sommasottra*.

Le quali cose poste è facile il conoscere

1. Che se il moto del Sole, come suppone Tolomeo, va equabile nel suo eccentrico, non dovrà però comparire equabile a noi, che abitiamo sulla superficie della Terra. E perciò se si dividerà il semicircolo LQM [2] dell'eccentrico in archi eguali, non corrisponderanno archi eguali allo spettatore terrestre nelle Fisse.

2. Più che il Sole si avvicina al perigeo M, più comparisce veloce, ma più che sta vicino all'Apogeo, più comparisce tardo.

3. Nel semicircolo OVN [1] la distanza media OV dell'Apogeo è maggiore della Apparente OQ, e perciò data la distanza apparente bisogna aggiugnere la Prostaferesi QV per avere la media. Ma nel secondo semicircolo NZO la distanza media ONT è minor della apparente, e perciò data l'apparente bisogna per avere la media sottrarle la Prostaferesi ZT; le quali cose servono ai Tolemaici per far le Tavole dei luoghi del Sole.

[1] *Fig.* 2. *Tav.* 18. [2] *Fig.* 4. *Tav.* 18.

[1] *Fig.* 3. *Tav.* 18.

Dei Cieli di Marte, Giove, e Saturno, Cap. III.

DEFINIZIONI.

1. *Congiunti* si chiamano due Pianeti, quando si veggono amendue essere in eguale altezza sull'orizzonte, sicchè quando l'uno per esempio nasce, o tramonta, nasca, e tramonti anche l'altro.
2. *Opposti* per lo contrario quando sono l'uno dall'altro distanti centottanta gradi sicchè quando l'uno nasce, l'altro tramonti.
3. *Diretto* dicesi un Pianeta, quando comparisce muoversi in *conseguenza*, ovvero da occidente in oriente.
4. Ma quando comparisce muoversi in *antecedenza*, cioè da oriente in occidente, dicesi *Retrogrado*.
5. Quando poi comparisce starsi nel medesimo punto di Cielo senza alcun moto dicesi *Stazionario*.

Osservazioni generali intorno i moti di Marte, Giove, e Saturno.

Se si osservano i moti di questi Pianeti, si veggono essi ogni giorno descrivere da oriente in occidente circoli paralleli all'equatore in maniera che però ciascheduno da una altezza meridiana all'altra impiega diverso tempo. Nè descrivono essi il medesimo parallelo; ma uno diverso ogni giorno in maniera che ora sono di qua dell'equatore ora di là, come il Sole, se non che ciascuno ha i suoi limiti differenti da quelli del Sole, e differenti ancora da quelli degli altri.

Il moto loro non comparisce mai equabile. Imperocchè ciascun di essi comparisce andar ora più, ora meno veloce, ora andar diretto, ora retrogrado, ed ora essere stazionario. Vicino alla con-

congiunzione col Sole comparifcono effi diretti, dopo che fi fanno ftazionarj, indi verfo l'oppofizione retrogradi, dopo di che di nuovo ftazionarj; indi ritornando alla congiunzione diretti. Le loro maffime direzioni fono nella congiunzione, e le maffime retrogradazioni nella oppofizione. Le grandezze apparenti di quefti tre Pianeti aumentano, quando fono retrogradi, e diminuifcono quando fono diretti. Marte retrogradando defcrive un più grand'arco di quello che Giove, e Giove un più grande di quello che Saturno. E Marte parimente reftituifce le fue retrogradazioni più tardi di quello che Giove, e Giove più tardi di quello che Saturno.

Per efplicare quefti Fenomeni attribuifce primamente Tolomeo un proprio Cielo a Marte, che fta fopra quello del Sole, e fi move da occidente in oriente nello fpazio di un anno, e 322 giorni, il cui equatore taglia l'ecclittica con un angolo di un grado e cinquanta minuti.

Nella fuperficie di quefto Cielo doverfi concepire un Epiciclo, che gira da occidente in oriente, e compie il fuo giro in due anni e quafi quarantanove giorni, nella cui circonferenza fta affiffo il Pianeta.

A Giove appartiene un Cielo fopra quello di Marte, il quale fi muove da occidente in oriente nello fpazio di undici anni, e trecento e fedici giorni, il cui equatore taglia l'ecclittica con angolo di un grado e venti minuti, in cui fta un Epiciclo che gira in un anno e quafi trentatre giorni, nel qual'Epiciclo fta infiffo Giove.

Finalmente a Saturno appartiene un Cielo fopra quello di Giove, che fi move da occidente in oriente in ventinove anni, e centoventinove giorni, inclinato all'ecclittica due gradi e trenta minuti con un Epiciclo, che gira in un anno, e quafi tredici giorni.

Ed in tal modo egli rende ragione delle fopraddette apparenze. Imperocchè fia la terra in T (1), e il Sole in S, CDEF il Cielo di Marte, MNOP il fuo Epiciclo, il cui centro C; ed M è Marte talmente fituato, che nella fua congiunzione fta nel punto M maffimamente dalla Terra lontano, ma nella oppofizione fta nel punto *o* maffimamente alla Terra vicino.

Prima di tutto comparirà egli defcrivere circoli da oriente in occidente paralleli all'equatore in tempo di ventiquattro ore, perchè con tutto il fuo Cielo e il fuo Epiciclo è in tale maniera portato dal primo Mobile in tempo di ventiquattr'ore. Ma

(1) *Fig.* 5. *T.* 18.

Ma intanto comparirà egli avanzarfi da occidente in oriente con moto proprio, e defcrivere giorno un arco quale conviene all'intiera rivoluzione, che fi compie in un anno e trecentoventidue giorni. E perchè tale orbita è obliqua all'equatore comparirà ora di qua ora di là dell'equatore regolatamente, come il Sole; anzi ora di qua, ed ora di là dell'ecclittica effendo tagliata l'ecclittica da tale orbita, e facendo con effa un angolo di un grado e cinquanta minuti.

Se fi concepifce intanto girare intorno il fuo centro l'epiciclo fecondo le lettere MNOP, fi conofcerà ch'effendo Marte in M dovrà vederfi in 2, ed intanto che fi rivolge da M in N, dovrà comparire efferfi moffo da 2 in 1, cioè a dire effere andato *direttamente*. Verfo N dee comparire *ftazionario*, perchè fi riferifce per qualche tempo allo fteffo punto fenfibile del Cielo. Da N in O, e da O in P comparirà *retrogrado*, e parerà che abbia percorfo tutto lo fpazio 1, 2, 3; ma verfo P farà di nuovo *ftazionario*; dopo che ritornerà *diretto*.

In M vi fono le maffime direzioni, e in O le maffime retrogradazioni. E perchè quando è maffimamente retrogrado, allora egli è nell'infimo punto dell'Epiciclo, e perciò maffimamente vicino alla Terra, dovrà comparire maggiore di quello che quando è in M, dov'è maffimamente diretto, e maffimamente lontano.

Lo fteffo dee concepirfi in Giove, e in Saturno. Ma perchè l'Epiciclo di Marte è maggiore di quello di Giove, e di Saturno l'arco della retrogradazione 1, 2, 3 da effo defcritto comparirà maggiore di quello che in Giove, e Saturno. E da una retrogradazione all'altra impiegherà più tempo Marte di quello che Giove e Saturno, compiendofi il giro del fuo Epiciclo in maggior tempo di quello che negli Epicicli di quelli.

Dei Cieli di Venere, e di Mercurio. Cap. IV.

ANche quefti Pianeti comparifcono ogni giorno defcrivere da oriente in occidente circoli paralleli all'equatore, ma da un'altezza meridiana all'altra impiegano diverfo tempo da quello del Sole, e diverfo ancor tra fe fteffi, ed ora di qua, ora di là dell'equatore, anzi ancora dall'ecclittica comparifcono, e ciò regolatamente. Ed ora anch'effi comparifcono *diretti*, ora *retrogradi*, ed ora *ftazionarj*; e quando fono diretti comparifcono maggiori di quello che quando fono retrogradi. Ma giammai non fono in oppofizione col Sole, nè più fi allontana Venere di quarantotto gradi, nè Mercurio di ventotto, e dall'una all'altra maffimassima elongazione dal Sole, Venere impiega diciannove mesi, e Mercurio quattro.

Per esplicare questi Fenomeni attribuisce Tolomeo un proprio Cielo a Venere sotto quello del Sole, ed un proprio a Mercurio sotto quello di Venere. Amendue di questi Cieli si muovono da occidente in oriente, e compiono il loro giro precisamente in un anno. Il primo ha il suo equatore inclinato all'ecclittica tre gradi e mezzo; il secondo sei gradi; e sedici minuti nel Cielo di Venere sta un epiciclo, che gira da occidente in oriente in diciannove mesi, il cui diametro è di novantasei gradi, e in quello di Mercurio sta un altro epiciclo, che gira da occidente in oriente in quattro mesi, il cui diametro è di cinquantasei gradi.

Le quali cose poste seguita la spiegazione di tali apparenze.

Imperocchè sia la Terra (1) T, e CDEF il Cielo di Venere, MNOP il suo epiciclo, di cui il centro è C, M è Venere, ed S il Sole. E prima di tutto comparirà Venere descrivere da oriente in occidente circoli paralleli all'equatore, perchè con tutto il suo Cielo ed epiciclo è rapita colla conversione diurna dal primo mobile; ma perchè intanto il suo Cielo la porta in contrario descriverà un circolo obliquo all'ecclittica nello spazio di un anno, la di cui inclinazione è di tre gradi e mezzo.

Girando poi l'epiciclo per le lettere MNOP, dal punto M fino al punto N comparirà Venere *diretta*, in N *stazionaria*, da N in P *retrograda*, in P di nuovo *stazionaria*, e dappoi di nuovo *diretta*. In O dov'è massimamente vicina alla Terra, vi è ancora la massima sua retrogradazione, e in M, dov'è massimamente lontana, vi è la massima sua direzione. Per questo allora comparisce maggiore quando è massimamente retrograda, e minima, quando è massimamente diretta.

Quando è in M, ella comparisce *congiunta* al Sole per la linea T2; ma quando è in N allora si vede per la linea T1, e comparisce perciò allontanata dal Sole vers'oriente tutto l'arco 1 2, ch'è di quarantotto gradi secondo, che conviene al suo semidiametro. Quando è in O, tornasi a vedere *congiunta*; ma quando è in P si vede per la linea T3 di nuovo allontanata dal Sole, ma dalla parte contraria, tutto l'arco 2 3. Dopo di che quando è ritornata in M, ritorna a farsi vedere congiunta.

Ma giammai non può essere opposta al Sole, perchè nello stesso tem-

(1) *Fig. 6. Tav. 18.*

tempo, in cui il Sole percorre il suo circolo, anche Venere percorre il suo; e la massima elongazione non supera quarantotto gradi, perchè l'epiciclo non ha maggiore semidiametro.

E perchè l'epiciclo compie il suo giro in diciannove mesi, da una massima elongazione all'altra dovrà ancora passarvi tal tempo.

Le quali cose deono applicarsi ancora a Mercurio.

Del Cielo della Luna. Cap. V.

Osservazioni generali intorno i moti della Luna.

SE si paragona la Luna con qualche stella fissa, apparisce descrivere da oriente in occidente, come gli altri corpi, circoli paralleli all'equatore, ma nello stesso tempo avanzare con moto proprio da occidente in oriente con un circolo, che taglia l'ecclittica con un angolo di circa cinque gradi. Nel percorrere intieramente tale circolo ella impiega ventisette giorni, e quasi otto ore, il qual tempo si chiama il *Mese Periodico*. Ma da una congiunzione all'altra col Sole vi passano ventinove giorni, e dodici ore in circa, il qual tempo si dice il *Mese Sinodico*. Imperocchè intanto che la Luna compie il suo periodo, il Sole avanza dall'occidente all'oriente quasi ventisette gradi in guisa che per raggiugnerlo bisogna, che la Luna impieghi ancora due giorni e quattr'ore. Che se si osservano i suoi moti, si trovano sempre essere diversi, ed ora più, ora meno veloce: Così nelle Sizigie, essendo il resto pari, maggiore comparisce la sua velocità di quello, che nelle quadrature. Così parimente è vario il suo diametro apparente; e nelle quadrature comparisce minore di quello che nelle Sizigie. Nè si osserva essere mai *stazionaria*, nè *retrograda*, come gli altri Pianeti, ma sempre *diretta*.

Tali Fenomeni osservati da Tolomeo fecero, ch'egli attribuisse alla Luna un Cielo sotto quello di Mercurio, il cui equatore sta inclinato all'ecclittica con un angolo di cinque gradi in circa, il di cui giro si compie nello spazio di ventisette giorni e ott'ore. Evvi parimente un epiciclo, sopra cui sta infissa la Luna, il quale però a differenza degli altri si muove da oriente in occidente compiendo il suo giro nella metà di un mese *Sinodico*. La Luna trovasi nel Perigeo dell'epiciclo, quando è *Congiunta*, ed *Opposta*; ma nell'Apogeo quando è nelle *Quadrature*.

Sia perciò la Terra T [1], BCDE il Cielo della Luna, HFL l'epi-

[1] *Fig. 7. Tav. 18.*

l' epiciclo, che gira secondo le lettere LHF; L la Luna, ed S il Sole. Sia la Luna Perigea quando è congiunta col Sole, come si vede nella figura; sette giorni dopo averà l' epiciclo fatta la metà della sua conversione, e la Luna sarà Apogea, nel qual tempo il centro dell' epiciclo per la conversione del Cielo avrà percorso un quadrante, e sarà in M. Dopo altri sette giorni, sarà l' epiciclo in N, e la Luna di nuovo sarà Perigea; e dopo altri sette l' epiciclo essendo in O ella ritornerà Apogea; ed infine del mese Periodico l' epiciclo sarà restituito al punto P, e la Luna di nuovo ritornerà Perigea.

Dalle quali cose seguita prima, ch' essendo la Luna portata col suo Cielo, e col suo epiciclo del primo mobile nelle conversioni diurne, dovrà apparire, ch' ella, come tutti gli altri corpi, descriva ogni giorno circoli paralelli all' equatore. Ma intanto apparirà, che si muova ella in contrario per un' orbita obliqua all' ecclittica, il cui periodo si compie in ventisette giorni e ott' ore; perchè in tal modo è dal suo Cielo portata.

Per secondo sebbene la girazione dell' epiciclo è talvolta contraria al moto, che fa la Luna verso l' oriente, con tutto ciò non potrà mai per la molta velocità, con cui va la Luna, restare tanto distrutto il suo avanzamento che comparisca mai *Stazionaria*, e molto meno *Retrograda*.

Terzo cospirando nelle Sizigie il moto dell' Epiciclo col proprio moto di essa, dovrà per questo comparir più veloce. Ma essendogli nelle Quadrature contrario, dovrà perciò comparire più ritardata.

Infine perchè nelle Quadrature è Apogea, comparirà minore di quello, che nelle Sizigie, dov' è Perigea.

C O R O L L A R I O.

Dalle quali cose si deduce in qual modo siano stabiliti i Cieli secondo i Tolemaici, e si conosce, che pel loro sistema è la Terra nel centro dell' Universo immota, e dalla propria gravità fermata. Dopo di essa sta il Cielo di Mercurio, indi quello di Venere, il quarto quello del Sole, indi di Marte, Giove, e Saturno, i quali sono considerati come sette Pianeti. Ognuno di questi Cieli ha il suo Epiciclo, in cui sta infisso, come un globo in una ruota, il Pianeta; fuori però che quello del Sole. Sopra il Cielo di Saturno sta il Firmamento, dopo di cui secondo Alfonso stanno i due Cristallini, ed in fine il primo Mobile, come si vede nella figura [1]. Ed

[1] *Fig.* 8. *Tav.* 18.

Ed in tal modo si spiegano i suddetti Fenomeni, ed altri, che non abbiamo riferiti, e si determinano i luoghi di ciascun Pianeta, e certamente con maravigliosa industria, ed ingegno sommo, il che ha rapito una infinità di eccellenti Uomini, che a nessun altro Sistema diedero giammai orecchio, stimando cosa vana il cercare in altri maggior convenienza colle osservazioni, o maggiore facilità per la supputazione de' moti celesti. Altri però riducendolo a maturo esame, giudicarono non potersi l' Astronomia contenere in tale sistema. Imperocchè se si considerano le leggi Fisiche, non potersi certamente credere, che Tolomeo pensasse, che di fatto i Cieli fossero di tale maniera costrutti; ed è verisimile, che non pensasse, che a dare il modo di computarne i suoi moti apparenti, come apparisce dalla Prefazione stessa nel suo Almagesto, il che certamente egli prossimamente ottenne soddisfacendo a tutte le osservazioni, che fino al suo tempo erano state fatte. Imperocchè se si concepiscono fluidi i Cieli non esservi alcun modo, con cui possa intendersi, che dal moto del primo mobile siano tutti vorticosamente rapiti, e intanto vi siano tanti vortici, che si muovano in contrario, tutti intorno un medesimo centro, ma con diversa velocità, con diverse inclinazioni, e con tanto diversi epicicli. Che se poi sono solidi, non s' intende come tali macchine possano tutte rapirsi dal primo mobile, e intanto girar ciascheduna in contrario, nè come a traverso di tanta solidità, per quanto diafana ella sia, possa liberamente a noi discender la luce. I quali argomenti sono superflui dopo che il saggio Ticone riconobbe, che le Comete sono oltre l' atmosfera terrestre, e sopra ancora di Saturno in qualunque direzione, e con qualunque velocità giranti, il che sarebbe impossibile, se i Cieli fossero solidi. Essere oltre di queste cose tale sistema troppo composto, e ad ogni nuova osservazione doversi inventar nuove macchine per esplicarla, il che ripugna alla simplicità della natura.

Che se si considera solo riguardo alle computazioni, oltrechè non si ritrovano per mezzo delle sue ipotesi esatti i luoghi de' Pianeti, e principalmente della Luna, non può spiegarsi, come in tale sistema possa Marte a noi comparire talvolta più vicino del Sole, come Venere ora sopra, ora sotto del Sole si vegga, come dopo Ticone hanno osservato tutti gli Astronomi, ed a suo luogo riferiremo. Per gli quali inconvenienti giudicò tra gli altri il Copernico doversi recedere da tale sistema, invece di cui sostituì poi il sistema della Terra mossa stabilito già ne' secoli andati da Pitagora, e Filolao; il quale suscitato già prima di esso dal

dal Cardinale di Cusa fu poi da esso in tale maniera adornato, e perfezionato, che, come abbiamo detto, ebbe da esso il nome, e fu chiamato il Sistema Copernicano; di cui ora diremo.

SEZIONE QUARTA.

Dell' ordine, distanza, e periodi de' Pianeti Primarj secondo l' Ipotesi della Terra mossa, e delle principali apparenze che nascono dai loro moti. Cap. I.

STa secondo i seguaci di Copernico, e di Filolao il Sole per centro di tutti i moti visibili, intorno cui girano sei Pianeti Primarj per orbite, che o sono circoli, o prossime a circoli, e il loro moto è da occidente in oriente, ovvero secondo le lettere ABCD [1].

Il primo di tali Pianeti è Mercurio, che sta vicino al Sole, e compie il suo giro nello spazio di quasi tre mesi, seguita poi Venere, da cui il giro si compie in mesi sette e mezzo; indi la Terra in un anno, poi Marte quasi in due anni, Giove in dodici, e finalmente Saturno in trenta.

Le loro distanze dal Sole sono tali, che di quelle parti, che la distanza della Terra dal Sole ne contiene dieci, quella di Mercurio ne contiene prossimamente quattro, di Venere sette, di Marte quindici, di Giove cinque, e di Saturno settantacinque.

Intorno alcuni di tali Pianeti girano altri Pianeti, che perciò si chiamano i loro *Satelliti*, e i loro *Secondarj*. Uno gira intorno la Terra, il quale dicesi *Luna*, quattro intorno di Giove, e cinque intorno di Saturno.

In mezzo di tali corpi si fanno talvolta vedere ancora le Comete, le quali dai Copernicani sono giudicate corpi celesti, che per qualche sezione conica si muovano, e forse per elissi al Sole molto eccentriche, come a suo luogo diremo, le quali quando nell' arco a noi vicino si trovano, agli occhi nostri si manifestano.

Sopra il sistema Planetare poi esistono a indefinita distanza le Stelle fisse, giudicate da essi tanti Soli, che servono forse di centro ad altri sistemi simili al nostro, da' quali di grandezza diversa per le loro diverse distanze appariscono.

Spiegar

(1) *Fig. 1. Tav. 19.*

Spiegar l' apparenza del moto annuo del Sole. Proposizione I.

Se uno spettatore fosse collocato nel Sole, che nella supposizione Copernicana è il centro del moto, è cosa evidente, che girando intorno di esso la Terra da occidente in oriente, sarebbe continuamente veduta passare per nuove, e nuove stelle, e segnare nel Firmamento un cerchio, qual è quello, che la Terra descrive, il quale passa per lo centro del Sole.

Ma quando lo spettatore è in Terra, intanto che la Terra descrive codesto circolo, gli apparirà che lo descriva il Sole. Imperocchè supposto che la Terra sia in T [1], è manifesto che il Sole sarà veduto diametralmente opposto nel punto del Firmamento *t*; e quando ella sarà in A, il Sole sarà veduto in *a*, e quando ella finalmente sarà in B, il Sole sarà veduto in *b*, nel qual modo avendo la Terra descritta l'intiera sua orbita da occidente in oriente in un anno, apparirà che il Sole ne abbia descritta una simile, e nel medesimo piano di quella, nel medesimo tempo, e verso le medesime parti, qual è quella, che chiamasi l'*ecclittica* con questa circostanza, che mentre la Terra percorre successivamente i segni dell' Ariete, Toro, Gemelli, ec. il Sole comparisca percorrere sempre i segni contraposti, quali sono la Libra, lo Scorpione, l' Arciero ec.

Spiegar le direzioni, stazioni, e regressi de' superiori Pianeti, e le loro diverse elongazioni. Proposizione II.

Sia MNO [2] l' orbita di un Pianeta superiore, per esempio, di Marte, il quale si muova da occidente in oriente per le lettere MNO, e sia la Terra T, che per la sua orbita si muova verso la medesima parte per le lettere TAB, e sia SPR il Firmamento. Essendo la Terra più veloce di Marte se si considera solamente l' eccesso della sua velocità sopra quello di Marte, e si supponga perciò Marte fermo in M, è cosa chiara primamente, ch' essendo la Terra in D, e Marte in M, Marte sarà veduto nel punto del Firmamento P, e intanto che la Terra percorre l' arco DE, comparirà Marte percorrere secondo l' ordine de' segni tutto l' arco PS, nel qual tempo si dice *diretto*, perchè va secondo la *direzione* de' segni.

 Per

[1] *Fig. 2. Tav. 19.* [2] *Fig. 3. Tav. 19.*

Per tutto il tempo in cui la Terra percorre EG, Marte apparirà *stazionario* in S per cagione che le linee visuali, per le quali esso è veduto, in tutto questo tempo allo stesso punto S sensibilmente cospirano. Intanto che la Terra percorre l'arco GTA, Marte comparirà ritornare indietro per tutto lo spazio SPR, nel qual caso si dice *Retrogrado*. Di nuovo intanto che la Terra percorre AB, comparirà egli *Stazionario* in R, finochè per tutto il tempo, in cui la Terra percorre lo spazio BDE comparirà di nuovo andare egli *direttamente* per tutto l' arco RPS.

Ivi è primamente da osservarsi, che girando Marte intorno del Sole, in maggiore distanza di quello che la Terra, riguardo allo spettatore Terrestre può apparire in qualunque distanza dal Sole. L' angolo visuale formato dalle due linee, che dall' occhio dello spettatore si tirano a Marte, e al Sole, si dice l' *Elongazione* del Pianeta. Tale angolo è infinitamente picciolo, o zero quando la Terra è in D, e Marte in M, nel qual caso Marte si dice essere in *Congiunzione* col Sole; secondo che la Terra si avanza egli va sempre crescendo fino che diventa infinito ovvero di 180 gradi quando la Terra è in T, e Marte in M; nel qual caso Marte dicesi essere in *Opposizione* col *Sole*; onde se il Sole allora nasce, Marte tramonta, il che si dice essere *Acronico*.

E' da osservarsi in secondo luogo, che quando Marte è in M, e la Terra è in T, cioè a dire quando egli è in opposizione col Sole, egli è massimamente vicino alla Terra, nel qual caso dicesi *Perigeo*. Ed in tal tempo egli comparisce massimamente *Retrogrado*. Secondo che la Terra si avvicina al punto A, la velocità del regresso decresce fino che diventa zero quando la Terra è nel punto A, dopodichè incomincia il Pianeta a comparire *Diretto*, e cresce la sua direzione fino che la Terra è in D, dove Marte è in opposizione col Sole, e nello stesso tempo *Apogeo*, cioè massimamente dalla Terra distante. Incomincia poi a diminuirsi la sua direzione finochè diventa nulla quando la Terra è in G; dopodichè Marte ritorna a comparire *Retrogrado*.

Tali cose, che si sono dette di Marte, si deono applicare ancora a Giove, e Saturno.

V' è però questa differenza, che i tempi dei Regressi, o delle Direzioni non sono eguali per tutti. Del che la ragione è la diversa velocità de' Pianeti. Imperocchè tante volte si fa il Pianeta Retrogrado, quante volte la Terra lo giugne. Ma più che il Pianeta è tardo, più presto la Terra lo giugne, ed in conseguenza più presto si rinova la Regressione. Dunque i Pianeti più lontani dal Sole deono ritornare più presto alle loro Regressioni.

Il

Il che per porre in esempio, sia qualunque Pianeta superiore, v. g. Saturno veduto in Congiunzione colla Terra da uno spettatore posto nel Sole. E perchè la Terra va più veloce di Saturno, computandosi il moto medio della Terra 59 minuti e 8 secondi al giorno, e quello di Saturno 2 minuti, sarà dallo spettatore Solare veduta la Terra avanzar Saturno 57 minuti e 8 secondi al giorno. Se dunque in un giorno ella si allontana da Saturno per tale parte di cerchio, seguita per la regola aurea, che si ricercheranno 378 giorni perchè il suo allontanamento compia tutto il cerchio; cioè a dire perchè di nuovo comparisca in linea diametral con Saturno. Ma allora riguardo ad uno spettatore terrestre si ritrova Saturno in opposizione col Sole. Dunque da una opposizione all'altra si ricercano giorni 378. Lo stesso tempo si ricercherà ancora da una Direzione all' altra. E perchè allora quando Saturno è in Opposizione col Sole allora è massimamente retrogrado; e quando è in Congiunzione è massimamente diretto, dunque si ricercheranno 378 giorni da una Regressione massima, o da una massima Direzione all' altra. Collo stesso metodo si trova da una Regressione massima all' altra; o pure da una Direzione passarvi in Giove un anno e 33 giorni; e in Marte 2 anni e 50 giorni.

Allora che Marte ritrocede, lo dobbiamo vedere (essendo il resto pari) percorrere maggior arco di quello che Giove, e Giove più che Saturno: e ciò nasce perchè Marte è a noi più vicino di Giove, e Giove più di Saturno, come non è difficile conoscere se si osserva, che di due angoli sopra il medesimo arco insistenti quello è maggiore, che ha il vertice più vicino all' arco, cui insiste, ed è minore quello, che ha il vertice più lontano. Così se la Terra [1] T percorre lo spazio TB, comparirà essersi presso poco percorso da Marte M l' arco OR, da Giove G l' arco OQ, e da Saturno S l' arco OP, determinati dagli angoli BMT, BGT, BST insistenti sull' arco BT.

I Pianeti superiori deono comparire molto maggiori nella loro opposizione col Sole di quello che nella loro congiunzione; imperocchè nel primo caso sono nella maggior vicinanza alla Terra, e nel secondo nella maggior lontananza.

La differenza delle loro distanze è allora eguale a tutto il diametro dell' orbita terrestre, il quale avendo maggiore proporzione al diametro dell' orbita di Marte di quello che ai diametri delle orbite di Giove, e di Saturno, accade per questo maggior mutazione di aspetto in Marte di quello che in Giove, e Saturno.

(1) *Fig.* 4. *Tav.* 19.

turno. Imperocchè Marte è cinque volte in circa più vicino a noi allora quando è Perigeo di quello che quando è Apogeo, ed accrescendosi la grandezza apparente, e lo splendore come il quadrato della diminuita distanza, seguita, che Marte debba vedersi allora ch'è Perigeo 25 volte più grande, e più splendido.

Spiegar le direzioni, stazioni, e regressi de' Pianeti inferiori, e le diverse loro elongazioni. Proposizione III.

Sia T [1] la Terra, che per l' orbita T*t* si muova da occidente in oriente, e sia D Venere, che per la sua orbita si muova verso la medesima parte secondo le lettere DFG. E perchè Venere si muove più velocemente della Terra se per maggiore facilità si concepisce ferma la Terra in T, e si considera solamente l' eccesso, che vi è nel moto di Venere, è visibile che Venere per tutto il tempo in cui percorre lo spazio DF sarà dallo spettatore terrestre, ch' è posto in T, veduta andare *direttamente*, come si conosce se si tirano tante linee visuali dalla Terra ai punti D, ed F, per le quali passa Venere. Ma nel tempo in cui percorre FG, terminando i raggi visuali al medesimo sensibile punto del Firmamento, comparirà *Stazionaria*. Per tutto il tempo, in cui percorre lo spazio GAB, comparirà *Retrograda*, e di nuovo per tutto BC *Stazionaria* finochè per tutto CDF comparirà un' altra volta *Diretta*.

E' da osservarsi, ch' essendo Venere in minore distanza dal Sole di quello ch' è la Terra, non è illimitata la sua *Elongazione* dal Sole riguardo allo spettatore terrestre, come abbiamo dimostrato ne' superiori Pianeti. Posta la Terra in T, e Venere in D, nel qual caso il Sole è tra la Terra e Venere; e Venere si dice essere nella sua *Congiunzione superiore*, essa è veduta negli stessi punti che il Sole, e perciò la sua elongazione è zero; secondo che Venere si avanza verso F, cresce la sua elongazione, la quale diventa massima in F supposta la linea TF tangente. Dopo di che l' elongazione decresce sino che Venere è in A, nel qual caso Venere è tra la Terra e il Sole, ed è nella *Congiunzione inferiore*, ed allora l' elongazione diventa zero. Avanzandosi poi Venere verso B incomincia l' elongazione a crescere, ma dall' altra parte, finochè diventa massima in C, supposta la TC tangente, dopo di che ritorna a decrescere sino che diventa zero in D. L' elongazione massima si osserva essere in Venere di 48 gradi in circa.

E' da

(1) *Fig.* 5. *Tav.* 19.

E' da osservarsi in secondo luogo, che quando Venere è nel punto D, cioè a dire nella congionzion superiore, ella è anche Apogea, ed allora ella comparisce velocissimamente diretta.

Secondo, che dal punto D si avanza al punto F, decresce la velocità della sua direzione fino che diventa zero nel punto F, dove incomincia la prima stazione, che dura fino in G, dopo di che comparisce Retrograda, ed il regresso cresce fino in A, dove è nella congiunzione inferiore, e nello stesso tempo Perigea, e massimamente Retrograda. Decresce poi la velocità del regresso fino in B, dopo di che incomincia la seconda stazione, che dura fino in C; indi ritorna la direzione, che cresce fino in D.

Allora che Venere si porta dalla congiunzione superiore alla congiunzione inferiore, cioè a dire allora che percorre il semicircolo DGA, è manifesto, che per tutto quel tempo dee sempre comparire più orientale del Sole, ed allora chiamasi *Hespero* foriera della notte, e delle tenebre. Ma quando dalla inferiore congiunzione si porta alla superiore, cioè a dire quando percorre il semicircolo ACD, allora è più occidentale del Sole, e perciò tramonta prima del tramontare del Sole, e nasce prima ch' egli nasca; onde si vede la mattina come foriera della luce, e del giorno, e dicesi *Fosforo*.

E' facile il conoscere nella suddetta figura, come in tutto il periodo, che descrive Venere intorno il Sole, cangia continuamente di lontananza dalla Terra. La sua massima distanza è in D, dove sta nella congiunzione superiore, e la minima è in A, cioè nella congiunzione inferiore; e dall' una all' altra v' è d' intervallo un intiero diametro della orbita di Venere, onde l' una distanza all' altra viene ad essere in circa come 1 : 6, ed in tal ragione però mutasi dall' una distanza all' altra il suo diametro apparente, ed in conseguenza allora che Venere è Perigea, il suo aspetto è trentasei volte maggiore di quello che quando ella è Apogea.

Gli stessi Fenomeni si deggiono vedere in Mercurio se non che essendo egli più vicino al Sole, e perciò essendo minore la sua orbita di quella di Venere, dee perciò la sua massima elongazione essere di minori gradi; come si trova colle osservazioni, per le quali si conosce non oltrapassare un angolo di 33 gradi. Nasce da questo, ch' egli per lo più sta nella luce immerso, ed a' mortali di rado si scuopre.

V' è parimente questa differenza, che i tempi dei regressi, ovvero delle direzioni sono nell' uno, e l' altro Pianeta diversi, i quali tempi in tal maniera si trovano. Imperocchè essendo il moto medio della Terra di 59 minuti e 8 secondi in un giorno, ed essendo

essendo il moto di Venere per un giorno di 1 grado 36 minuti e 8 secondi, il moto di Venere supera di 37 minuti, col quale Venere o si discosta, o si accosta alla Terra in un giorno. Se 37 minuti adunque importano 1 giorno per la regola aurea ritroverassi, che per 360 gradi si ricercheranno 583 giorni, il qual è il tempo ricercato da una congiunzione inferiore, o superiore ad un'altra sua simile. E con tal modo si ritrova da una congiunzione ad un'altra simile di Mercurio esservi d'intervallo 125 giorni.

Spiegar le Latitudini Heliocentriche de' Pianeti. Proposizione IV.

Le orbite de' Pianeti primarj, come si conosce dalle osservazioni, non sono nello stesso piano, in cui sta l'ecclittica, ma in piani diversamente inclinati. Ciò si fa manifesto se si pone attenzione a qualunque di tali Pianeti, il quale si vede percorrere una parte del suo periodo di qua dell'ecclittica, ed il restante di là della medesima. Dalle medesime osservazioni si conosce essere per ciascun Pianeta diversa l'inclinazione. Così quella di Saturno essere di gradi $2\frac{1}{2}$, di Giove $1\frac{1}{3}$, di Marte 2 incirca, di Venere poco più di $3\frac{1}{3}$, di Mercurio in fine 7 gradi. Dalle quali cose nascono le diverse latitudini Heliocentriche, le quali si vedono in ciascun Pianeta, come ora andremo spiegando.

Imperocchè sia T*t* (1) il Piano ecclittical della Terra indefinitamente prodotto, il quale sia tagliato da *n*LN Piano di qualunque Pianeta, per esempio di Venere, ch'essendo inclinato si rappresenta perciò nella figura a guisa di un'elissi. Sia la linea *n*N la comune sezione de' due piani, la quale passi per lo centro comune, ovvero per lo Sole. Tale linea dicesi la *linea de' Nodi*; e gli estremi punti N, ed *n* si dicono i Nodi.

Se si considera l'orbita, che in tal modo descrive un Pianeta è facile il conoscere, che quando egli è in uno de' Nodi N, essendo riguardato dal Sole S, dee comparir nell'ecclittica, perchè il Nodo è nell'ecclittica, ma quando sarà avanzato in P, sarà veduto fuori dell'ecclittica, ed allora dicesi avere *Latitudine Heliocentrica*. Se si concepisce la linea PQ perpendicolare al piano ecclitticale, l'angolo PSQ è la misura della Latitudine Heliocentrica del Pianeta.

E' da

(1) *Fig. 6. Tav. 19.*

E' da osservarsi come tale Latitudine al Nodo N è nulla, e va poi sempre crescendo sino che il Pianeta arriva al punto L, che dicesi il *Limite*, dove la Latitudine Heliocentrica è la stessa che l'inclinazione del Piano planetare al Piano dell'ecclittica. Dal punto L poi va decrescendo sino al secondo Nodo *n*, dove di nuovo diventa zero, dopo di che ritorna a crescere, ma in contraria parte, onde se prima il Pianeta vedevasi di qua dell'ecclittica, si vegga di là di quella, sino che diventa massimo al secondo *Limite n*, dopo cui torna a decrescere sino al nodo N, dove, come abbiamo detto, diventa zero.

Ciò che si è detto di Venere si dee applicare agli altri Pianeti. Colla determinazione poi di tali angoli per Trigonometria computati formano gli Astronomi le tavole delle diverse latitudini Heliocentriche corrispondenti per qualunque punto dell'orbita a qualunque pianeta.

Spiegar le Latitudini Geocentriche de' Pianeti. Proposizione V.

Siccome un Pianeta essendo riguardato dal Sole comparisce cangiar continuamente latitudine dall' ecclittica, così ancora s' egli è riguardato dalla Terra.

Sia in primo luogo T*t* [1] il piano ecclittical della Terra, NP*n* l' orbita di un pianeta superiore, N*n* la linea di nodi. Posto il pianeta in P, e la Terra in T, se si concepisce la linea PQ perpendicolare al piano della Terra, l' angolo PTQ determina la *Latitudine Geocentrica*.

Se restando Marte in P, la Terra è in *t*, la latitudine Geocentrica è l' angolo P*t*Q. Nel primo caso Marte è in opposizione col Sole, e Perigeo, e massimamente retrogrado, nel secondo è in congiunzione col Sole, ed Apogeo, e massimamente diretto. Ed essendo nel primo caso misurata la latitudine Geocentrica dall'angolo PTQ, nel secondo da P*t*Q, saranno tali latitudini tra se, come tali angoli, ovvero come le linee PT, P*t* prossimamente. Essendo dunque la stessa la latitudine Heliocentrica, è varia la Geocentrica, ed è molto maggiore essendo Marte Perigeo di quello che Apogeo.

Secondo che si mutano le situazioni di Marte riguardo della Terra e il Sole, si mutano ancora le latitudini Geocentriche, con questa regola, che tanto più crescono quanto più Marte è alla Terra vicino, e si diminuiscono quanto più è lontano.

Sia

[1] *Fig. 1. Tav. 20.*

Sia in secondo luogo T*t* [1] il piano ecclittical della Terra, NP*n* l' orbita di un pianeta inferiore, N*n* la linea de' nodi. Essendo la Terra in T, e il pianeta in P, se si tira PQ normale al piano terrestre, anche in questo caso la latitudine Geocentrica è l' angolo PTQ. Se il pianeta è in P, e la Terra in T, nel qual caso il pianeta è Perigeo, e massimamente retrogrado, la latitudine è misurata dall' angolo PRQ; ma quando la Terra è in *t*, restando il pianeta in P, nel qual caso egli è Apogeo, e massimamente diretto, la latitudine è misurata dall' angolo P*t*Q, e perciò tali latitudini sono tra se come tali angoli; ovvero come le linee P*t*, PT prossimamente. Dalle quali cose seguita, come ne' superiori pianeti, che restando la stessa latitudine Heliocentrica, varia sia la Geocentrica, ed essendo il resto pari sempre più si diminuisce quanto più il pianeta si accosta all' Apogeo.

Dalla prima Figura è facile il conoscere, che nessuno de' superiori pianeti può mai ritrovarsi di mezzo tra la Terra e il Sole; onde possa impedire allo spettatore terrestre la vista del Sole, ma può bensì il Sole essere di mezzo tra il pianeta e la terra, nel qual caso può il pianeta essere coperto dal Sole sicchè non si veda, come quando nella congiunzione si ritrova egli in uno de' nodi N, e la Terra nell' altro *n*; ovvero prossimamente.

Ma nella seconda figura si conosce come un pianeta inferiore può egualmente coprirci il Sole, ed essere da esso coperto. Il primo se essendo la Terra in Z, il pianeta è nel Nodo N, ovvero prossimo ad esso; il secondo se stando la terra nello stesso sito, il pianeta si trova nel Nodo *n*, ovvero vicino ad esso.

Quando un pianeta inferiore nella sua inferior congiunzione si ritrova in uno de' Nodi, allora si vede scorrere a guisa di una nera macchia per lo disco del Sole, come il primo di tutti osservò Venere il celebre Horoccio l' anno 1639, il quale spettacolo non dee rinovarsi prima dell' anno 1761 adì 26 di Maggio.

Per mezzo di tale osservazione ancora si conoscono le diverse distanze de' pianeti. Così ritrovasi essere bensì talvolta Marte coperto da Venere, ma giammai Venere coperta da Marte, e così degli altri.

Spiegar le Fasi de' Pianeti. Proposizione VI.

Essendo i pianeti corpi sferici, e opachi non hanno lume se non loro viene dal Sole; nè restano illuminati se non per una metà prossimamente. Tale metà è quella, che sta rivolta dirittamente al Sole, cioè quella, alla cui sezione sta perpendicolare la linea tirata dal centro del Sole al centro del pianeta illuminato. La grande distanza, che hanno dal Sole i pianeti di Giove, e di Saturno, de' quali il primo dista, come si è detto, dal Sole cinque volte più della Terra, e Saturno quasi dieci, fa che l' Emisfero illuminato di tali Pianeti si scopra sempre, almeno sensibilmente, agli occhi dello spettatore terrestre, e perciò tali pianeti comparischino sempre a guisa di un lucido disco rotondi. Ma non così Marte per la sua minor lontananza. Imperocchè sia T*t* [1] l' orbita della Terra, e la Terra in T. Quando Marte è nel sito A, dove sta in congiunzione col Sole, ovvero in B, dove sta nell' opposizione, egli dee comparire rotondo, perchè in tali positure tutto l' emisfero illuminato si fa vedere allo spettatore terrestre, ma non così ne' punti C, e D, dove l' angolo STC, ovvero STD è retto, nel qual sito si nasconde all' occhio una parte dell' illuminato Emisfero, e perciò comparisce Marte in figura *Gibbosa*.

(1) *Fig. 2. Tav. 20.*

A maggiori Fasi sono soggetti gl' inferiori pianeti. Il che per conoscere sia la Terra in T, [2] e Venere in A, cioè Perigea, e posta tra la Terra e il Sole, nella qual positura nulla dell' Emisfero illuminato rivolgendosi allo spettatore terrestre, non può ella vedersi. Ma quando Venere è nel luogo B, essendo la Terra in T, allora si scuopre una parte del suo illuminato Emisfero, e comparisce *Cornuta*, ma colle corna verso l' oriente. In C comparisce *Dicotoma*, o Bipartita, in D *Gibbosa*, in E finalmente rivolgendo tutto l' Emisfero illuminato alla Terra risplende con *pieno* volto, dopo di che ritorna ad aver le medesime Fasi, ma in positura contraria, e comparisce *Gibbosa* in F, *Bipartita* in G, e *Cornuta* in H colle corna verso occidente, e finalmente si nasconde in A; e sono le sue Fasi come nella Figura [3].

Tale Fenomeno è una conseguenza necessaria del sistema Copernicano. Imperocchè non può Venere girare intorno il Sole, come suppone Copernico, se non ha tali Fasi; e come al tempo di Copernico per mancanza di Telescopj tali Fasi non si scuoprivano, fu ciò portato per un invincibile argomento contro tale Ipotesi, che perciò fu considerata dalla maggior parte come assurda. Ma dopo che il Galilei, il quale fu il primo a servirsi di lunghi Telescopj per la contemplazione degli Astri, osservò, e fece ancora vedere agli altri, come Venere ora compariva Rotonda, ora Gibbosa, ora Cornuta secondo le sue positure diverse, non ebbe più luogo tale argomento contro i Copernicani, anzi

(1) *Fig. 3. Tav. 20.* (2) *Fig. 4. Tav. 20.* (3) *Fig. 5. Tav. 20.*

anzi gli stabilì maggiormente nella loro opinione, perchè nel loro sistema tali Fenomeni facilmente poteano spiegarsi, e se in altri sistemi, non certamente nel Tolemaico; perchè non essendo, come abbiamo detto, giammai Venere lontana dal Sole più di 48 gradi, non è possibile, che essendo sempre dissotto il Sole ella giammai comparisca *Piena*, e *Rotonda*.

Sebbene Venere nel sito E ci dimostra tutta la sua faccia, non ci comparisce però quivi col massimo suo fulgore. Imperocchè viene diminuita la sua splendidezza per la maggiore distanza della Terra, e ciò in maggior ragione di quello che si accresca la porzione illuminata del disco. Imperocchè sia Venere in H quattro volte più vicina alla Terra di quello che in E, nel qual sito la parte rilucente è sedici volte più fulgida. Nello stesso sito se avvenga che si dimostri solo il quarto del disco, si conosce come la vicinanza della Terra accresca in maggior ragione lo splendore al pianeta di quello che si diminuisca egli per la Fasi. Il sito della massima splendidezza dimostrò il dottissimo Hallejo negli atti di Londra n. 349 essere nella elongazione di 40 gradi, dove una quarta parte del disco solamente risplende, ma con una sì viva luce, che supera ogni altro pianeta, e si fa vedere anche alla presenza del Sole.

Le stesse Fasi accadono ancora in Mercurio; ma non potendo esso vedersi se non nelle sue maggiori elongazioni dal Sole, di rado guardato co' Telescopj egli comparisce rotondo; ma talvolta bipartito, talvolta gibboso, e talvolta cornuto.

Nell' osservazione fatta da Domenico Cassini in Parigi allora quando egli comparve immerso nel Sole, guardato col Telescopio comparve di figura ovale; e nell' uscire dal disco del Sole comparve quattro volte maggiore di quello che nel disco. Il suo diametro in questa osservazione comparve la centesima decima ottava parte del diametro solare, come lo aveva definito il diligentissimo Hevelio, benchè fosse vicinissimo alla Terra.

A N N O T A Z I O N E.

Il primo, che discoprì esservi le Fasi in Venere, come sono nella Luna, fu il Galilei [1] circa l' anno 1612. Dopo di esso lo Scheinero, il Riccioli, e il Gassendi attentamente la contemplarono, e dopo questi l' Hevelio, il Cassini ed altri; ma sovra tutti e con maggior esattezza il dottissimo M. Bianchini, il quale con lunghi Telescopj contemplando Venere con una somma

[1] *Sistema Cosm. Dial.* 3.

ma accuratezza arricchì di maravigliose scoperte Urania, ch' egli descrisse nel suo famoso libro di Fosforo ed Hespero all' immortal nome di Giovanni V. Re di Portogallo consacrato; il che a suo luogo riferiremo.

Dell' ordine, distanza, e periodi de' Pianeti secondarj giranti intorno i primarj, e de' principali Fenomeni, che da tali moti derivano. Cap. II.

Di sei pianeti primarj, che intorno il Sole si rivolgono tre soli ne furono sin ora osservati, intorno i quali girano altri pianeti, che perciò diconsi *Secondarj*, ovvero *Satelliti*. Uno gira intorno la Terra, e si dice la *Luna*, il quale compie il suo giro in giorni $27\frac{1}{8}$; ed è distante dalla Terra nella sua media distanza *66* in circa semidiametri della Terra. Intorno Giove se ne veggono quattro dall' acutissimo Galilei nell' anno 1610 la prima volta scoperti, e dal nome della Casa Medici chiamate da esso le *Stelle Medicee*. Il più vicino di questi si rivolge intorno il suo primario in giorni $1\frac{3}{4}$, il secondo in giorni $3\frac{3}{5}$; il terzo in $7\frac{1}{4}$, il quarto finalmente in $16\frac{3}{4}$. La distanza del primo da Giove è di 5 semidiametri di Giove e $\frac{2}{3}$, quella del secondo *9*, del terzo $14\frac{1}{3}$, del quarto $25\frac{1}{3}$.

Cinque parimente ve ne sono intorno Saturno. Il primo secondo, terzo, e quinto sono stati in varj tempi scoperti dal Cassini; il quarto da Hugenio. Il primo è stato scoperto l' anno 1684 nell' osservatorio Regio, il quale compie il suo giro in giorni $1\frac{7}{8}$ ed è distante dal centro del suo primario 4 e $\frac{3}{8}$ semidiametri di Saturno. Il secondo fu scoperto quasi nello stesso tempo dallo stesso celebre Astronomo, e fu osservato compiere il suo giro in giorni $2\frac{3}{4}$ in distanza $5\frac{3}{5}$. Il terzo fu da esso scoperto l' anno 1672, e compie il suo giro in giorni $4\frac{3}{5}$ in distanza 8. Il quarto fu molto prima di questi scoperto dall' accuratissimo Hugenio, il quale per la sua grandezza può con minori Telescopj vedersi, compie il suo giro in 16, ed è in distanza di 18 semidiametri. Il quinto to finalmente fu scoperto l' anno 1671 dal Cassini, il cui periodo si termina in giorni $79\frac{1}{3}$ in distanza di 54 semidiametri.

Oltre di tali Satelliti sta intorno Saturno un Anello lucente da Hugenio la prima volta osservato, il quale secondo le sue varie positure diversi strani aspetti cagiona, che lungo tempo delusero l' ingegno degli Astronomi, e non prima s' intesero, di quello che fosse l' anno 1659 pubblicato dal suddetto Autore il suo Saturnino sistema. Il diametro di questo Anello al diametro di Saturno è come 9 : 4, e lo spazio intermedio tra l' Anello e il globo di Saturno si adegua alla stessa latitudine di Saturno.

Spiegare i principali Fenomeni de' Secondarj. Proposizione I.

I Fenomeni principali de' secondarj sono questi.

1. Che non sempre, sebbene sono guardati con lunghissimi Telescopj, si veggono.

2. Ora a destra, ed ora a sinistra del suo Primario appariscono, ed or' in una, ed ora in un' altra distanza.

3. Non passano però certi limiti, e ciascheduno ha i suoi.

4. Or di qua dell' ecclittica si veggono, ed ora di là di quella; ed ora di qua, ora di là del piano del loro primario.

Tali fenomeni facilmente s' intendono, se si concepisce girar ciascun Secondario intorno al suo primario per un orbita, che sensibilmente da un circolo concentrico non è diversa, come si vede nella figura [1], in cui XATB rappresenta l' orbita della Terra, S è il Sole, OPQR è l' orbita del quarto Satellite di Giove, e gli altri tre circoli sono le orbite degli altri tre satelliti, e G è Giove, e si conosce chiaramente, che posta la Terra in X, ed un Satellite in Q, può questo per la sua vicinanza più facilmente scoprirsi di quello che se la Terra fosse in T, e il satellite in P. E questa è una cagione, per cui talvolta non si vede tale satellite. Oltre di questa ve ne possono essere ancora alcune altre, per cui si rendano invisibili. Imperocchè può darsi, che il satellite sia in P, e la Terra in B, nel qual caso essendo per linea dritta coperto dal suo primario non è visibile. Così non è visibile, s' essendo la Terra in X egli s' immerge nell' ombra V del suo primario, da cui resta ecclissato, ne' quali modi egli si toglie alla vista, come è il primo Fenomeno.

Seguita dalla stessa posizione, anche il secondo fenomeno. Imperocchè posta la Terra in X, ed il Satellite in Q si vede a destra, ma s' egli è posto in R, si vede a destra e più che si allontana dalla linea XG, più comparisce distante dal suo Primario.

Ma

[1] Fig. 6. Tav. 20.

Ma non può oltrepassare certi limiti, che per ciascuno sono determinati dal semidiametro del circolo, che ciascuno intorno il suo primario descrive, conforme al terzo fenomeno.

Che se si suppongano tali circoli in diverso piano dall' ecclittica, e diversa parimente dal piano de' Primarj, si conosce ancora la ragione del quarto fenomeno. Dov' è da notare, che se si osservano le latitudini de' secondarj attentamente, si ritrova ciascun piano di essi avere una particolare e distinta positura differente da quella degli altri; ma perchè non grande differenza si ritrova, per questo dagli Astronomi tutti i piani de' Satelliti Gioviali vengono considerati come un solo, e così ancora quelli de' Saturnali.

Spiegar le diverse Latitudini della Luna.
Proposizione II.

Gira la Luna A [1] intorno la Terra T, e mentre la Terra descrive la sua orbita RT intorno il Sole S da occidente in oriente, si muove la Luna intorno la Terra verso la medesima parte, cioè per le lettere A, B, C ec. Il piano dell' orbita Lunare col piano ecclittical della Terra sta inclinato cinque gradi incirca, la linea N*n*, ch' è la comune sezione de' due piani, e passa per lo centro della Terra è la *linea de' Nodi*, ed i punti N, ed *n* sono i *Nodi*. Di tali nodi l' uno, come N, si chiama il *Capo del Dragone* ed anche *Nodo* ascendente; perchè dopo che la Luna è giunta a questo nodo ascende verso di noi, cioè a dire si accosta alle parti boreali. Il nodo *n* dicesi *Coda del Dragone*, e ancora *Nodo Discendente*, perchè quando ad esso è giunta discende, e va verso le parti australi. Osservasi, che tale linea di nodi non è sempre nel medesimo sito, ma si cangia come se si movesse da oriente in occidente per le lettere NGF, e tale periodo si compie in 19 anni.

Dalla inclinazione del piano Lunare al piano ecclittical della Terra nascono le latitudini Geocentriche della Luna, le quali, come abbiamo veduto ne' pianeti primarj, sono diverse secondo i diversi siti, ne' quali ella si ritrova. Così, per esempio, la latitudine è zero, quando ella si ritrova in uno de' nodi, e va sempre crescendo fino al limite, dopo di che decresce fino al secondo nodo, ove ritorna zero, indi cresce, ma in contraria parte, fino al secondo limite, da cui di nuovo decresce fino al primo nodo.

V' è

[1] Fig. 7. Tav. 20.

V'è questa differenza tra la Luna, e i Pianeti primarj che questi hanno il piano loro sempre collo stesso angolo sensibilmente inclinato; ma il piano Lunare cangia continuamente d'inclinazione, e perciò ancora di limite, non osservandosi però mai oltrepassare un angolo di 10 gradi.

Spiegar le Fasi della Luna, Proposizione III.

Dalle varie positure della Luna riguardo la Terra e il Sole nascono le diverse Fasi, che nella Luna veggiamo, come abbiamo dimostrato di Venere. Imperocchè sia il Sole in [1] S, la Terra in T, e la Luna in A, cioè a dire in *Opposizione* col Sole. Allora essendo esposto alla Terra tutto l'Emisfero illustrato dal Sole, sarà essa veduta in *Pieno Orbe* risplendente, la qual Fasi chiamasi il *Plenilunio*. Quando ella è in B, allora l'Emisfero illustrato non conviene coll'Emisfero veduto, ma una parte di quello se ne nasconde, e perciò vedrassi *Gibbosa*. Essendo in C, dove l'angolo CTS è retto, nel qual sito è in aspetto *Quadrato*, allora dell'Emisfero illustrato se ne dimostra solo la metà, e comparisce perciò *Dicotoma*, o *Bipartita*, la qual Fasi chiamasi la *Quadratura*. Avanzata in D ci fa vedere solamente la terza parte dell'Emisfero illustrato, e perciò, come corpo rotondo comparisce *Cornuta* colle corna verso verso l'oriente, finochè arrivata in E, dove sta *Congiunta* col Sole, ci nasconde tutto l'Emisfero illustrato, e ci espone solamente l'oscuro, e perciò diventa invisibile, la qual Fasi chiamasi il *Novilunio*, ovvero la *Lunazione*, perchè dopo questa incomincia di nuovo ad apparire, dopodichè avanzata in F di nuovo comparisce *Cornuta*, ma colle corna all'occaso, *Bipartita* in G, *Gibbosa* in H, e similmente *Piena* in A, come sta espresso nella figura.

Siccome la Luna colla sua Luna riflessa illumina la Terra, così anche la Terra illuminata dal Sole illumina la Luna; anzi con maggior copia di luce, imperocchè essendo la superficie della Terra quindici volte incirca maggiore della superficie Lunare, posto che amendue abbiano la stessa forza riflettente, quindici volte più di luce riceverà la Luna dalla Terra di quello, che riceva la Terra dalla Luna.

Nei Novilunj tutto l'emisfero illustrato della Terra si rivolge alla Luna, e perciò posto uno Spettatore nella Luna, egli vedrebbe allora risplendere a piena faccia la Terra, la quale gli apparirebbe come un disco quindici volte più grande del disco Lunare, e sarebbe allora per lui il *Pleniterreo*.

[1] *Fig. 7. Tav. 20.*

Quando la Luna è nell'opposizione col Sole, allora la Terra sarebbe veduta dalla Luna in congiunzione, ed allora rivolgendosi tutto l'emisfero oscuro allo spettatore Lunare, non si vedrebbe più il disco terrestre, e sarebbe il *Noviterreo*; e in tutto il resto del tempo tali fasi nel disco Terrestre si vedrebbono, quali ne veggiamo nel disco Lunare.

Quando è prossimo il Novilunio è da osservare come oltre lo splendore vivace, con cui la Luna nelle sue corna risplende, evvi ancora per tutto il disco una tenue bianchezza dispersa, per cui si rende tutto il disco visibile; La stessa luce si vede ancora qualche giorno dopo i Novilunj. Per tale osservazione la maggior parte degli Astronomi credeva, che la Luna avesse in sè qualche principio di luce, per cui risplendesse da se medesima, sebbene non fosse illuminata dal Sole. Ma fu il primo a togliere questo errore il Galilei dimostrando, come tal luce non altronde nella Luna derivavasi, che dallo splendor della Terra, in cui li raggi dal Sole vibrati nella loro riflessione erano rimandati alla Luna, la quale di tali raggi nelle altre fasi è spogliata, perchè nelle altre positure i raggi dalla Terra riflessi ad essa non vanno. Il che maggiormente si conferma, perchè se la Luna di propria luce risplendesse, tale splendore non vedrebbesi solo intorno i Novilunj, ma nelle altre Fasi ancora.

Il Periodo Lunare è compiuto, come si trova per osservazione, nello spazio di 27 giorni 7 ore e $\frac{3}{4}$, il qual tempo propriamente si dovrebbe dire il *Mese Lunare*. Ma per mese lunare ordinariamente s'intende il tempo, che passa da una congiunzione della Luna col Sole, ad un'altra, cioè da un Novilunio ad un altro, il quale spazio di tempo dicesi ancora il *Mese Sinodico*, ovvero la *Lunazione*, ed è maggior del periodico. Perchè intanto che la Luna ha compiuto il suo intiero periodo, la Terra si è ormai avanzata da occidente in oriente, per la qual cosa è necessario, che la Luna qualche altro tempo cammini affinchè sia di nuovo tra la Terra e il Sole interposta. La differenza del qual tempo ritrovasi di 2 giorni, e 5 ore, e costa perciò il mese sinodico di 29 giorni, e ore 12 $\frac{5}{4}$.

Ciò che abbiamo detto delle varie latitudini, e varie fasi della Luna riguardo allo spettatore terrestre, si dee applicare ai satelliti di Giove, e di Saturno, se lo spettatore fosse posto in Giove, o Saturno; ed intendere ancora di tutti questi gli stessi fenomeni.

Spiegar l'Ecclissi della Luna. Proposizione IV.

Essendo la Terra [1] T un corpo opaco, se viene esposta al Sole S, è necessario, che getti un'ombra direttamente distesa verso le parti opposte al Sole in maniera, che se il Sole sta verso oriente, l'ombra si distenda verso occidente. Tal ombra quanto più si allontana dalla Terra, tanto più si osserva farsi più angusta, e come la Terra è prossimamente di figura sferica, così la sua ombra viene ad essere come un cono, qual è ABC direttamente opposto al Sole. Dalle quali cose si deduce essere la grandezza della Terra minore di quella del Sole. Perchè se la Terra fosse maggiore, sarebbe necessario che la sua ombra fosse a guisa di un cono tronco, che in infinito si va sempre allargando, come nella Figura [2], e se fosse eguale al Sole, sarebbe la sua ombra a guisa di un infinito cilindro, come nella Figura [3], amendue delle quali cose sono contrarie alle osservazioni.

Quale sia il semiangolo del cono ombroso terrestre si conosce per lo diagramma d'Ipparco. Imperocchè sia A [4] il centro del Sole, AE il suo semidiametro, C il centro della Terra, e dall'estremo punto del Sole E si tiri EG tangente alla Terra in G, che prodotta in D determina la punta dell'ombra terrestre, e il semiangolo del cono ombroso CDG. Tirata FG parallela alla linea centrale AC; e tirata parimente AG è facile il conoscere, che per la grande distanza del Sole il semidiametro CG della Terra diventando a guisa di un punto, non vi ha differenza sensibile se si riguarda il Sole dal centro C, o dal punto G, e perciò l'angolo AGE può considerarsi eguale all'angolo ACE, cioè al semidiametro apparente del Sole. L'angolo CAG è la parallasse orizzontale del Sole, a cui per la costruzione si eguaglia l'angolo alterno AGF. Se si considera dunque, che il semiangolo del cono CDG si eguaglia all'angolo esterno FGE, e l'angolo FGE è lo stesso, che AGE meno AGF; si conoscerà ancora, che il semiangolo del cono sarà anch'egli lo stesso, che AGE meno AGF, cioè a dire eguale alla differenza del semidiametro apparente del Sole, e della parallasse orizzontale.

In tal modo se il diametro apparente del Sole si pone col Cassini nella sua massima distanza di 31', e 40", e nella minima di 32', e 50", e si prende collo stesso la parallasse orizzontale del Sole di 10", sarà il semiangolo del cono ombroso di 15', e 40" nella distanza massima, e di 16', e 15" nella minima; e perciò di 15', e 57" nella media.

In

(1) *Fig.* 8. *T.* 20. (2) *Fig.* 9. *T.* 20. (3) *Fig.* 10. *T.* 20. (4) *Fig.* 1. *T.* 21.

In altro modo è determinato dallo stesso Ipparco il semiangolo del cono ombroso per mezzo della parallasse orizzontale della Luna, e del semidiametro apparente dell'ombra. Imperocchè sia CDG [1] il cono ombroso, e sia il centro della Luna in L; e si tiri IM parallella a CL. L'angolo CMI si eguaglia all'angolo LCM, il qual si eguaglia al semidiametro apparente dell'ombra. L'angolo CMG può considerarsi eguale all'angolo CLG, ch'è la parallasse orizzontale della Luna. Ma l'angolo IMG (ch'è lo stesso che il semiangolo del cono CDG) è la differenza degli angoli CMG, e CMI. Dunque il semiangolo del cono ombroso si eguaglia alla differenza del semidiametro apparente dell'ombra, in cui sta immersa la Luna, e della parallasse orizzontale Lunare, conosciute le quali si conoscerà anche quello.

Quanto è meno grande la sfera CG, tanto meno (essendo il resto pari) il semiangolo del cono ombroso aberra dal semidiametro apparente del Sole. Così essendo la distanza della Luna dal Sole presso ch' eguale alla distanza della Terra dal medesimo Sole, ed essendo la Luna assai minor della Terra, sarà meno differente il semiangolo del cono lunare dal semidiametro apparente del Sole di quello che il semiangolo del cono terrestre; e perchè il terrestre manca di dieci soli secondi, il lunare mancherà di minor quantità, e perciò fisicamente potrassi considerare come eguale al semidiametro apparente del Sole.

Dato il semiangolo D del cono terrestre non è difficile il determinare la lunghezza del medesimo cono, cioè CD. Imperocchè nel triangolo CDG rettangolo in G essendo noto l'angolo D, e il lato CG, ch'è il semidiametro terrestre, sarà ancora noto per la trigonometria il lato CD, ch'è la lunghezza cercata.

In tal modo essendo, come abbiamo detto, il semiangolo D nella massima distanza del Sole di 15', e 40", se si faccia come il seno di tale angolo al seno totale, così il semidiametro terrestre al quarto si ritroverà la lunghezza CD essere prossimamente 217 semidiametri terrestri, e nella media distanza del Sole $214 \frac{1}{2}$ cioè secondo Picardo piedi di Parigi 41971785239.

Tale Cono però non è per tutto egualmente opaco. Imperocchè essendo la Terra circondata da un'Atmosfera di fluido aereo crasso, e che ha forza rifrattiva, i raggi del Sole, che dall'etere puro nell'Atmosfera terrestre obliquamente entrano, sono obbligati a deviare dalla sua linea, e piegar dentro lo spazio dell'ombra terrestre in maniera che illustrano tale spazio in un sito più, in uno meno

[1] *Fig.* 2. *T.* 21.

meno secondo che vi entrano più, o meno addensati in un sito di un altro, conforme le leggi della rifrazione, come veggiamo nella Figura[1].

Per cagione di tali raggi si ponno considerare due Coni ombrosi, l' uno che termina in D; di cui l' asse come abbiamo detto sopera 200 semidiametri della Terra, e l' altro che termina in B, di cui l'asse secondo il calcolo del P. Tacquet[2]; del P. Chales [3], ed altri non arriva a 44 Semidiametri. Se invece di considerare la sola sfera terrestre, si considera ancora la sua Atmosfera si potrà intendere, come molti raggi passando per l' Atmosfera, e molti restando riflessi, si genera intorno l' ombra nera Terrestre un' ombra mista di tenue, e pallida luce, che non è propriamente ombra, nè luce, e perciò si chiama *Penombra*, sempre più folta, ed oscura quanto più si accosta alla vera ombra, e sempre più rara, e diluta quanto più si allontana. L' asse di tale cono calcolandolo come quello terrestre, si troverà poco più di $214\frac{1}{2}$ Semidiametri Atmosferici nella media distanza dal Sole. E' necessario perciò il determinare l' altezza dell' Atmosfera per conoscerne la lunghezza di tale cono, la quale però qualunque sia non arriva a Marte, non osservandosi giammai ecclissato Marte quando sta in opposizione col Sole.

Oltre tale Penombra vi è quella ancora, che nasce per l' opposizione che fa la Terra ad una porzione dei raggi del Sole. Il che per intendere sia il Sole S, e la Terra T, e si tirino le rette, come nella Figura [4]. L' ombra vera è TVMR, dove non vi è alcun raggio di Sole. Ma la Penombra è negli spazj MRN, MVP, dove arriva solo una parte dei raggi solari, la quale quanto più si avvicina all' asse ombroso, tanto è più folta, perchè quanto più è vicina all' asse, tanto meno dei raggi solari riceve.

Se accade, che la Luna nella sua opposizione col Sole, ovvero nel suo *Plenilunio* si ritrovi nel piano dell' ecclittica, ovvero vicina ad esso, il che avviene quando ella è in uno de' nodi, o pure vicina ad esso; allora venendole dalla Terra impediti i raggi, che riceve dal Sole, e nel cono ombroso immersa, giace senza luce, cioè a dire si *ecclissa*. Tal ecclissi è *Totale*, o *Parziale* secondo che o tutta, o in parte cade nell' ombra. Il che per esporre:

Sia in primo luogo il circolo AB [5], che rappresenti la sezione trasversa del cono ombroso terrestre, dove la Luna s' immerge, e sia LNC l' orbita della Luna, l' ecclittica DE, ed N uno de' nodi posti al centro della sezione; in tal caso l'ecclissi è *Totale*, e *Centrale*. Tale sorta di ecclissi sonosi vedute talvolta durar quattr' ore intiere, quando

[1] *Fig.* 3. *Tav.* 21. [2] *Astr. L.* 4. [3] *Astr. L.* 4. [4] *Fig.* 4. *Tav.* 21.
[5] *Fig.* 5. *Tav.* 21.

quando il Sole è Apogeo, e la Luna è Perigea, nel qual caso la sezione ombrosa, in cui entra la Luna è la massima, ed ha il diametro triplo del diametro lunare.

Se il nodo è fuori del centro, ma non però molto lontano da esso, come nella figura [1], l'ecclissi è totale, ma non centrale, e dura minor tempo.

Ma se il nodo è molto lontano dall' ombra. come nella figura [2], allora una parte sola della Luna s' immerge, e l' ecclissi è *Parziale*. E perchè di tali ecclissi sogliono varie essere le specie, onde ora una parte maggiore, ora una minore s' immerge, hanno perciò diviso gli Astronomi il diametro lunare in dodici parti eguali, che chiamano *Dita*, e paragonano l' una coll' altra secondo il numero delle dita che nell' ombra s' immergono.

Se la Luna va fuori dell' ombra, l' ecclissi è nulla, come nella figura [3]. L' ecclissi lunari per l' ordinario accadono due volte l' anno. Imperocchè essendo due i nodi, ne' quali l' orbita della Luna interseca l' ecclittica, che cangiano sito successivamente da oriente in occidente; e scorrendo il Sole in un anno tutta l' ecclittica, è necessario che in un anno passi per amendue, ed in tal modo quando è nell' uno, mandi l' ombra terrestre nell' altro. Se il Plenilunio succede allora, seguita, come abbiamo detto, che si faccia l' ecclissi della Luna totale, e centrale; ma se non succede allora, e però tanto grande la grossezza del cono ombroso, e tanto minuta la inclinazione dell' orbita lunare, che sebbene la Luna è di qua, o di là del nodo per dieci e più giorni, è necessario, che tocchi l' ombra, e si faccia qualche ecclissi parziale. E non in altro caso può passare un semestre senza qualche lunare ecclissi, se non quando il Sole passa per uno de' nodi lunari in tempo del novilunio, in cui la Luna è massimamente lontana dall' ombra, o uno, o due giorni prossimamente.

E' da osservare, che quando la Luna entra nell' ombra terrestre, non entra mai nello spazio della vera, e pura ombra; imperocchè non si avvicina mai cotanto alla Terra in maniera che possa immergersi in quella, essendo il cono AB [4] come abbiamo notato, 43 semidiametri terrestri in circa, e non essendo mai la Luna più vicina di 50 semidiametri. Lo spazio perciò, per cui passa, è sopra B, ed è nella regione de' raggi rifratti, che passando per l' Atmosfera sono per le leggi della rifrazione introdotti nell' ombra. Nasce da questo, ch' ella nell' ecclissi non toglie affatto all' occhio, ma con un colore rossiccio, e a guisa di una pietra cotta apparisce, come primo di tutti notò il dottissi-

(1) *Fig.* 6. *Tav.* 21. (2) *Fig.* 7. *T.* 21. [3] *Fig.* 8. *T.* 21. [4] *Fi.* 3. *T.* 21.

tissimo Keplero [1], e dopo di esso il celebre P. Riccioli [2], e il P. Tacquet [3].

Non è qui nostro scopo il discoprire i metodi per computare i tempi delle ecclissi, e le loro durazioni, e le loro specie, e le altre affezioni, non potendosi far questo senza molte calcolazioni, dalle quali in questo nostro trattato Fisico espressamente ci asteniamo contentandoci di dare solo una introduzione al Cielo, perchè ciascuno della prima soglia invaghito s'invogli di entrare nei più segreti penetrali, e conoscere più da vicino le fatture dell'Autore Sovrano.

Spiegar l'Ecclissi del Sole. Proposizione V.

Siccome allora che la Terra sta di mezzo tra la Luna e il Sole vengono i raggi Solari incercetti sicchè la Luna resta senza luce, il che diciamo essere la sua ecclisse; così quando la Luna è di mezzo tra la Terra e il Sole sicche i raggi del Sole restando dalla Terra incercetti a noi non arrivino, onde non più veggiamo il Sole, diciamo farsi allora l'ecclissi del Sole, la quale piuttosto dovrebbesi dire l'ecclissi della Terra, che della luce del Sole è privata. Tali ecclissi perciò si formano ne'soli Novilunj, ne'quali la Luna trovasi o in uno de' nodi, o vicina ad esso. In tale caso se il cono lunare arriva alla Terra, come nella Figura [4], lo spazio CD è tutto immerso nell'ombra, e gli abitatori di quel tratto veggono un' ecclissi di Sole *Totale*. Negli spazj BC, DE, come non da ogni punto del Sole vi arrivano i raggi, così vi sta una Penombra, e gli abitatori di tali spazj veggono un'ecclissi di Sole *Parziale*, la quale tanto si vede minore, quanto più sta lontano dall'ombra l'abitatore; ma fuori dei confini B, ed E nulla il Sole si vede ecclissato, non essendo per tali spazj impedito alcun raggio di qualunque punto del Sole.

Per conoscere quanta sia la lunghezza del cono lunare si dee considerare, ch'essendo il cono lunare figura simile al cono terrestre, saranno i loro assi come i loro diametri; ed essendo secondo le osservazioni il diametro della Terra a quello della Luna come 100 : 28 prossimamente, saranno in tale ragione ancora i loro assi. Perciò se si faccia come 100 : 28 così 217, ch'è la lunghezza del cono terrestre nella massima distanza dal Sole, al quarto, si troverà la lunghezza del cono lunare $60 \frac{3}{4}$, e nella distanza media del Sole $59 \frac{1}{3}$.

Per

(1) *Astron. Optic.* (2) *Almag. L.* 5. (3) *Astron. L.* 2. (4) *Fig.* 9. *T.* 21.

Per conoscere poi quanta parte di superficie terrestre sia ingombrata dal cono lunare, poniamo che il Sole sia nella massima distanza, nel qual caso il cono lunare è poco più di 60 semidiametri terrestri, e poniamo la Luna massimamente vicina alla Terra, nel qual caso è poco più lontana di 56 semidiametri. Sia perciò L [1] la Luna, ABD la Terra, il cui centro è T, LV la distanza della Luna dalla Terra, ed LM la lunghezza del cono lunare. Essendo LT 56 semidiametri, ed LM 60, sarà TM 4, posto TB 1. Ma l'angolo TMB si eguaglia al semidiametro apparente del Sole, cioè a 15', e 50''. Dunque nel triangolo TMB si conoscerà BTM, ed in conseguenza ancora l'angolo BTA, ovvero l'arco AB, che sarà di 79 minuti, e perciò anche il suo duplo BC, che sarà di 158 minuti, cioè di gradi 2, e minuti 38, che ridotti a miglia Italiane (posti 60 miglia per grado) sono miglia 158, e tale è il diametro del circolo terrestre in tale caso oscurato dall'ombra.

Ma se si cerca quanta parte di superficie terrestre sia oscurata dalla penombra lunare, sia in primo luogo MON [2] la Luna, il cui centro C sia congiunto con S centro del Sole della linea CS: Dalle due estremità del Sole G, ed F si tirino le linee GN, ed FM tangenti alla Terra in N, ed M, e l'angolo MIN, ovvero GIF sarà l'angolo del cono penombroso. Tirata dunque dal punto N la linea NH parallela a CS, l'angolo GNH non sarà sensibilmente diverso dal semidiametro apparente del Sole, essendo sensibilmente la stessa cosa (per la distanza enorme del Sole, e per la picciolezza della Luna) riguardare il Sole dal punto N, e dal centro C. Ma all'angolo GNH si eguaglia GIS, ch'è il semiangolo del cono penombroso, Dunque l'angolo intiero del cono penombroso si può agguagliare al diametro apparente dal Sole. Dalle quali cose seguita ancora, che nel triangolo CNI rettangolo in N dato il lato CN, ch'è il diametro lunare, e l'angolo CIN, troverassi ancora col calcolo trigonometrico il lato CI, ch'è la lunghezza del cono penombroso dall'apice fino al centro della terra C.

Sia in secondo luogo ABD [3] la Terra, L la Luna, ed AMB il semiangolo del cono penombroso. Per aver la massima penombra si supponga il Sole massimamente alla Terra vicino, e la Luna massimamente lontana, nel qual caso il semidiametro apparente del Sole si potrà prendere di 16', e 25'', ed LM di 58 semidiametri terrestri, ed LT di 64, e perciò TM di 122. Nel triangolo dunque TAM conosciuti i due lati TM, e TA, e l'angolo TMA si avrà l'an-

[1] *Fig.* 10. *T.* 21. [2] *Fig.* 1. *T.* 22. [3] *Fig.* 2. *T.* 22.

l'angolo MTA, ovvero l'arco AB, ed in conseguenza il suo doppio ABD, che sarà di 70 gradi e 50 minuti, ovvero miglia Italiane 4250, e tale è il diametro del circolo penombroso, che ingombra la Terra.

Come la distanza della Luna dalla Terra è talvolta maggiore di 60 semidiametri terrestri, e $\frac{3}{4}$, che come abbiamo detto è la massima lunghezza del cono lunare, così allora tale cono non arriva alla Terra. Da ciò nasce, che sebbene l'ecclissi è centrale, non si nasconde però tutto il Sole; ma solo una parte del disco, restando scoperte e visibili l'estreme parti a guisa di una corona di luce, come in figura [1]

Se avviene che la Luna ci copra tutto il Sole, non resta però lungo tempo nelle dense tenebre lo spettatore terrestre, parte perchè giammai il diametro apparente della Luna supera molto il diametro apparente del Sole, e parte perchè la Luna va in tal maniera veloce da occidente in oriente, che non ci lascia troppo tempo coperto il lucido disco, in faccia di cui si oppone.

Come affine che si faccia la massima ecclissi Solare è necessario, che la Luna sia in uno de' nodi allora, quando si congiugne col Sole, così benchè non si ritrova in un nodo, quando non ne sia troppo lontana, è necessario, che getti sulla Terra qualche ombra, o qualche penombra, ed in conseguenza cagioni qualche ecclissi solare. Essendovi perciò in un anno 12, e talvolta 13 lunazioni, accade che in un anno si veggano più spesso ecclissi solari di quello, che lunari, molto più che non è facile alla Terra per la sua molta grandezza sfuggire l'ombra, o la penombra lunare. Ma come non sopra tutta la Terra cade il cono, ma solamente sopra qualche tratto, il quale varia secondo i siti della Luna, così l'ecclissi del Sole non si veggono replicate nello stesso luogo così spesse volte, come quelle della Luna.

Non è difficile il determinare per ciascun tempo l'ecclissi solari, e quanta debba essere la loro durazione, e quante dita di Sole debbano oscurarsi, e sopra quali tratti di Terra precisamente debbano cadere l'ombre, e le penombre, ma perchè ciò è proprio più delle Istituzioni Astronomiche, di quello che di una Fisica elementare, per questo rimettiamo in tal parte il leggitore a quelli, che di tali cose diffusamente hanno trattato.

ANNO-

(1) *Fig. 3. T. 22.*

ANNOTAZIONE.

Dalle ecclissi della Luna, e del Sole, e principalmente da quella della Luna, come più facili a calcolare, e più universali alla Terra, prendono gli Astronomi il metodo di ritrovare la *Longitudine* de' luoghi terrestri. Imperocchè conoscendo l'ora in cui per un dato luogo incomincia l'ecclissi, e l'ora parimente, in cui incomincia per un altro, la differenza delle ore darà la differenza de' luoghi per longitudine, computandosi quindici gradi per ora, come è cosa nota ai Geografi.

Spiegar l'ecclissi de' Pianeti Gioviali, e Saturnali. *Proposizione VI.*

Come lo spettatore terrestre vede talora ecclissata la Luna, e talora il Sole, così se fosse posto in Giove, e Saturno vedrebbe gli stessi Fenomeni, e vedrebbe ecclissarsi le loro Lune dall' ombra del loro primario, quando esse sono in opposizione col Sole, e vedrebbe da esse ecclissato il Sole, quando son nella congiunzione.

Ma anche allo spettatore terrestre deggiono farsi vedere l' ecclissi di tali Lune, e principalmente quelle delle Lune Circumgioviali, come più vicine di quelle di Saturno.

In simili ecclissi è da osservare, che quando Giove è più orientale del Sole, come quando la Terra è in A [1], i suoi Satelliti prima si veggono dritti a Giove, indi entrano nell'ombra, ma quando Giove è più occidentale del Sole, come quando la Terra è in B, prima si veggono entrare nell' ombra di Giove, e poi si veggono dritti a Giove.

Per mezzo l'ecclissi de' Circumgioviali ha didotto il dottissimo Romer essere il moto della luce successivo, e non istantaneo, come prima di esso supponevano quasi tutti i Filosofi. Imperocchè se il moto della luce fosse istantaneo, essendo la Terra in T, cioè a dire dal Satellite massimamente rimota, nello stesso tempo vedremmo l'ecclissi del Satellite di quello che se la Terra fosse in X, dov'è massimamente vicina. Ma ciò nota il Romer essere contro la osservazione. Imperocchè, quando la Terra è in X, in tutte le osservazioni per moltissimi anni fatte notò sempre comparire l'ecclissi del Satellite più presto di quello ch'essendo la Terra in T, in maniera che tanto

[1] *Fig. 6. Tav. 20.*

to più presto comparisca sempre l' ecclissi, quanto più il Satellite sta vicino alla Terra, dalle quali cose deduce lo stesso celebre autore non essere istantanea la comunicazion della luce, ma successiva, benchè la sua velocità sia oltre modo grande, ed incredibile, per cui in dieci minuti discende dal Sole a noi.

L' ecclissi delle Lune Gioviali servono a' Geografi di mezzo assai comodo per determinare le longitudini de' varj luoghi, ne' quali esse si osservano. Imperocchè se in due luoghi diversi osservisi il principio dell' ecclissi di una Luna Gioviale, e si notino attentamente le ore, nelle quali accadono tanto nell' uno quanto nell' altro luogo, tale differenza di ora darà la distanza de' meridiani a tali luoghi appartenenti. Se invece dunque di due osservatori si abbiano l' effemeridi delle ecclissi delle Lune Gioviali computate accuratamente pel meridiano di un qualche luogo, e si faccia l' osservazione in un altro, la differenza del tempo, in cui si vede incominciare, o finire l' ecclissi, darà la differenza longitudinale dal luogo, per cui furono l' effemeridi computate.

Dei Fenomeni procedenti dal moto periodico de' Pianeti, ed insieme del loro moto intorno il proprio Asse.
Cap. III.

LA Terra nella supposizione Copernicana, mentre fa il suo periodo intorno il Sole nello spazio di un anno, gira ancora intorno il suo asse, e compie tal giro nello spazio di ventiquattr' ore. Sta il suo asse inclinato al piano dell' orbita con un angolo di sessantasei gradi e mezzo in circa, il quale nell' annuo giro va sempre parallelo a se stesso, se non che, qualunque sia la cagione, leggermente turbato vacilla, e due volte all' anno piega un poco dal suo sito, e due volte si restituisce, per lo cui moto cangiasi l' intersezione dell' ecclittica coll' equatore, e si muove da oriente in occidente, ma così lentamente, che in settantadue anni appena si compie un grado. E con tale principio spiegano i Copernicani tutti i Fenomeni, che si veggono intorno le conversioni diurne del Sole, e degli altri corpi, ed i giorni, e le notti, e le vicende delle stagioni, e la processione degli equinozj, come ora vedremo.

Spiegare il moto diurno appparente di tutta la sfera.
Proposizione I.

Se la Terra nella sua periodica traslazione non si movesse intorno il suo asse, ma restasse ferma nella sua positura, a qualunque spettatore terrestre non apparirebbe avere altro moto il Sole, che l' annuo da occidente in oriente, ma non si vedrebbe mai nascere e tramontare ogni giorno. Ma rivolgendosi la Terra intorno il suo asse nello spazio di ventiquattr' ore, tale moto fa comparire che si rivolga intorno di essa ogni giorno il Sole, e tutti i corpi, che sono nella visibile sfera. Il che per esplicare sia primamente ABCD [1] la Terra, EFGH il firmamento, e sia in D uno spettatore terrestre, di cui l' orizzonte è GE, e il Sole sia in S talmente situato, che si levi a riguardo dello spettatore. E perchè la Terra gira in 24 ore da occidente in oriente, sarà lo spettatore portato dopo sei ore da D in A, dove avrà l' orizzonte in FH, e il Sole nel meridiano, il quale per conseguenza comparirà essersi alzato sull' orizzonte da oriente in occidente per la metà dell' arco diurno. Sei ore dopo lo spettatore sarà in B, e il suo orizzonte in EG, e allora il Sole si vedrà all' occaso. Ma dopo altre sei ore lo spettatore sarà in C, e il suo orizzonte in FH, e sarà per lui mezza notte fino che dopo altre sei ore ritornato in A vedrà di nuovo spuntare il Sole, ed in tal modo giudicherà, che il Sole abbia descritto in 24 ore un circolo da oriente in occidente, perchè la Terra si è girata nel medesimo tempo da occidente in oriente.

Ciò che si è detto del Sole si dee intendere di ogni stella, e di ogni punto della sfera aspettabile, la quale per conseguenza comparirà rivolgersi tutta da oriente in occidente nello spazio di 24 ore, come se dal primo mobile fosse rapita, e l' asse della sua rivoluzione apparente sarà lo stesso asse della Terra indefinitamente prodotto.

Spiegar la differenza de' giorni, e delle notti. Proposizione. II.

In qualunque sito dell' orbita stia la Terra, come sferica, ed opaca, è sempre per una metà illuminata dal Sole; e per l' altra metà è nelle tenebre involta. Quelli, a' quali appartiene l' emisfero illuminato, veggono il Sole, cioè hanno il *Giorno*, e quelli, che stanno nell' emisfero oscuro, hanno la *Notte*. Il circolo massimo, per cui confinano codesti due emisferi, dicesi il *Termine della illu-*

[1] *Fig. 4. Tav. 22.*

ſtrazione del Sole, cui ſempre è normale la linea, che congiugne i centri del Sole, e della Terra. Se l' equatore terreſtre coincideſſe col piano dell' ecclittica in maniera che l' aſſe della Terra foſſe perpendicolare all' ecclittica, allora il termine della illuminazione giugnerebbe ad amendue i poli, e tutti i circoli paralleli all' equatore ſarebbono da eſſo egualmente tagliati, e perciò qualunque ſpettatore per tutto l' anno avrebbe un perpetuo equinozio. Ma perchè l' aſſe della Terra ſta inclinato all' ecclittica con angolo di *66* gradi e $\frac{1}{2}$, ſempre parallelo a ſe ſteſſo, il piano dell' illuminazione non ſempre taglia egualmente i circoli paralleli all' equatore; cioè a dire non vi ha ſempre equinozio.

Imperocchè ſia il Sole [1] S, e A B C D l' ecclittica a cui l' aſſe della Terra ſta inclinato con un angolo di *66* gradi, e $\frac{1}{2}$, e ſempre parallelo a ſe ſteſſo, come ſi vede nella Figura. Allora che la Terra è nel primo grado della Libra A, che è uno de' due punti, ne' quali l' equatore s' interſeca coll' ecclittica, la linea centrale tirata dal centro del Sole a quello della Terra paſſa per l' equatore terreſtre, e il piano dell' illuminazione termina ad amendue i Poli, e perciò è illuminata la metà dell' equatore, e di qualunque altro circolo a lui parallelo, reſtando l' altra metà nelle tenebre. Naſce da queſto, che qualunque ſpettatore nel girarſi, che fa la Terra equabilmente intorno il ſuo aſſe, tanto tempo reſterà nella luce, quanto nelle tenebre, e perciò avrà tanto tempo di giorno, quanto di notte; cioè a dire avraſſi un univerſale equinozio.

Moſſa poi a poco a poco la Terra, ed arrivata dopo tre meſi al Capricorno B, la linea centrale non paſſa più per l' equatore terreſtre, ma per lo tropico Boreale E F, ed in tale poſitura il piano della illuſtrazione va oltre il polo boreale P in L, e termina di qua dell' auſtrale *p* in *l*. Se per L, ed *l* ſi deſcrivano i due paralleli L M, ed *l m* ſaranno queſti i due polari; ed è facile allora il conoſcere, che il tratto incluſo dal Polare L M è tutto illuminato, e perciò tutti gli abitatori di quello hanno allora perpetuo giorno. Per lo contrario tutto il tratto incluſo dall' antartico *l m*, è nelle tenebre involto, onde avvi allora perpetua notte. Ma perchè di tutti i paralleli poſti tra il polare artico e l' equatore il maggior arco è nella luce, ed il minor nelle tenebre, avraſſi per conſeguenza da quelli, che colà ſono maggiore il giorno della notte, e tanto maggiore quanto più ſono vicini al polare. Ma di tutti i paralleli, che ſono vicini all' antartico, l' arco maggiore è nelle tenebre,

[1] *Fig.* 5. *Tav.* 22.

ed il minor è nella luce, e perciò da quelli, che colà ſono avraſſi minore il giorno della notte, e tanto minore quanto più ſono vicini al ſuddetto polare.

Giunta la Terra dopo altri tre meſi nell' Ariete C, avrannoſi di nuovo dal Termine della luce tutti i paralleli egualmente tagliati, e per conſeguenza ritornerà l' univerſale equinozio.

Ma poſta poi dopo altri tre meſi nel primo del Cancro D, di nuovo la linea centrale va fuori dell' equatore paſſando per lo tropico Auſtrale *e e*; ed allora di nuovo ſono tutti i paralleli inegualmente tagliati dal termine della Luce, ed accade agli auſtrali tutto ciò, che ritrovandoſi la Terra nel Capricorno B abbiamo veduto accadere ai boreali.

Se ciò, che abbiamo detto de' quattro punti principali, ſi applichi a proporzione a tutti gli altri punti intermedj, è facile il conoſcere come e quanto debbano per ciaſcun punto variare i giorni, e le notti, e debbano le ſtagioni mutarſi, come ſperimentiamo.

A N N O T A Z I O N E.

Per determinare l' angolo, che fa l' ecclittica coll' equatore, ſono neceſſarie, come avverte l' Hevelio, lunghe, ed accurate oſſervazioni con eſquiſiti ſtromenti. Egli lo pone di 23°, 30', 20", come il Riccioli nell' Aſtronomia riformata, il Signor de Moutons 23°, 30', come il Riccioli nell' Almageſto, e lo Strezzio nell' Aſtronomia Carolina. Il Signor de la Hire nelle tavole Aſtronomiche 23°, 29' Le quali minute differenze fanno giudicare, che l' angolo dell' ecclittica ſia ſtato ſempre immutabile, ſebbene confrontando le oſſervazioni degli antichi ritrovanſi differenze aſſai più grandi, il che però viene piuttoſto attribuito al difetto de' loro ſtromenti, principalmente dopo che l' accuratiſſimo Gaſſendi ritrovò, come afferma nella vita di Perieſchio, per mezzo dell' ombra del ſuo Gnomone innalzato in Marſilia, eſſere l' obliquità dell' ecclittica quella ſteſſa la quale fu oſſervata al tempo di Aleſſandro Magno nella ſteſſa città da Pitea Marſilieſe.

Spiegare l' apparenza coſtante del Polo.
Propoſizione III.

Nel giro annuo, che fa la Terra intorno del Sole, conſervando eſſa il ſuo aſſe ſempre parallelo a ſe ſteſſo, è neceſſario, che l' aſſe in diverſi tempi dell' anno ſi dirigga a diverſe ſtelle, e quella ſtella, la, o punto di Cielo, a cui indefinitamente prodotto termina in tempo d' inverno sia diversa da quella, dove egli termina in tempo di state. Sopra la quale conseguenza necessaria del Sistema Copernicano fondasi una grave obiezione. Imperocchè non può moversi per l' orbita annua la Terra, se non si dirigge l' asse a diverse stelle, perciò non si cangia continuamente la direzione del Polo. Ma ciò è contro le osservazioni, perchè tanto in tempo d' inverno, quanto in tempo di state, l' asse apparisce costantemente diretto al medesimo punto del Cielo, e non si distingue alcuna mutazione di Polo. Dunque non conviene ai fenomeni l' ipotesi Copernicana.

Risponde però il Copernico, che tale mutazione dee comparire più, o meno sensibile secondo che più, o meno sono distanti le stelle fisse. Più che si accresce la distanza delle stelle, più la mutazione loro dee apparire minore in guisa che può tanto farsi grande, che insensibile affatto sia la loro mutazione; nè la costante apparenza del Polo doversi ad altro attribuire, che all' enorme distanza delle fisse.

ANNOTAZIONE.

Sonovi alcuni tra' Copernicani, che oltre le due direzioni, che ha la Terra, cioè l' una per cui descrive l' orbita annua intorno il Sole, e l' altra per cui gira intorno il suo asse, hanno creduto doversi porre una terza direzione, per cui si conserva il suo asse parallelo sempre a se stesso. Ma non avvertirono essere superflua questa terza direzione, ed essere una necessaria conseguenza delle due prime. Imperocchè siavi il corpo CD [1], il cui centro C si muova per la linea A*a*, a cui il diametro CD sia in qualunque modo inclinato, ed è facile il conoscere, che non essendo in tale corpo introdotto altro moto, che il progressivo, quando sarà arrivato in *a*, egli avrà il diametro CD nella stessa maniera inclinato, cioè a dire parallelo a se stesso. Se il medesimo corpo si arruoti intorno l' asse CD, è chiaro che tutte le sue parti si muovono fuori che l' asse, il quale perciò non dovrà cangiar positura, e dovrà restar parallelo, com' era, quando tutto il corpo si avanzi per la retta A*a*. Dalle quali cose concludesi, che per serbare tale parallelismo oltre il moto annuo, che ha la Terra, per cui gira intorno del Sole, e il moto di rotazione, per cui si rivolge intorno il suo asse, non dee ricorrersi ad una terza direzione, per cui ella debba conservare il suo asse sempre parallelo a se stesso.

Spie-

(1) *Fig. 6. Tav. 22.*

Spiegare la precessione degl' Equinozj.
Proposizione IV.

Benchè l' asse della Terra si stabilisce da' Copernicani andar sempre parallelo a se stesso, tale parallelismo però non è così esattamente conservato, che non si turbi, qualunque ne sia la cagione, benchè leggiermente, e con una mutazione non facilmente discernibile se non dopo lungo spazio di anni. Per ciò intendere sia la linea DCH [1] l' ecclittica, per cui si move il centro della Terra C, CE l' asse dell' ecclittica, e l' estremo E il suo Polo, e C*p* l' asse terrestre diretto al polo P, intorno cui nella conversione diurna compariscono rotarsi tutti i Cieli. Se si concepisce il circolo PQFG parallelo all' ecclittica, per ogni annua rivoluzione l' asse terrestre in tale maniera dee intendersi, che si turbi, sicchè di continuo muti la sua direzione, sebbene egli conserva l' angolo stesso coll' asse dell' ecclittica. Così dopo un dato tempo è, per esempio, nella positura C*q*, per cui si riferisce al punto Q, indi al punto F, indi al punto G; ed in tal modo descrive una superficie canonica, come si rappresenta da GCP, e l' estrema sua punta descrive intorno il Polo E dell' ecclittica il circolo PQFG. Tale mutazione si fa così lentamente, che non si compie codesto circolo, cioè a dire non ritorna l' asse alla pristina direzione in P se non dopo lo spazio di 25920 anni, computandosi per ogni 72 anni un grado.

Seguita da tal moto, che apparir debbano le stelle fisse descrivere continuamente circoli paralleli all' ecclittica, ed avanzarsi continuamente in longitudine da occidente in oriente, serbando però la stessa latitudine, come osservò Timocari, e dopo di esso Ipparco, e Tolomeo. Imperocchè sia primamente il polo in P, dove si supponga una fissa, e quando l' asse avrà cangiata direzione in maniera che il polo sia in Q, allora apparirà, che la fissa sia receduta dal polo per tutto l' arco QP, e quando il polo sarà in F, apparirà di aver receduto tutto l' arco FP, ed in tal modo apparirà di avere descritto un circolo intiero da occidente in oriente intorno l' asse dell' ecclittica EC, perchè intorno di esso si è mosso da oriente in occidente l' asse terrestre CP. E alla lentezza di tale moto corrisponderà la lentezza apparente delle fisse, onde non prima di 25920 anni compariranno avere compiuto il loro giro.

Per

[1] *Fig. 7. Tav. 22.*

Per tale mutazione di positura nell' asse terrestre cangiano continuamente i due punti d' interfezione dell' ecclittica coll' equatore, cioè a dire si cangiano continuamente i nodi, e il loro moto è da oriente in occidente. Da ciò nasce, che se una stella in un dato tempo si ritrova in uno de' nodi equinoziali, dopo 72 anni si ritroverà bensì nell' ecclittica, come prima, ma non nel nodo, e parerà, che siasi avanzata verso l' oriente tanto quanto il nodo si è allontanato da essa, cioè a dire per uno spazio, che in 72 anni importa un grado, il qual moto chiamasi la *Processione degli equinozj*.

ANNOTAZIONE.

Se quel che suppongono i Copernicani nella Terra, si supponga ancora, come conviene alle osservazioni, che tale moto sia negli altri pianeti, e si rivolgano intorno l' asse nello stesso tempo, che sono trasportati intorno del Sole, stando l' asse loro inclinato all' ecclittica, seguita che quando vi fosse posto in essi uno spettatore, vedrebbe gli stessi fenomeni, che apparisconο allo spettatore terrestre, ed avrebbe ancor esso i giorni, e le notti, e le stagioni proporzionate al tempo della rotazione, al periodo annuo, ed all' inclinazione dell' asse del suo pianeta.

Osservazioni intorno il moto di rotazione del Sole, e degli altri Pianeti. Cap. IV.

Osservazioni delle macchie del Sole, e del moto di vertigine intorno il suo asse.

IL primo, che osservò essere la superficie del Sole non tutta lucida, e pura, ma di varie macchie cosperfa, fu il Galilei [1], tra le quali afferma averne osservate alcune di tale grandezza, che non solo il Mediterraneo, ma la stessa Affrica, ed Asia superavano. Dopo di esso molte osservazioni fece il P. Scheinero, e più di cinquanta ce ne lasciò descritte in un ampio volume, che in tale materia compose. Il Blancano afferma di averne computate alcune di grandezza eguali alla Terra tutta.

Di tali macchie ne osservano gli Astronomi ora una copia maggiore, ora una minore nel Sole; e dal gran numero di queste non dubitano essersi cagionato, che per un anno intiero si vedesse

[1] *Sistema Cosm. Dial.* 1.

vedesse il Sole, come narrano gli Storici, tutto pallido, e di languida luce. Dall' anno 1653 all' anno 1670 appena se ne vide una, o due, dopo di che se ne videro molte altre, che irregolarmente ora appariscono, ed ora si dileguano. Così osservò lo Scheinero alcune nuove macchie nel 1625 adì 6 Maggio, che adì 13 si cangiarono in alcuni tratti assai lucidi, chiamati da esso *Faci*. Così il Cassini nel 1 di Giugno del 1684 ritrovò una Face nel luogo stesso, in cui dovea ritrovarsi una macchia, lo stesso osservò l' Hevelio, de la Hire, ed altri.

Dalla rivoluzione periodica di tali macchie deducono gli Astronomi, rivolgersi il Sole da occidente in oriente, intorno il suo asse. Ciò chiaramente conoscersi se si contempla attentamente il disco del Sole, in cui veggonsi le sue macchie muoversi successivamente, e regolarmente dal lembo orientale all' occidentale, e dopo che per altrettanto tempo sono state nascoste, di nuovo si veggono comparire verso oriente, nel qual moto si osserva, come allora quando sono verso i lembi, compariscono tardissime, e quando nel mezzo del disco velocissime, e come parimente verso i lembi accorciate e strette; e verso il mezzo aperte, e con tutta la loro estensione.

Tale moto di vertigine lo compie il Sole secondo il Picardo, e il Cassini nello spazio di 25 giorni e 12 ore in circa. L' asse della rivoluzione del Sole taglia l' asse dell' ecclittica in guisa che fa con essa un angolo di 7 gradi, e $\frac{1}{2}$. Così se R P r p [1] sia il disco del Sole, il di cui centro è S, posto R r per asse dell' ecclittica, sarà P p l' asse solare, e l' angolo RSP di 7 gradi e $\frac{1}{2}$. Secondo l' osservazion del Cassini sta l' uno de' Poli solari P diretto all' ottavo grado de' Pesci, e l' altro polo p all' ottavo della Vergine. Dalle quali cose seguita, che l' equatore solare MN taglia l' ecclittica mn con un angolo di 7 gradi e $\frac{1}{2}$, e i punti della interfezione sono all' ottavo de' Gemini, e del Sagittario, ne' quali punti quando si ritrova si ritrova la Terra, allora la linea centrale tirata dall' occhio dello spettatore terrestre al centro del Sole è perpendicolare all' asse del Sole, il che fa che le macchie compariscono muoversi in linea retta, ma in tutti gli altri siti compariscono muoversi per elissi [2], le quali tanto più compariscono aperte, quanto più la Terra si discosta dai punti della interfezione.

Osser-

(1) *Fig.* 8. *Tav.* 22. (2) *Vedete l' Accad. Real. delle Scienze* 1707.

Osservazioni delle Macchie Lunari, e del moto di essa intorno il suo asse.

Se la Luna non si movesse intorno il suo asse, nel tempo in cui descrive l'orbita intorno la Terra, seguirebbe, che ogni giorno ella ci dimostrerebbe una diversa faccia. Ma osservasi tutto il contrario, perchè per tutta l'orbita, che descrive, non si vede giammai mutar faccia, ma dimostrarsi sempre la medesima, onde deducono gli Astronomi di muoversi essa intorno il suo asse, ed il giro, ch'ella fa intorno se stessa compirsi nello stesso tempo, in cui ella si gira intorno la Terra. Imperocchè sia lo spettatore terrestre in T [1] intorno cui si gira la Luna per l'orbita 1, 2, 3, 4, e nel punto 1 dell'orbita si esponga allo spettatore l'emisfero ABC. Intanto che la Luna percorre il primo quarto dell'orbita, e va da 1 in 2, percorrerà intanto la Luna col moto di vertigine intorno il suo asse un quarto del suo giro, e sarà la Luna come si rappresenta al punto 7, cioè a dire esporrà verso la Terra T la medesima faccia ABC. Per la stessa ragione sarà in 3 esposta colla medesima faccia, e così in 4, dal che si conosce come dalla complicazione di tali due moti debbasi vedere sempre la medesima faccia, come è conforme alle osservazioni.

E' però da notare, che non è così esattamente mantenuto a noi l'aspetto dello stesso emisfero, che ora qualche zona non si discopra verso il lembo orientale, ora verso l'occidentale, il che diede occasione di credere agli antichi, che fosse la Luna agitata da un certo moto di *Librazione*. Ma ciò dipoi si è scoperto non doversi derivare da altra cagione, che dalla inequabilità del suo moto periodico, con cui, come diremo, percorre il perimetro d'una elissi intorno la Terra, perch' essendo inequabile il moto, con cui essa percorre l'orbita, ed equabile quello, con cui si gira intorno il suo asse, seguita che nel sito 2, dove per esempio ha ella percorso un quarto dell'orbita, ella abbia percorso più di un quarto di giro intorno il suo asse, e perciò ci discuopra una nuova zona, che nel punto 1 non appariva. Nel punto 3 ritorna l'emisfero come prima, ma nel punto 4 essendo compiuti tre quarti dell'orbita, e non tre quarti di giro intorno il suo asse, si discopre una picciola zona del lembo contrario al primo, la quale non appariva nel punto 1, che finalmente in 1 si ritorna a nascondere.

Tale

(1) *Fig. 9. T. 22*

Tale Faccia, che a noi dimostra la Luna, se fosse tersa, e polita; come sono gli specchi, o che ci sarebbe invisibile, o che vedremmo in essa una sola immagine del Sole, come veggiamo negli specchi con vessiche: che se la veggiamo tutta di luce risplendere, è necessario il dire ch'ella sia aspra, e scabra, ed i raggi, che nella sua superficie riflettono, da ogni parte sieno ribattuti.

Quelli, che tale faccia attentamente co' lunghi Telescopj hanno contemplato, hanno in essa scoperto una mirabile varietà di parti, altre lucide, altre oscure, e delle lucide, ed oscure altre più ed altre meno; le quali accuratamente descrissero formandone la figura, ed a ciascuna parte i loro nomi ponendo, altri dai Filosofi, come il Langreno, e il P. Riccioli, altri dalle voci Geografiche, come l'Hevelio, il che può vedersi nelle loro Selenografie.

Il P. Riccioli dà il metodo di misurare ancora le sue prominenze. Imperocchè sia FGH [1] l'emisfero della Luna illustrato, ed A la punta della prominenza. Subito che si vede questa illuminata si osservi col micrometro la proporzione della retta AF al diametro lunare FG; e perchè AF è tangente, sarà il triangolo AFC rettangolo in F, in cui essendo dati i lati AF, ed FC sarà data ancora l'ipotenusa AC, da cui sottraendo il semidiametro BC resterà l'altezza cercata AB della prominenza lunare. In tal modo avendo il P. Riccioli osservato il monte di S. Caterina; ed avendo compreso essere la sua distanza AF dal termine della illuminazione FG l'ottava parte del diametro AG, [posto il diametro AG di 2264 miglia] trovò l'altezza AB essere di 9 miglia, cioè a dire il triplo de' nostri più alti monti.

Osservazioni intorno i Pianeti Superiori.

Il celebre Hoochio [2] nell'anno 1666 osservò molte macchie in Marte, che mutavano sito, nè si restituivano al luogo primiero se non all'ora quasi stessa della notte seguente, dal che concluse, che Marte si rivolgesse intorno il suo asse. Nel medesimo tempo il Cassini [3] osservò le medesime macchie, e determinò, che il periodo della rivoluzione di Marte fosse di 24 ore e 40 minuti. Confermò anche l'Hugenio [4] le medesime osservazioni. E nota di più lo Sturmio nelle effemeridi [5] di Francia, che il moto di quelle macchie nella parte inferiore del disco non solo si fa da oriente in occidente, ma ancora per circoli paralleli, che poco dall'ecclittica declinano. Intorno di esso Marte sospetta il Romer [6] per la

(1) *Fig. 10. T. 22.* (2) *Atti d'Inghilterra anno 1666.* (3) *Loc. cit.* (4) *Cosmoth.* (5) *Effem. 35.* (6) *Du Hamel. Hist. dell' Accad.*

la imbecillità di una stella, ch' egli osservò dopo la sua congiunzione con Marte, esservi un' Atmosfera. Imperocchè tale stella non potè stinguersi in alcun modo nè pure con un grande Telescopio prima che fosse lontana da Marte due terzi del suo diametro. Osservò ancora l' Hugenio in tale Pianeta un cingolo molto largo ombroso, da cui resta offuscata la parte di mezzo del disco.

Anche in Giove osservò l' Hoochio [1] nel *1664* una piccola macchia, che per lo spazio di due ore percorse da oriente in occidente la metà quasi del diametro di Giove. Nello stesso tempo osservò la stessa macchia il Cassini, per lo moto della quale dedusse, che Giove si rivolgesse intorno il suo asse nello spazio di *9* ore e *56* minuti.

Tali macchie non sempre si veggono. Quella che osservò il Cassini durò fino al *1667*, nè ritornò a farsi vedere se non nel *1672*. Dopo di che per tre anni continui fu veduta, in maniera che però fino al 1708 si vide apparire, e disparire otto volte. Nel *1639* tre zone furono osservate in Giove, le quali guardate dal Grimaldi, dal Riccioli, e dall' Hugenio, non furono sempre nella stessa positura, e grandezza vedute. Dall' anno *1665* fino al *1690*, fuori che quella dal Cassini osservata, non se ne videro che alcune poche, e fugaci; ma dipoi una incredibile moltitudine ne comparve.

Anche ne' Satelliti di Giove scoprì alcune macchie il Cassini, e perchè tali macchie non sempre si veggono, conjetturò, che ancor essi muovansi intorno il suo asse, e sospettò esservi intorno il primo Satellite un' Atmosfera.

L' anno *1667* scoprì il Cassini in Saturno una zona, o fascia, che passa per lo centro di tale pianeta; e l' anno *1683* dedusse il *Facio*, ch' egli si rivolgesse intorno il loro asse dall' apparenza di una candida zona, che dopo 24 ore disparve.

Osservazioni intorno i Pianeti inferiori.

Se si osserva Venere con lunghi telescopj, non si vede meno macchiata degli altri pianeti. Così tra molti Onorato Fabri [2] la vide aspra, e densata allora ch' era Dicotoma, e il Sig. de la Hire nell' anno 1700 guardandola con telescopio di *16* piedi vide in essa eminenze assai maggiori di quelle che veggonsi nella Luna. Ch' ella parimente si mova intorno il suo asse da occidente in oriente, lo dedussero il Cassini, ed altri dal moto delle sue macchie che nella sua superficie si notano. Ma perchè nessuno versò con maggior accuratezza intorno tale pianeta di quello che fece il dottissimo Bian-

[1] *Atti d' Inghilt. 1665.* [2] *Fis. Part. 2.*

chini, il quale poi nel suo eccellente libro del Fosforo, ed Hespero pose alla memoria del Mondo, noi di tali scopette ora ne daremo una chiara contezza, parte per onore dovuto a così grande Uomo, e parte per utile della ingenua gioventù, per cui scriviamo i nostri elementi.

Osservazioni del dottissimo Bianchini intorno di Venere fatte in Roma, e in Montalbano.

Divise l' illustre Autore le sue osservazioni intorno a Venere in quelle, che riguardano le sue *Macchie*, quelle che riguardano il *Moto*, e quelle infine, che riguardano la *Parallasse* di questo Pianeta. Cominciò le sue osservazioni *maculari* ne' mesi di Febbrajo, e di Marzo nell' anno 1725 trovandosi il Pianeta nel 40: grado sopra l' orizzonte, nel qual tempo compariva come la Luna nelle quadrature. Le macchie, ch' egli vi osservò, erano simili alle maggiori *Lunari*, che *Mari* si appellano dagli Astronomi, e comparando i loro siti in ciascuna osservazione, trovò, che avanzavano ogni giorno quindici gradi incirca da occidente in oriente, onde seguiva, che una macchia descrivesse in sei giorni un quarto di circolo, e tutto il giro in ventiquattro. Di fatto le macchie osservate adì 9 Febbrajo ritornavano allo stesso sito adì 5 di Marzo. Ma non potendosi fare sulle osservazioni celesti una intiera descrizione delle macchie di Venere, perchè l' occhio non si trova sempre dirimpetto alle parti illustrate dal Sole, inventò l' ingegnoso Autore un Planisferio con l' orbita ottimestre di Venere intorno il Sole per dedurre tutta seguente la intiera *Celidografia*. E perchè ne' suddetti mesi non si potevano osservar le macchie, che sono ai Poli, ne rimise ad altro tempo la discoperta, che si fece nella state degli anni 1726, e 1727. E così avendo determinato il sito, e la figura di ciascuna macchia, che nella stessa maniera dee tornarsi a vedere otto anni dopo, quando non accadano mutazioni nel Pianeta, diede a diverse macchie i loro nomi, prendendoli dai Monarchi, e Principi Portughesi, e da alcuni celebri Navigatori. Componendo poi la distanza di Venere per rapporto a quella della Luna, e la forza aumentativa del Telescopio trovò egli, che l' una e l' altra erano state la cagione, per cui li Mari di Venere si vedevano col suo Telescopio della grandezza in circa, di cui si possono vedere quei della Luna da un buon occhio nudo. Osservò ancora, che tali macchie si vedevano più debolmente, e più oscuramente ne' mesi della state che in quei d' inverno, essendo allora la distanza del Pianeta quasi raddoppiata.

Nella rivoluzione di Venere intorno il suo asse osservò egli, che il suo equatore non coincideva perfettamente col circolo terminator della luce, il che egli discoprì osservando il progresso ordinato delle macchie ne' suoi paralleli. Era poi da indagarsi a qual parte del Zodiaco si dovesse riferire il piano, che passa per l' asse della rotazione, e per lo Sole, per conoscere se quest' asse vada sempre parallelo a se stesso intanto che il Pianeta descrive la sua orbita ottimestre intorno del Sole. E ciò egli eseguisce per mezzo del sopraccennato Planisferio, e dalle osservazioni continuate per dieci giorni nel Febbrajo del 1726 raccoglie che il suddetto piano tagliava l' ecclittica nel 20.° grado del Leone incirca, e dell' Acquario, e che perciò allo stesso grado trovavasi il Coluro solstiziale di Venere, in cui erano i poli della sua rotazione, e del circolo definitore della luce, e dell' ombra.

Così avendo stabilito, che il polo Boreale dell' asse di Venere stasse elevato sopra il piano dell' ecclittica gradi 15 in circa, e tendesse verso il Cavallo minore, tendendo per lo contrario il polo australe verso il cuore dell' Idra, e vedendo che in tutti li quadranti della sua orbita ottimestre Venere manteneva la medesima positura, riconobbe essere il suo asse sempre parallelo a se stesso, il che egli confermò colla contemplazione di alcuni de' suoi Mari. Ed in tal modo s' è aperta la via sicura per una piena esplicazion delle fasi, e delle macchie di questo pianeta, per rappresentar poi le quali cose egli si avvisò di comporre una sfera, in cui Venere gira attorno se stessa con l' asse sempre parallelo, e descrive la sua orbita nello spazio di giorni $224\frac{2}{3}$.

Pensò il Bianchini, che la difficoltà di costruire telescopj della lunghezza, di cui erano quei del Campano, di cui egli servivasi, la quale ascendeva a 100, 150, e 200 palmi, e quella ancora di osservar opportunamente le suddette macchie, fosse la cagione principale, per cui nel nostro secolo per altro così fecondo di discoperte, non si abbiano quelle se non molto imperfettamente osservate. Imperocchè appena una, o due n' erano state dal Cassini osservate negli anni 1666, e 1667 senza ch' egli ne abbia pubblicato nulla fuorichè in una lettera privata scritta al Sig. Petit, di cui l' estratto si vide poscia nel Giornal de' Dotti, e nella sfera del Sig. Ozanam. Dopo quel tempo il Cassini, sebbene sopravvisse 36 anni, non fe' più parola nè delle macchie, nè del moto di vertigine del suddetto pianeta. Anzi afferma egli medesimo, che non saprebbe in effetto cosa determinare sopra le osservazioni delle macchie, cui non ha potuto osservare che per poco tempo, o in una troppo picciola porzione di arco, dubitando se quel loro moto fosse da attribuirsi alla librazione, o alla rivoluzione di quel pianeta.

Ma non sono stati sì cauti gli altri Astronomi posteriori al Cassini nel determinar la durata di questo moto, forse sopra le osservazioni di quel grande Astronomo, cui egli però ha riconosciute per imperfette. Onde assicura il Bianchini, essersi il dottissimo Hallejo, e tutti gli altri dopo di esso, ingannati nel ridurre il tempo della rotazione di Venere a 23 ore, non compiendosi questo per lo contrario che in 24 giorni. Replicate poi le osservazioni con quanta diligenza si poteva nello spazio di due anni, ritrovò egli, che alla somma di 24 giorni dovevansi aggiugnere 8 ore in circa, contando i giorni di più rivoluzioni, la qual misura però si assume come prossima, e si potrà determinare più precisamente al fine di un ottennio, che sarà nel 1734 adì 9 Febbrajo 4 ore in circa dodo il tramontar del Sole, nel qual tempo si torneranno a vedere lo stesso moto, e le stesse fasi di Venere nello stesso sito che nell' anno 1726 alla stessa ora, e allo stesso giorno si erano vedute.

Per discoprire l' orizzontale Parallasse di Venere si servì il Bianchini del metodo del Cassini pubblicato nel suo opuscolo della Cometa dell' anno 1680, il quale malgrado le difficoltà di praticarlo con Venere, che sono notte agli Astronomi, fu eseguito da esso con felicità nei primi di Luglio del 1716 osservando di giorno in giorno le differenze della declinazione, e dell' ascensione retta di Venere e delle due fisse, che sono il regolo, e il cuor del Leone sì nel Meridiano, come fuori di esso aspettando, che il pianeta fosse così vicino all' una, o all' altra delle suddette fisse, che si potessero vedere insieme colla stessa apertura del tubo ottico. Dalle quali osservazioni dedusse, che la parallasse orizzontale di Venere era 24'', 20''; e quindi ne cavò in conseguenza, che quel giorno, cioè il dì 3 di Luglio del suddetto anno, la distanza di Venere dalla Terra era di 8000 semidiametri terrestri, computata quella del Sole 13403.

Desiderava di ripetere il Bianchini le medesime osservazioni otto anni dopo, cioè adì 3 Luglio del 1724, ma non avendone avuto il comodo, si assoggettò ad una maggiore fatica nel 1727 adì 19 Settembre, tentando di osservare la differenza delle ascensioni rette di Venere, e di Saturno più ore innanzi, e dopo il loro passaggio pel meridiano, mentre si trovavano in una egual declinazione australe dall' equatore, cioè a gradi 19. Ma l' osservazione era così lunga e penosa per rimarcar tutte le minuzie del tempo cogli oriuoli a pendolo nello spazio di 6 ore, che bisognava aspettare

tare l' ingresso di Saturno, e di alcune fisse vicine nel piano dello stesso circolo orario con Venere. Confrontando dunque con operosa diligenza le predette differenze ascensionali di que' due Pianeti, e di qualche fissa, che poteva nello stesso tempo osservarsi, trovò che la Parallasse orizzontale di Venere era nel tempo di sopra mentovato 22″ 12‴, e perciò minore della prima, quantunque dovesse ritrovarsi maggiore, essendo nella seconda osservazione Venere più vicina alla Terra. Ma come il metodo era assai faticoso, e delicato, così non è cosa strana, che sia soggetto a qualche alterazione.

Nell' anno *1645*, come nota il Riccioli nell' Almagesto L. 8., parve al Fontana di vedere uno, o due globetti oscuri, ora fuori, ora a diritto di Venere. Nel *1672*, e *1686* parve al Cassini stesso di vederne uno, che imitava Venere colle sue fasi, e n' era lontano $\frac{3}{5}$ del di lei diametro. Si è dubitato se fosse questo un Fenomeno nato nell' Atmosfera di Venere, o un Satellite di questo Pianeta; ma riflette il Bianchini non poter probabilmente dirsi il primo, perchè non è verisimile che si estenda tanto l' Atmosfera di Venere, ma nè pure forse il secondo, perchè se fosse un Satellite, dopo molte continuate osservazioni sarebbe ritornato a comparire.

Nuovi fenomeni osservati nella Luna dallo stesso Bianchini.

Avendo il medesimo Autore diretto nel dì *16* Agosto 1725 un Telescopio di 150 palmi nella Luna, verso la quadratura, vide nel *Platone* un particolare fenomeno. Imperocchè cadendo allora tale macchia nel termine della luce, il margine di quella profonda laguna assai rilevato appariva tutto illustrato da bianca luce, e intanto il fondo era oscurissimo, ma nel mezzo gli passava un tratto di lume rosseggiante, che stendevasi come una trave da un estremo all' altro. L' Autore propone ai Fisici, se per avventura siasi codesto un indizio di qualche foro aperto nel margine elevato di essa macchia dal lato del Sole, per lo quale foro passino i raggi solari, come per una finestra, o se piuttosto siano raggi rifratti, che dalla sommità della macchia siano inviati al fondo, e divengano rosseggianti, come sogliono fare nella nostra atmosfera al levare, o tramontare del Sole, e perciò sia questo un segno di qualche fluido, che a guisa di Atmosfera stia intorno alla Luna.

Un' altra discoperta egli fece nel 1727, e fu di alcune picciole aree

aree poligone rettilinee, per mezzo delle quali cred' egli che continuandosi queste col tempo ad osservare, si potrà conoscere al fine, se accada qualche mutazione nella esterna superficie di quel globo. Osservò ancora una incisura in linea retta, che si stendeva da Aristotele a Eudosso in forma di una fossa lunga una trentesima seconda parte del diametro Lunare, la quale perciò egli la computa 70 miglia Romane in circa.

Adì 22 Settembre dell' anno suddetto *Platone* non era ancora illuminato finchè adì 23 tutto scoprivasi, e gettava fino al centro della voragine un' ombra assai lunga formata dalla elevazione del greppo opposto al Sole. Ma non si vide alcun segnale del lume solare, come due anni prima, il che crede l' Autore che forse sia nato per una diversa positura, che aveva il foro marginale riguardo al Sole.

Della rivoluzion di Mercurio.

Il Kirker [1] ne' suoi viaggi estatici, e de Reita [2] nell' occhio di Enoch, ed Elia affermano che Mercurio si mova intorno il suo asse nello spazio di sei ore in circa. Ma le osservazioni più accurate fatte intorno di esso ciò non confermano, non potendosi facilmente scoprire le di lui macchie, se ve ne sono, a cagione della sua troppa splendidezza, e di rado potendo essere osservato per la sua troppa vicinanza al Sole.

Dell' Anello di Saturno.

Nelle varie osservazioni, che fece sopra di Saturno il Galilei, ed altri Astronomi dopo di esso, comparve loro in tante forme tale Pianeta: ora rotondo, ora ellittico, ora con due quasi orecchie, o graffi di grandezza diversa, che disperarono già potersi ritrovare la causa di tante varietà fino che l' acutissimo Hugenio [3] diede in pubblico nell' anno 1660 il vero sistema di tale Pianeta. Imperocchè tutte queste apparenze dimostrò egli non altronde nascere, che da un *Anello* di luce, che lo circonda, il quale secondo le diverse sue positure rappresenta diverse figure, e variamente i riguardanti delude. Sta tale Anello intorno il globo di Saturno in quella maniera, come nota il chiarissimo du Hamel, che sta intorno un globo artefatto il suo orizzonte, concentrico al globo, e lo circonda senza che da nessuna parte lo tocchi, come si vede nella figura [4], in cui S è Saturno, ed ABC l' Anello. Egli è tenue, e pie-

[1] *L.* 1. [2] *L.* 4. [3] *Fis. P.* 2. [4] *Fig.* 11. *Tav.* 22.

e pieno, ed equabile, e sta il suo semidiametro a quello di Saturno secondo l' Hugenio, e il Cassini come 11 : 5, e la sua latitudine DA si eguaglia all' intervallo DE, e nella minima distanza si vede sotto un angolo di 68 secondi. Tale Anello o non si rivolge, o pure si rivolge intorno l' asse P*p*, che congiugne i suoi poli, intorno cui è verisimile, che si rivolga ancora Saturno. Sta il suo piano inclinato all' ecclittica con un angolo di 23 gradi e $\frac{1}{2}$, nè cangia mai positura per tutta l' orbita, che percorre Saturno, sta l' asse P*p* sempre parallelo a se stesso.

Con tale sistema si spiegano le sue così strane apparenze. Imperocchè essendo in tale positura il piano dell' Anello, che continuato passerebbe per lo centro della Terra, allora si renderà invisibile, perchè non sta esposta all' occhio se non la sua grossezza, ch' è minore di quello che si richiede per farsi in tale distanza vedere, e perciò si vedrà allora Saturno di figura globosa, come se non avesse Anello, che lo circonda. Secondo poi che egli si avanza, principierà a farsi vedere il suo Anello, che per essere obliquo allo spettatore comparirà a guisa di un elissi, la quale cresce più di larghezza, quanto minor è l' obliquità, con cui si dimostra l' Anello.

Il che per mettere sotto gli occhi sia per maggiore facilità lo spettatore in S [1] luogo del Sole, intorno cui giri Saturno per le lettere AEH ec. coll' asse parallelo sempre a se stesso. Essendo Saturno in A dove il piano dell' anello prodotto passa per l' occhio S, si conoscerà che non dee comparire allora altro, che la grossezz dell' Anello, la quale per la sua tenuità non vedendosi, dee Saturno comparire come un semplice globo senz' anello, ma avanzandosi coll' asse parallelo a se stesso incomincerà a dimostrarsi con figure varie elittiche, le quali sempre più si avvicinano al circolo, secondo che si diminuisce l' obliquità dell' anello fino che l' anello è in E, dove essendo minimamente obliquo, si vede ancora colla massima faccia dopo che decresce la latitudine dell' elissi a misura che l' anello si fa più obliquo, finochè in fine stando nuovamente diritto all' occhio in H, di nuovo si dilegua il suo aspetto, e comparisce un' altra volta Saturno globoso, dopo di che un' altra volta apparisce coll' anello, la cui apparenza cresce fino in N, da cui in fine torna a decrescere, e diventa zero in A.

Le

[1] *Fig.* 1. *Tav.* 23.

Le stesse Fasi deggiono vedersi sebbene con qualche differenza dallo spettatore posto nel centro della Terra.

Di qua e di là del punto A, dove sta l' anello diretto all' occhio per un arco di sette gradi in circa, è così tenue l' aspetto dell' anello, che per tutto quello spazio non si discopre, e come Saturno impiega per ogni grado un mese, così seguita, che per quattordici mesi in circa non si discopre; e perciò comparisce Saturno solo, e globoso. Tale lo vide il Galilei nel fine del 1612, nel principio del 1613; tale ancora lo vide 30 anni dopo il Gassendi, e tale quindici anni dopo, cioè nel 1659 l' Hugenio essendo allora Saturno nel luogo H. Codesto luogo osservò allora l' accuratissimo Uomo corrispondere alli 20 gradi, e $\frac{1}{2}$ della Vergine, e perciò il luogo A essere nei gradi 20, e $\frac{1}{2}$ de' Pesci. Sette anni dopo lo vide in N colla massima faccia, corrispondendo il punto N alli gradi 20, e $\frac{1}{2}$ del Sagittario, dove avendo Saturno la massima declinazion dell' ecclittica, espose ancora la massima faccia, la quale dovevasi vedere quindici anni dopo in E nei gradi 20, e $\frac{1}{2}$ de' Gemelli.

Fine dell' Ottavo Libro.

LI-

LIBRO NONO

Continuazione della stessa Materia.

SEZIONE PRIMA.

Dell' Orbite de' Pianeti, e delle loro conseguenze.

Delle Elissi Kepleriane. Cap. I.

I Fenomeni che fin ora abbiamo spiegati, non hanno obbligato Copernico a considerare le orbite de' Pianeti diverse da' circoli concentrici, il centro de' quali è il Sole. Ma considerando più attentamente i moti del Sole, scoprissi, che non sono i Pianeti in qualunque loro sito egualmente distanti dal Sole. Imperocchè se la Terra fosse in ogni tempo egualmente dal Sole lontana, essendo equabile il moto del Sole, non si vedrebbe il Sole impiegar più tempo in passando dall' equinozio di primavera a quello di autunno di quello che dall' equinozio di autunno a quello di primavera, de' quali tempi la differenza è quasi di otto giorni, la qual cosa è argomento evidente, che l' arco percorso ne' sei mesi estivi della Terra intorno il Sole sia più grande dell' arco descritto ne' sei mesi invernali, e che in conseguenza del circolo annuo terrestre non sia centro il Sole. Il che maggiormente si conferma, perchè in tempo di state comparisce il Sole con minore diametro di quello che in tempo d' inverno, il che è manifesto indizio della sua ineguale distanza in tempi diversi. Dalle quali apparenze fu costretto Copernico a stabilire, che l' orbita della Terra fosse *eccentrica* al Sole, come stabilì Tolomeo, che l' orbita del Sole fosse eccentrica alla Terra, e come giudicava, che non altre orbite dovessero ammettersi in Cielo, che le circolari, come le più semplici tra le curve, e corispondenti alle osservazioni; così pensò, che la Terra non altro descrivesse, che un circolo eccentrico al Sole, qual è ABCD [1] il cui centro è in E, e il luogo del Sole S. Il punto A, ch'è rimoto dal Sole, lo chiamò *Afelio*, il punto C, ch' è il più vicino, il *Perielio*, la linea AC è la linea degli *Apsidi*, o degli *Augi*, i due punti A, e C gli *Augi*, e la linea ES l' *Eccentricità*. Lo stesso farsi da ogni Pianeta, che gira intorno del Sole, se non che l' eccentricità è in ciascuno diversa, ed in tutti fuori che in Venere è maggiore

[1] *Fig. 2. Tav. 23.*

giore di quella, ch' è nell' eccentrico della Terra. Colla qual Teoria i Copernicani molto aggiustatamente determinarono i luoghi de' Pianeti, e costruirono le tavole per mezzo del loro calcolo, le quali poco aberravano dalle osservazioni, principalmente in quei pianeti, ne' quali le orbite non molto deviano dal circolo, com' è quella della Terra. Ma nel calcolare il luogo di Marte per qualunque dato tempo osservò l' accuratissimo Keplero [1], che tale teoria a tale pianeta non bene rispondeva, ma ne' luoghi dagli *Apsidi* rimotissimi le distanze di Marte dal Sole venivano ad essere minori di quello che portava la natura del circolo in maniera che l' orbita di Marte invece di essere il circolo ABCD, veniva ad essere la curva AMCN, la quale finalmente dopo penosi calcoli riconobbe, ch' era un' elissi Apolloniana, in cui la linea dagli Augi AC è il diametro maggiore, MN che passa per lo centro E, ed è perpendicolare alla AC, il diametro minore, S uno de' fochi, dove sta il Sole. E secondo tale figura trovò Keplero tutte le distanze SP di qualunque pianeta primario dal Sole, alle quali rispondono ottimamente le molte, ed accurate osservazioni fatte da Ticone.

Metodi per investigare la distanza della Luna dalla Terra. Cap. II.

IL metodo comune per determinar la distanza della Luna dalla Terra è per mezzo della sua Parallasse. Ma per conoscer questa due sono i metodi più celebrati.

Il primo consiste in determinare secondo le tavole Lunari, quale declinazione abbia la Luna dall' equatore nel tempo, in cui si ritrova ella sul Meridiano, nel qual modo conoscono quale sia la sua vera altezza sopra l' orizzonte razionale, cioè a dire quale sia l' altezza, in cui si vedrebbe da uno spettatore posto al centro della Terra. Osservata poi con accurati stromenti l' altezza, ch' ella ha nel medesimo tempo riguardo all' orizzonte sensibile, cioè a dire riguardo allo spettatore terrestre, in tale maniera ritrovano la differenza dell' altezza razionale dall' altezza sensibile, ch' è la Parallasse cercata.

Tale osservazione è più sicura se, come avverte Tolomeo, si ritrova la Luna in quel punto d' orbita, in cui patisce la minima mutazion di declinazione, come quando si ritrova nel *limite boreale*.

Data la parallasse ne seguita la determinazione della sua distanza.

[1] *Comment. della Stella di Marte.*

ſtanza. Imperocchè ſia la Luna nel punto A [1], l'oſſervatore in B, e ſia C il centro della Terra. L'altezza razionale della Luna è l'angolo ACD, noto al tempo dato per le Tavole, l'altezza oſſervata è l'angolo ABE, la differenza de' quali angoli è le Parallaſſe BAC. Imperocchè eſſendo BE e DC tra loro parallelle, l'angolo eſterno AFE ſi agguaglia all'angolo ACD, ed allo ſteſſo AFE eſterno ſi agguagliano li due interni, ed oppoſti FAB ed ABF. Dunque ACD = FAB + ABF; e perciò FAB, ovvero BAC = ACD — ABF, ovvero ACD — ABE, ed in conſeguenza l'angolo BAC ſi agguaglia alla differenza dell'altezza razionale, e della viſibile, cioè a dire eſprime la Parallaſſe. Data dunque nel triangolo BAC la parallaſſe BAC, e l'angolo BCA, ch'è la diſtanza della Luna dal Zenit, e in fine il lato BC, ch'è il ſemidiametro della Terra, ſi conoſcerà col calcolo trigonometrico anche il lato AC, che è la diſtanza della Luna dal centro della Terra, e il lato AB, ch'è la diſtanza di eſſa dall'occhio noſtro.

Ed in tal modo il P. Riccioli raccoglie eſſere la diſtanza della Luna Apogea nelle ſue quadrature di ſemidiametri terreſtri $66\frac{2}{3}$, nelle ſizigie $64\frac{1}{4}$ Ma quando è Perigea nelle quadrature 51, e nelle ſizigie 53.

Il Caſſini determina la maſſima diſtanza di eſſa 62 ſemidiametri, la minima 53. Il Keill la maſſima 64, la minima 56, in guiſa che la media è 60; cioè a dire, come ſtabiliſce il Picardo, piedi di Parigi 1176946920.

Data una parallaſſe di altezza, ne ſeguita la cognizione della parallaſſe orizzontale. Imperocchè nel triangolo EBC rettangolo in B ſi conoſcerà l'angolo ECB per la parallaſſe conoſciuta, e perciò ancora la parallaſſe orizzontal ricercata.

In tal modo appreſſo lo ſteſſo Riccioli trovaſi, che nelle quadrature della Luna Apogea la parallaſſe orizzontale è di minuti 51, 32, nelle ſizigie 53, 30; e quando è Perigea nelle quadrature 66, 56, e nelle ſizigie 63, 55.

Ta-

(1) *Fig.* 3. *Tav.* 23.

Tavola delle maſſime, e minime parallaſſi orizzontali Lunari ſecondo diverſi Autori.

	Parallaſſe	maſſima	minima
Secondo	Copernico	65, 48	50, 10
	Ticone	65, 35	56, 14
	Longomontano	66, 9	57, 15
	Lansbergio	77, 6	51, 12
	Bullialdo	63, 42	53, 36
	Keplero	63, 41	55, 36
	Vendelino	61, 18	53, 46

Il ſecondo metodo conſiſte nella oſſervazione di una ſola eccliſſi Lunare fatta in quel tempo, in cui la linea che congiugne le punte delle corna lunari è parallela all'equatore. Imperocchè ſe allora ſi oſſerva la ſua altezza apparente, la ſua aſcenſione retta, e la ſua apparente declinazione, ſi conoſce ancora la ſua diſtanza. Sia perciò ZPHO [1] il Meridiano, in cui P ſia il Polo, Z il Zenit. E ſia QE l'equatore, in cui l'aſcenſione retta incomincia in R, HO l'orizzonte, A il luogo apparente della Luna, ed V il razionale.

Per A, ed V s'intendano deſcritti i circoli della declinazione PAB, PUD, che tagliano l'equatore in B, e D. Conoſciuto il luogo del Sole, o col calcolo, o colle Tavole, ſi conoſcerà ancora la ſua aſcenſione retta, ed in conſeguenza l'aſcenſione retta del punto ad eſſo oppoſto, ovvero del centro dell'ombra, e perciò ſarà noto RD, e perchè ſi conoſce anche RB, ch'è l'aſcenſione apparente, ſi conoſcerà ancora la loro differenza, cioè l'arco BD, e perciò ſi conoſcerà l'angolo BPD. Dunque nel triangolo APZ eſſendo noti tutti e tre i lati, cioè AZ diſtanza apparente della Luna dal Zenit, AP diſtanza apparente della Luna dal Polo, e PZ diſtanza del Zenit dal polo, ſi conoſcerà l'angolo PAZ. Dipoi in PAV dati gli angoli APV, e PAV, e il lato AP, ſi conoſcerà AV, ch'è la parallaſſe ricercata; data la quale ſi avrà ſecondo le coſe ſopraddette la ſua diſtanza ancora dal centro della Terra e dall'occhio dell'oſſervatore.

Ritrovata la diſtanza per un tempo, è facile il ritrovarla per tutti i tempi. Imperocchè ſia OR [2] la Terra, di cui T è il centro e l'oſſervatore è in O, e ſia L il ſito della Luna oſſervato col metodo precedente, per cui furono determinate le diſtanze OL, TL,

(1) *Fig.* 4. *Tav.* 23. [2] *Fig.* 5. *Tav.* 23.

TL, e fiasi offervato allora nel primo entrare dell'ombra il diametro apparente dalla Luna. Se, quando la Luna è in *l* si offerva parimente il fuo diametro apparente, effendo le diftanze in ragione reciproca de' diametri apparenti, avraffi la diftanza O*l*. Nel triangolo dunque O*l*T conofcendofi i due lati O*l*, OT, e l'angolo TOL dato per l'apparente altezza, fi conofcerà ancora la diftanza ricercata T*l*; com'era propofto.

Metodi per conofcere la diftanza del Sole dal centro della Terra.

Tre fono i metodi fin ad ora celebrati preffo gli Aftronomi per difcoprire quale fia la diftanza del Sole dal centro della Terra. Il primo è d'Ipparco, il fecondo di Ariftarco Samio, il terzo è di Domenico Caffini.

Il metodo d'Ipparco confifte in dedurre la paralaffe orizzontale del Sole dalla paralaffe orizzontal della Luna. Imperocchè fe, come abbiamo efpofto [1], il femiangolo del cono terreftre fi eguaglia al femidiametro apparente del Sole meno la parallaffe orizzontale del Sole, farà dunque la parallaffe del Sole eguale al femidiametro apparente del Sole meno il femiangolo dal cono terreftre. E perchè il femiangolo dal cono terreftre fi eguaglia al femidiametro dell'ombra apparente meno la parallaffe Lunare, farà dunque la parallaffe orrizzontale del Sole eguale al femidiametro più la parallaffe orizzontale Lunare, e meno il femidiametro dell'ombra apparente. Di tal metodo fi fervirono quafi tutti gli antichi da Ipparco fino a Keplero, e il P. Riccioli, e in tal modo trovò Ticone effere la parallaffe orizzontale del Sole di 3. minuti, la quale poi da Longomontano fuo difcepolo fu ridotta a 2. minuti e 40. fecondi, le quali quantità però fono affai maggiori delle vere, come apparifce nell'ufo de' metodi meno lubrici, ed incerti di quefto.

Del fecondo metodo è Autore Ariftarco di Samo, e confifte in paragonare la diftanza della Luna dalla Terra, e dal Sole allora quando comparifce *Dicotoma*, o *Bipartita*. Il che per intendere è primamente da offervarfi, ch' effendo la Luna un corpo opaco, e sferico, una parte di effa refta fempre illuminata dal Sole, ed una parte refta ofcura, e febbene la parte illuminata è fempre maggiore dell'ofcura, effendo il Sole maggiore della Luna, contuttociò tanta è la diftanza della Luna dal Sole, che una non è differente fenfibilmente dall'altra; onde può confiderarfi la sfera

[1] *Fig.* 1. *Tav.* 21.

sfera lunare in due emisferi egualmente fempre divifa, l'uno illuminato, e l'altro ofcuro. E' da notare in fecondo luogo, che due volte al mefe comparifce a noftr' occhi tale *Bapartimento*, o *Dicotomia*, nel tempo vicino alle quadrature, nel qual tempo la comune fezione de' due emisferi, ovvero il piano dell' illuminazione paffa per l'occhio dello fpettatore, ovvero pel centro della Terra, ed in confeguenza la linea che unifce i centri della Luna e la Terra è perpendicolare a quella, che unifce i centri della Luna e del Sole. Pofte le quali cofe fia E [1] il centro del Sole, Z il centro della Terra, L la Luna bipartita, e la linea OO rapprefenti il piano biparziente, che paffa per lo fpettatore A, e per lo centro della Terra Z, a cui è perpendicolare la linea LE, che unifce i centri della Luna e del Sole. Se nel triangolo Dicotomico LZE fi prende l'angolo LZE, ch'è la diftanza della Luna Dicotoma dal Sole, e fi determina o per offervazione, o per calcolo, conofcendofi l'angolo LZE, e l'angolo ZLE, ch'è retto, e finalmente il lato LZ, ch'è la diftanza della Luna Dicotoma dalla Terra, fi conofcerà ancora il lato ZE, ch'è la ricercata diftanza.

Per avere più accurate le offervazioni è cofa efpediente il prendere quel tempo, in cui la Dicotomia della Luna è intorno il nonagefimo grado dell'ecclittica; e quando l'altezza della Luna è maffima, e la latitudine è minima, effendo in tal modo minimi gli errori, che nafcono dalla rifrazione, e dalla latitudine. Tutta l'efatezza del metodo confifte in determinare il precifo momento della Dicotomia. Il che per fare fi eleggano due momenti, il primo in cui vi poffa effer dubbio fe la Luna ceffa di comparire più colle *Corna*, il fecondo, in cui fi fofpetti fe incomincia a comparire *Gibbofa*. L' intervallo di tali due momenti, che come afferma il Riccioli, non paffa mai mezz'ora, divifo per metà darà il tempo più proffimo, che aver fi poffa per la ricercata Dicotomia. Ma fe coll'offervazione fteffa fi voglia conofcere il tempo della Dicotomia, è cofa efpediente l'adoprare un Telefcopio, che ingrandifca più che far fi poffa, applicando un dritto filo alla lente obbiettiva, il quale nel momento fteffo, in cui coincide colla dritta OO determinerà il tempo della vera Dicotomia.

In tale maniera il P. Riccioli l'anno 1651 adi 27 di Aprile 7 ore, e 38 minuti dopo il mezzo giorno offervò in Bologna la Luna bipartita, la quale in quel tempo era alta 65 gradi, e che di poco aveva paffato il nonagefimo dell'ecclittica. Calcolati allora

[1] *Fig.* 6. *Tav.* 23.

lora per mezzo delle tavole i luoghi del Sole, e della Luna ritrovò che l'angolo della distanza della Luna dal Sole, cioè l'angolo LZE era di 89 gradi, 34 minuti, e 50 secondi; ed in conseguenza l'angolo ZEL, che dal VViston è chiamato la *Parallasse mestrua del Sole*, era di minuti 25, e secondi 10, dal che ne seguita, che la linea ZE, cioè la distanza del Sole dalla Terra fosse di 7000 semidiametri terrestri. Ma il Vendelino dopo molte, ed accurate osservazioni afferma aver egli ritrovato maggiore l'angolo della distanza LZE, cioè di gradi 89, e minuti 45, onde ne segue essere l'angolo ZEL di soli minuti 15, e perciò essere la distanza del Sole molto maggiore di quella, che ritrovò il Padre Riccioli.

Determinata la distanza del Sole per mezzo del triangolo Dicotomico, seguita ancora la determinazione della parallasse orizzontale di quello, la quale trovasi dal P. Riccioli assai minore della Ticonica, e non più che a 30 secondi ascendere, che dal Vendelino è fatta ancora minore, e non più di 15 secondi ella è posta.

Il terzo metodo tende a determinar la parallasse di Marte, dalla quale si deduce poi quella del Sole. [1] Sia, come espone il chiarissimo Bianchini il circolo AFBC [2] l'equatore terrestre, HMK il circolo diurno di Marte, quando egli sta nell' equatore, ed LVR l' equatore descritto nel firmamento, e s' intenda tale piano equatorio indefinitamente prodotto sicchè si distenda per le sfere di tutti i Pianeti, ed alle stelle fisse, e sia Marte in H nel piano dell' equatore. Per descrivere la sua diurna rotazione niente altro dee farsi, che muovere intorno il centro D la distanza DH, sicchè si descriva il circolo HMK, che Marte descriverebbe se non avesse proprio moto. Se tal circolo si divida in ventiquattro parti eguali, per ciascuna delle quali siano condotti tanti piani retti all' equatore, i quali nel centro D tutti si taglino, potrannosi questi considerare come tanti circoli orarj, che riguardo a' loro luoghi faranno le veci di meridiani. Uno di questi sia il piano LHAD, che sarà il meridiano del luogo posto sotto l' equatore, dove siavi un osservatore, che vegga Marte in H, ed una fissa in L per una medesima linea retta. Se tanto la fissa, quanto Marte non avessero altro moto che il diurno, nello spazio di ventiquattr' ore ritornerebbono insieme al luogo primiero. E se questo moto diurno fosse equabile, amendue sarebbono nel piano DMR dopo sei ore, il qual piano è il circolo dell' ora sesta Astronomica. Se vi fosse dunque uno spettatore nel centro D, che guardasse perpetuamente tali corpi, li vedrebbe sempre amendue in una sola retta congiunti, o fossero nel piano DHL, o nel piano DMR. Ma

[1] *Atti di Lipsia Ott.* 1685. [2] *Fig.7.Tav.23.*

Ma non così accade allo spettatore posto in A. Imperocchè quando la fissa e Marte sono nel suo meridiano, li vede bensì nella stessa retta AHL, ma quando sono in un altro meridiano, come DR, sarà Marte veduto nel piano AM, e la Fissa nel piano AR, e perciò parerà, che Marte siasi avanzato all'occidente, o che la Fissa siasi mossa all'oriente, sebbene di fatto amendue col solo moto diurno, come si suppone, equabilmente si sieno girati. Ma per altro sapendo egli, come l'uno e l'altro equabilmente si è mosso, saprà, che amendue dopo sei ore deggiono essere posti nel circolo dell' ora sesta Astronomica vera, ma troverà ancora, che dopo sei ore Marte ha passato il piano dell'ora sesta sensibile, essendo il circolo orario sesto sensibile riguardo allo spettatore A non il piano DR, ma AN. La differenza poi del tempo, che s' impiega nel passaggio di Marte dal piano dell'ora sesta razionale al piano della sensibile, che si può dire la *parallasse oraria*, si conosce dall'arco equatorio PM, che Marte in tale tempo descrive; il quale si eguaglia all'angolo PAM eguale all'alterno AMD, cioè a dire eguale all'angolo, sotto cui uno spettatore posto in Marte vedrebbe il semidiametro della Terra, e tale la *parallasse* di Marte, in maniera che se tal arco PM è di un solo grado, comparirà a tale spettatore passar Marte per lo piano AP quattro minuti d'ora prima che passino le sei ore del suo allontanamento dal meridiano. Quanto più Marte è lontano dalla Terra, tanto è minore l'angolo, sotto cui la Terra sarebbe veduta da Marte, e perciò minore sarebbe la differenza del tempo nel passaggio di Marte da un piano all'altro. Che se l'allontanamento di quest' Astro fosse massimo, qual è quello delle Fisse, sarebbe così piccolo l'angolo ARP, ovvero il suo eguale NAR, che sarebbe affatto impercettibile, ed apparirebbe egli nel piano AN nello stesso tempo sensibile, in cui la Fissa comparirebbe in DR. In tal modo una Stella fissa, o piuttosto un orologio oscillatorio insieme colla Stella può far le funzioni di un osservatore posto al centro C. Imperocchè qual altra cosa può fare un osservatore posto nel centro C, che renderci certi d'aver veduto la Fissa e Marte nello stesso piano dell'ora sesta Astronomica, mentre noi intanto osservando questi due Astri gli abbiamo veduti in luogo diverso? Ma ciò lo dimostra a noi il nostr'orologio, numerando le ore dal passaggio di Marte pel meridiano. Imperocchè costando a noi, che la Stella dopo sei ore dal suo passaggio pel meridiano è per essere nel piano dell' ora sesta DR, saremo sicuri, che la Stella è in tale piano, quando ci viene dall'orologio indicata la sesta ora. Ma perchè

chè riguardo alle fisse il piano dell'ora sesta sensibile conviene col piano dell'ora sesta razionale, se dopo sei ore dal passaggio della fissa pel meridiano disponiamo un piano, che passi per la fissa e il nostr'occhio, il quale piano sia parallelo all'asse terrestre, sarà questo il piano dell'ora sesta sensibile, in cui vi sarà necessariamente la fissa, e allora Marte comparirà essere distante da quello tanti minuti, quanti ne ricerca la sua parallasse. Si noti perciò col pendolo il numero de' secondi, che s'impiegano tra'l passaggio di Marte, e della fissa, ed in tal modo computando per ogni quattro secondi orarj un minuto primo di spazio, si avrà la *Parallasse* MAN, ovvero AMD, che dovea ritrovarsi. Ed in tal modo il Cassini, e poi col suo esempio il Flamsteedio ritrovarono la Parallasse di Marte, la quale non passò giammai 25. secondi, il che tanto più fu dipoi confermato quanto che lo stesso Autore avendo collo stesso metodo computata quella di Venere, ed avendola poi paragonata con quella di Marte, la ritrovò la medesima.

Data la parallasse di Marte non è difficile il determinare quella del Sole. Imperocchè essendosi ritrovata quella di Marte minor di 25. secondi in tempo di Marte Acronico, nel qual tempo il Sole era più che il doppio distante dalla Terra di quello che Marte, seguita ancora, che la parallasse del Sole sia un poco meno che la metà di quella di Marte, onde venga ad essere 10. secondi in circa come l'ha stabilita il celebre Cassini, e dopo d'esso il Flamsteedio, e il Nevvton non troppo discrepante da quella del Vendelino calcolata per mezzo della dicotomia della Luna, nè da quello di Hugenio, che la pone tra il 9 e il 10, o del Sig. de la Hire, che la pone tra il 6 e 7.

Data la parallasse orizzontale del Sole segue per lo calcolo trigonometrico la determinazione della sua distanza dal centro della Terra, come abbiamo spiegato nella lunare. Così se si ammette col P. Riccioli essere la parallasse orizzontale del Sole di 30. secondi, trovasi la distanza media del Sole di 7000. semidiametri terrestri. Ma se col Vendelino è di 15., sarà la distanza di 14000. Se poi come il Cassini, e il Flamsteedio è di 10, la distanza sarà di 22000, la quale secondo l'Hugenio monta ancor più, ed ascende a 24000., e secondo de la Hire a 34000.

Data in fine la distanza media del Sol dalla Terra ne conseguono tutte le distanze degli altri Pianeti. Imperocchè tra gli altri metodi avendo il Copernico ritrovato il modo di determinare la proporzione, che hanno le distanze de' Pianeti primarj con quella del Sole, quando sia conosciuta quella del Sole, potrannosi colla sola regola aurea conoscere ancora quelle d'ogni primario.

Distanze del Sole, e de' Pianeti Primarj dalla Terra in semidiametri Terrestri secondo il Cassini.

Distanza massima		Media	Minima
di Mercurio	33000	22000	11000
di Venere	38000	22000	6000
della Terra	22374	22000	21626
di Marte	59000	33500	80000
di Giove	143000	115000	87000
di Saturno	244000	210000	176000
della Luna	61	57	53

Distanze medie de' Pianeti primarj dal Sole, posta quella della Terra di parti 100000. secondo l'Hugenio. [1]

Distanza Media		Eccentricità
di Mercurio	38806	8419
di Venere	72400	500
di Marte	152350	14115
della Terra	100000	1800
di Giove	519650	25058
di Saturno	951000	54207

Distanze medie in miglia Inglesi secondo il Vviston. [2]

di Mercurio	32000000
di Venere	59000000
della Terra	81000000
di Marte	123000000
di Giove	424000000
di Saturno	777000000

Date le distanze de' Pianeti primarj dal Sole ne conseguita la cognizione delle loro grandezze, come ci espone il Keill [3] nelle sue lezioni Astronomiche secondo il metodo dell'Hugenio.

E primamente per quello che appartiene a Saturno, vedendosi il diametro del suo anello, allora ch'egli è Perigeo, sotto un angolo di 68. secondi, ed essendo la minima distanza di quello alla

[1] *Autom. Vedi il Volfio pag.* 537. [2] *Prel. Astron.* [3] *Lez.* 24.

alla media del Sole come 8 : 1 incirca, ſeguita che ſe Saturno foſſe tanto diſtante quanto il Sole, comparirebbe ſotto un angolo di 544 ſecondi, e perciò poſto il diametro apparente del Sole, quale lo pone l' Hugenio di 30', e 30", ſarebbe quello a queſto come 544 : 1830, ovvero come 11 : 37. E perchè il diametro di Saturno a quello dell' anello ſi oſſerva eſſere come 5 : 11, ſarà dunque il diametro di Saturno a quello del Sole, come 5 : 37.

Il diametro di Giove nella minima diſtanza appariſce di *64* ſecondi, ed eſſendo queſta alla media diſtanza del Sole come *26* : 5 proſſimamente, ſe Giove foſſe tanto diſtante quanto il Sole apparirebbe 335 ſecondi; e perciò il ſuo diametro a quello del Sole ſarà come 335 : 1830.

Il diametro di Marte, quando è Perigeo, non eccede 30 ſecondi, e perciò eſſendo tale diſtanza di Marte alla media del Sole come 15 : 41, ſe Marte foſſe nella ſteſſa diſtanza del Sole ſi vedrebbe con un diametro di 11 ſecondi in circa; e perciò il diametro di eſſo a quello del Sole ſarà come 11 : 1830.

Quello di Venere Perigea compariſce di 85 ſecondi. Ed eſſendo tale diſtanza alla media del Sole come 21 : 82, ſe Venere foſſe diſtante quanto il Sole, ſi vedrebbe con un diametro preſſo che di 22 ſecondi, onde ſi conoſce eſſere il diametro di eſſa a quello del Sole come 22 : 1830. Così eſſendo il diametro di Mercurio a quello del Sole, come pone l' Hevelio in ragione di 1 : *290*, e quello della Terra, come pono il Caſſini, a quello del Sole, come 1 : *91* $\frac{3}{2}$ ſeguita, che ſe il diametro del Sole ſi divide in 1000 parti, ſaranno i diametri de' Pianeti, come nella ſeguente tavola.

del Sole	1000
di Saturno	137
di Giove	181
di Marte	*6*
della Terra	50
di Venere	12
di Mercurio	4

Ed eſſendo le sfere, como i cubi dei diametri, ſaranno le grandezze de' Pianeti primarj come i ſeguenti numeri

del Sole	1000000000
di Saturno	2571353
di Giove	5929741
di Marte	216
della Terra	1000
di Venere	1728
di Merrurio	*64*

Ne' quali numeri può oſſervarſi, che il Sole ſupera in grandezza tutti i Pianeti primarj preſi inſieme più di cento e ſedici volte. Saturno è minore del Sole quattrocento volte. Giove cento e ſeſſanta volte, la Terra un milione. E comparando i Pianeti tra ſe, oſſervaſi che Giove è maggior di tutti gli altri Pianeti preſi inſieme; e della Terra è maggior quaſi ſei mila volte. Così Venere è quaſi due volte maggior della Terra, ma Mercurio, e Marte ſono minori.

Diametri de' Pianeti in miglia Ingleſi ſecondo il Vviſton [1].

del Sole	*763460*
di Saturno	*67870*
di Giove	81155
di Marte	4444
della Terra	7935
di Venere	*7906*
di Mercurio	4230
della Luna	2175

I cubi de' quali numeri daranno le grandezze de' Pianeti in miglia Ingleſi, che potrannoſi traſportare alle Venete eſſendo quelle a queſte come 135 : 154

E poichè ſi conoſcono i diametri di Giove, e di Saturno ſi conoſceranno ancora per le coſe dette le diſtanze de' loro ſatelliti in miſure note, ſenza che più ci fermiamo in tale argomento.

Della prima Legge Kepleriana intorno la relazione de' tempi, e delle diſtanze. Cap. III.

NElla contemplazione delle diſtanze co' tempi periodici de' Pianeti ritrovò il Keplero in tale maniera corriſponderſi queſti con quelle, che in ogni caſo ſi ſerbaſſe ſempre la medeſima Legge, la qual è, che per tutti i Pianeti *i quadrati de' tempi periodici foſſero ſempre come i cubi delle diſtanze*. Il che primamente in qualunque primario ſi trova vero. Così ſe il tempo di Saturno ſi pone 30, e quello di Giove 12, ſaranno i loro quadrati *900*, e 144. Ed eſſendo le diſtanze medie proſſimamente come *9* : 5, ſaranno i cubi di eſſe *729*, e 125, la ragione de' quali è proſſimamente come quella de' ſuddetti quadrati. Così il tempo tempo periodico del-

[1] *L. c.*

della Terra a quello di Mercurio è un poco più di 4 : 1, e perciò i loro quadrati ponno considerarsi, come 17 : 1. Le loro medie distanze sono in circa come 100 : 38, i cubi delle quali sono 1000000, e 54072, che si hanno prossimamente come i suddetti quadrati. Se ciò si esperimenta in tutti gli altri Pianeti in qualunque modo tra se combinati, ciò si conserva sempre secondo la medesima Legge; il che va con tanta maggior esattezza, con quanto più esatti numeri si fanno le computazioni.

Tale maravigliosa Legge osservossi poi dagli Astronomi posteriori al Keplero verificarsi ancora ne' Secondarj. Così essendo le distanze de' Satelliti di Giove come $5\frac{2}{3}$, 9, $14\frac{1}{3}$ e 15, ed i tempi periodici come $1\frac{3}{4}$, $3\frac{3}{5}$, $7\frac{1}{6}$, e $16\frac{3}{4}$, il quadrato del tempo periodico del primo al quadrato del tempo periodico del secondo è come 3 : 13, ed in tal modo prossimamente si ritrova essere il cubo della distanza del primo 170 al cubo 736 della distanza del secondo. Così 3 a 51 quadrato del tempo del terzo come 170 a 2890 cubo della distanza del terzo. E finalmente 3 a 280 quadrato del tempo del quarto, come 170 al cubo della distanza 15800. Così ne' Satelliti di Saturno.

Della seconda Legge intorno la relazione de' tempi, e delle aree dell' Elissi dai Pianeti descritte. Cap. IV.

Dopo ch' ebbe il Keplero scoperta qual fosse l' orbita vera de' Pianeti cercò la Legge, con cui si muovono essi per tale orbita, e ritrovò essere tali i loro moti; che *i tempi periodici di qualunque Pianeta sono le aree dell' elissi, ch' egli descrive, determinate dal raggio conduttore, che unisce il centro del Sole col centro del detto Pianeta*. Così se sia AMCN [1] l' elissi, che descrive un Pianeta intorno del Sole, il cui luogo è nel Foco S, divise l' aree di tali elissi in quante si voglia parti, come si vede nella figura, saranno queste come i tempi, ne' quali gli archi ellittici, sono dal Pianeta percorsi. E tale è la seconda delle due celebri Leggi dal Keplero scoperte. Tali aree sono chiamate dal Keplero le *Anomalie medie*, ovvero *Equabili*, perchè vanno uniformemente come i tempi, crescendo. Ma gli angoli fatti in S, come A S *m*, sono le *Anomalie Inequabili*.

Corol-

[1] *Fig. 8. Tav. 23.*

Corollarj di questa Legge.

1. Essendo per tale regola del Keplero i tempi periodici de' Pianeti come le aree prese dal centro del moto, ed in conseguenza in tale maniera movendosi i pianeti, che in tempi eguali il raggio conduttore SM. determina eguali aree, seguita in primo luogo, che la celerità de' pianeti non solo debba apparire inequabile, ma realmente lo sia: sicchè quando dal Perielio C all' Afelio A ascendono vadano meno veloci di quello che quando discendono dall' Afelio A al Perielio C. Così parimente negli Afelj è necessario, che tardissimamente si muovano, e ne' perielj velocissimamente.

2. La velocità de' pianeti sta sempre in ragione reciproca delle linee perpendicolari tirate perpendicolarmente alle tangenti dell' elissi, che passano per lo centro del pianeta. Imperocchè sia DAF [1] un' elissi di un pianeta, e nel foco S sia il Sole, e sieno gli archi AB, *ab* in tempi eguali infinitesimi descritti, i quali perciò esprimeranno le di lui velocità, e per la Legge Kepleriana saranno le aree, ovvero i triangoli SBA, S*ab* eguali. Alle tangenti AP, *ap* si tirino dal punto S le perpendicolari SP, S*p*, e sarà il primo triangolo eguale a $\frac{SP \cdot AB}{2}$ [per gli elementi di Euclide] ed il secondo $\frac{Sp \cdot ab}{2}$; onde si deduce SP : S*p* = *ab* : AB; cioè a dire le perpendicolari alle tangenti, come le velocità reciprocamente. Dal che ne seguita, che nell' Afelio A essendo tale perpendicolare la massima, e nel Perielio C la minima, sarà ancora nell' Afelio A minima la velocità del Pianeta, e massima nel Perielio, come conviene alle osservazioni, il che può servire di metodo per determinare gli Afelj, e i Perielj di qualunque pianeta.

3. Gli angoli al Sole, che nel minimo tempo descrive il pianeta, sono in ragione inversa de' quadrati delle distanze dal Sole. Imperocchè sieno nella stessa figura AB, ed *ab* gli archi ellittici in minimi tempi descritti, e sia *be* l' arco che misura l' angolo al Sole *a*S*b*, ed *nm* misuri l' angolo ASB, saranno dunque tali angoli come *be* : *nm*, ovvero in ragione composta di *be* : BE, ed BE : *mn*. E perchè i triangoli *b*S*a*, BSA per la regola del Keplero sono eguali, sarà *be* : BE = SB : S*b*; e parimente BE : *mn* = SB : S*m* = S*b*: Dunque tali angoli saranno in ragione composta di SB : S*b*, ed SB : S*b* cioè a dire come il quadrato di SB al quadrato di S*b*, che sono le distanze.

Del-

(1) *Fig. 9. T. 23.*

Della inequalità del moto de' Pianeti. Cap. V.

PEr conoscere l'inequabilità de' moti di un pianeta, e le varie mutazioni delle sue velocità paragonano i Kepleriani il di lui moto ineguale ellittico col moto di qualche punto, che equabilmente descrivesse un circolo. Sia perciò ABCD [1] l'elissi di un Pianeta, in cui il foco S è il luogo del Sole, AC è l'asse maggiore, *e f* il minore. Fatto centro S si descriva il circolo GB*b*D, la cui area sia eguale alla data elissi. Se intanto che il Pianeta dall' Afelio A movesi verso E nell'elissi con velocità inequabile, si concepisca un punto, ch' equabilmente si mova nel circolo da G in M, si conoscerà, che tal punto dee percorrere archi circolari eguali in tempi eguali, e che perciò gli archi percorsi saranno come i tempi; e perchè come sono gli archi circolari, così sono i settori; saranno tali settori, qual è GSM ancor essi come i tempi, e perchè secondo la Legge Kepleriana le aree dell'elissi percorse dal Pianeta sono come i tempi, saranno dunque tali settori di circolo come le aree dell' elissi in egual tempo percorse. Se si prenderà dunque l'area E SA dell'elissi eguale al settore GSM del circolo, avrassi per un dato tempo il luogo E del pianeta, e l'angolo MSE sarà la differenza, che passa tra il moto *equabile* e l'*inequabile*, il qual angolo perciò sarà la *Prostaferesi*, che per avere il moto equabile ora bisognerà aggingnere, ed ora levare dal moto inequabile ora bisognerà aggiugnere, ed ora levare dal moto inequabile del Pianeta.

E' da osservare, che l'area AGLE adeguandosi al settore circolare MSL, saranno tali aree come tali settori, ovvero come gli angoli MSL, cioè a dire, come la prostaferesi. Dalle quali cose seguita primamente, che crescendo sempre per tutto l' arco AB tali aree, crescerà sempre ancora l'eccesso del moto equabile sull'inequabile, il quale nel punto della interfezione B sarà il massimo, ed eguale all'area AEBG. Dopo il punto B tal eccesso va diminuendo. Imperocchè se si prende l'area circolare GB*m*S eguale all' ellittica AB*e*S, l'eccesso di questa sopra di quella è l'area AEBG meno il triangolo mistilineo B*mn*. Più che avanza il Pianeta verso C, più cresce il triangolo B*mn*, ed in conseguenza l'eccesso del moto equabile si diminuisce fino che il Pianeta è nel perielio C, dove il triangolo B*mn* diventa B*b*C, che per la costruzione si agguaglia all'area AEBG, e perciò l' eccesso del moto equabile sull' inequabile è zero, cioè a dire l' uno coll' altro coincide. Ma dopo che il Pianeta ha superato C crescendo maggiormente il suddetto triangolo, l' eccesso diventa negativo, cioè a dire il moto equabile è superato dall' inequabile, e la quantità, con cui è superato, va crescendo fino in D, ch'è il secondo punto della interfezione, dove sta il massimo eccesso del moto inequabile sopra l' equabile, dopo di che si va tale eccesso sempre diminuendo, e si va accostando l' inequabile all' equabile finochè nell'Afelio A di nuovo coincidono.

[1] *Fig. 1. Tav. 24.*

Se l'area dell'elissi ABEF [1] si divida in aree uguali con i raggj centrali tirati dal Foco S, gli archi ellittici AB, BC ec. saranno gli spazj dal Pianeta in egual tempo percorsi. Da ciò si conosce, che le velocità angolari del Pianeta sono sempre differenti, e dall'Afelio A fino al Perielio F vanno sempre crescendo, ma per lo contrario dal Perielio F all'Afelio A sempre decrescono.

Nell' Afelio A [2] la velocità angolare è minima di tutte, e va sempre poi crescendo fino che si eguaglia all'equabile, il che si fa nel punto della interfezione B.

Il che in tal maniera può dimostrarsi. Imperocchè quando il Pianeta col moto inequabile è nel punto dell'elissi B, il mobile, che abbiamo concepito muoversi equabilmente nel circolo, sia nel punto M. E sieno l'aree in un minimo tempo dall'uno, e dall'altro descritte PSB, NSM, che saranno per la supposizione eguali. Negligendo dunque il triangolo RPB, come infinitesimo del second'ordine, potrà il settore RSB considerarsi eguale al settore NSM; e così l'angolo BSR all'angolo MSN; cioè a dire la velocità angolare al punto B eguale alla media.

In vigore di tal Legge per qualunque tempo dato trovasi il luogo del Pianeta in Cielo; e per lo contrario dato il luogo in Cielo del Pianeta, trovasi il tempo, cui tal luogo risponde: il che è lo scopo di tutta l' Astronomia. Imperocchè sia l' elissi APB [3], nel di cui foco S sia il Sole, se si cerca quale sia il punto P, che per un dato tempo occupa il Pianeta nel Cielo, bisognerà dividere l'elissi in maniera, che l' area PSA [ch' è l'*Anomalia Media*] abbia quella ragione a tutta l'area ellittica, che ha il tempo dato al tempo della rivoluzione totale del Pianeta, e l' angolo PSA, [ch'è l' *Anomalia Vera*] darà il punto P ricercato. Per lo contrario se sia dato il luogo del Pianeta P, cioè l'angolo, o l' *Anomalia Vera* PSA, per conoscere il tempo, che a tal luogo risponde, bisognerà conoscere qual ragione ha l'area, ovvero *Anomalia Media* PSA a tutta l'elissi.

Tale è il celebre problema del Keplero, ch' egli primo propose, ma

(1) *Fig. 2. Tav. 24.* (2) *Fig. 3. Tav. 24.* [3] *Fig. 4. T. 24.*

ma non potè sciogliere con *Metodo*, come chiamano *Diretto*, ma solo per *Attentazione*, per lo qual difetto l'Astronomia elittica Kepleriana fu da molti rifiutata, e come poco Geometrica considerata, onde ad altre Ipotesi, ed altre curve sono ricorsi; colle quali però confrontando accuratamente le osservazioni, non si vedevano convenire i luoghi de' Pianeti, onde in fine ogni altra Teoria vedevasi meno convenire di quella del Keplero. Ma a tal difetto supplirono poi altri profondissimi ad esso posteriori Astronomi, i quali in diversi modi la soluzione di tale problema *direttamente* diedero, dopo che fu maravigliosamente inalzata la Geometria, e coltivate le dottrine delle serie infinite, e delle quadrature.

La risoluzione dello stesso problema conduce alla cognizione delle distanze di qualunque Pianeta del Sole, ed in conseguenza ancora di qualunque pianeta tra se. Imperocchè nel triangolo PCS essendo noto l'angolo PSC, ch'è l'*anomalia vera*, e l'angolo PCS complemento a due retti di PCA distanza del pianeta dall'Afelio A, ed infine essendo noto il lato CS, che è l'eccentricità dell'orbita, averassi col calcolo trigonometrico la distanza SP del pianeta dal Sole, ed in tal modo conosciute le distanze de' pianeti dal Sole, averannosi le loro distanze dalla Terra, e tra se.

ANNOTAZIONI.

1. Tali elissi descritte da' pianeti primarj sono stabilite dai Kepleriani, come immote, tanto per riguardo della loro inclinazione all'ecclittica, che si osserva mantenersi sempre la stessa, quanto per la positura dell'asse maggiore, che sempre guarda il medesimo punto di Cielo. Certamente prima di Streezio Professore di Astronomia Saviliano, ed Autore delle Tavole Caroline giudicavasi comunemente che gli Afelj delle orbite Planetarj si movessero in *conseguenza de' segni*. Ma dopo ch'egli ebbe confrontato accuratatamente le osservazioni degli antichi, e de' nuovi, e vide che gli *Afelj* cangiavano bensì di sito riguardo alle Dodecatemorie, ma non riguardo alle fisse, fu il primo, che giudicò essere il moto degli Afeli solo apparenti e non dipendere da altro la sua apparenza, che dalla *Precession degli Equinozj*, e come tale precessione non importa che 53 secondi per anno, così non importare il moto dell'Afelio di ciascun Pianeta altro che 52 secondi, al qual giudizio si conformarono poi gli Astronomi più prudenti.

3. Le stesse curve [imperocchè uniforme a se stessa è la Natura] stabiliscono i Kepleriani, che descrivano ancora i Secondarj Pianeti intorno il loro Primario. Il che sebbene intieramente non si distingue ne' Satelliti di Giove, e di Saturno, l'orbite de' quali per la somma loro distanza vengono considerate, come elissi di minima eccentricità, o come circoli, nel secondario della Terra però tale curva più chiaramente si deduce. Imperocchè se fosse la sua orbita un circolo alla Terra concentrico, non comparirebbe ora più, ed ora meno dalla Terra distante, ora con maggiore, ed ora con minore diametro, ed ora più, ora meno veloce. Ma neppure tal orbita può considerarsi, come un circolo eccentrico, perchè con tal figura non convengono i luoghi osservati, ma bensì con l'elissi, astraendo da quelle discrepanze, che sono da cause Fisiche, come diremo, cagionate. Vi ha però questa differenza tra le orbite de' primarj, e quelle de' secondarj. Imperocchè quelle de' primarj sono immutabili, e per la loro inclinazione all'ecclittica e per la loro eccentricità, ed infine per ogni altra circostanza; ma quelle de' secondarj variano in tutto. Ciò si manifesta nel terrestre secondario, la cui orbita si trova continuamente variare ogni giorno e d'inclinazione, e di positura di asse. Nè la sua eccentricità è costante, ma variabile, onde ora più, ora meno mutasi la proporzione degli assi, e l'elissi si approssima, o si allontana da un circolo secondo i varj siti, che ha tale Pianeta col Sole, ed altre mutazioni patisce, di cui le cagioni Fisiche non prima da' mortali sono state intese di quello che loro le comunicasse il celebratissimo Nevvton nella sua Filosofia matematica.

4. Non altre curve giudicò ancora, che descrivessero i Pianeti il celebre Setho-Vardo prima Professore di Astronomia Saviliano, indi Arcivescovo di Salisbury, in uno de' Fochi starsi il Sole; ma in tale maniera temperarsi il moto de' Pianeti, che non, come il Keplero suppone, le aree dal raggio conduttore descritte sieno proporzionali ai tempi; ma gli angoli tirati dall'altro Foco al centro del Pianeta; sulla qual Ipotesi egli stabilì la sua elegante opera, in cui, sebbene è aberrante dal vero, le aberrazioni sono però così minute, e nello stesso tempo i metodi così facili di determinare i luoghi de' Pianeti, che con ragione è giudicata una delle più eccellenti Ipotesi che sia stata giammai costruita. La quale stessa propose poi in Parigi il Conte di Pagan, come vera nel 1657 persuaso, che le discrepanze, che da essa si trovano, altro non siano, ch'errori delle osservazioni. Tale Ipotesi giudicò di doversi poi regolare il chiarissimo Ismaele Bullialdo, mentre da quattro osservazioni fatte da Ticone sopra di Marte dedusse che l'Ipotesi del Vardo non conveniva. Imperocchè tirando gli angoli dal secon-

secondo Foco al Pianeta proporzionali ai tempi, l'angolo ora maggiore ora minore trovavasi di quello, che convenisse al luogo di Marte, al che cercò di apportar correzione nella sua Astronomia Filoloica.

5. Altra orbita aveva proposto il celebre Cassini nel trattato dell'origine, e progresso dell'Astronomia, la quale è una specie di elissi, ma diversa in questo dall'Apolloniana, perchè come in quella la somma delle due linee tirate da' due Fochi allo stesso punto della circonferenza, qualunque egli sia, è sempre costante; così in questa è costante il rettangolo, ovvero prodotto delle medesime linee. In tal modo poi moversi i Pianeti in tal curva, che ad uno de' Fochi stasse il Sole; e gli angoli determinati dalle linee tirate dall'altro Foco al centro del Pianeta, fossero sempre proporzionali ai tempi.

Ma quantunque tanto l'elissi del Vardo, quanto la Cassiniana servono mirabilmente o per l'approssimazione de' veri luoghi, o per la facilità de' calcoli, due ragioni però principalmente vietano, che si riconoscano come quelle curve, che fisicamente i Pianeti descrivono. L'una è, che date esse curve, le aree prese dal Sole al Pianeta non riescono proporzionali ai tempi periodici; l'altra che non possono descrivere tali curve i Pianeti intorno il Sole, se non con una sorta di *forze centripete* assai diverse da quelle, che veggiamo adoperarsi dalla natura, il che all' elissi Apolloniane non fa contrasto.

COROLLARJ.

Dalle cose dette vogliono i Copernicani, che si deduca quanta sia la convenienza della loro Ipotesi con tutti i Fenomeni fin'ora osservati, non essendovi per anco stato assegnato alcun fenomeno, che o per riguardo delle leggi Fisiche, o per riguardo delle Astronomiche con essa contrasti, o la dimostri assurda. Per lo che non doversi dubitare se Copernico siasi apposto al vero, e se di fatto il Cielo sia ordinato, e costruito, com' egli e li suoi discepoli hanno nella loro investigazione stabilito. Il che per confermare apportano molte altre ragioni prese dalle leggi della *Simplicità*, e della *Armonia*, le quali giudicano dover essere di gran peso, e dover molto valere presso que' Filosofi, che hanno vero amor per la verità.

1. E primamente in qualunque luogo sia posto il Sole, essere cosa necessaria, che l'orbita di Venere lo circondi, veggendosi essa talvolta sopra del Sole, e talvolta disotto, come dimostrano le sue Fasi. Molto più dee stabilirsi, che Mercurio circondi il Sole per la vicinanza, ch'egli mantiene col Sole, da cui l'elongazioni di Mercurio sono sempre minori di quelle di Venere. Così egli è vero, che l'orbita di Marte dee contenere la Terra, altramente non potrebbe dallo spettatore terrestre vedersi in *Opposizione* col Sole; ma egli è altresì necessario, ch' egli si giri ancora intorno del Sole; imperocchè avvicinandosi alla congiunzione col Sole, se fosse disotto d'esso, apparirebbe falcato a guisa di Venere, e della Luna, il che è contro le osservazioni, apparendo al più un poco *Gibboso*, come abbiamo detto, allora quando è in aspetto quadrato col Sole. Le quali ragioni vagliono ancora per Giove, e Saturno.

2. Data l'Ipotesi Copernicana osservasi conservata la maravigliosa legge Kepleriana, per cui i tempi, e le distanze in tale maniera si corrispondono, che i *cubi di quelle sono sempre come i quadrati di queste*. Ma posto che il Sole giri intorno la Terra, viene cotesta legge distrutta. Imperocchè girando la Luna in 27 giorni intorno la Terra, ed il Sole in 365 giorni, ed essendo lontana la Luna dalla Terra nella sua mediocre distanza 60 semidiametri in circa terrestri, se si cerca quale con questa Legge debba essere la distanza del Sole, e perciò si faccia come 729, che è il quadrato del tempo Lunare al 133225, ch'è il quadrato del tempo del Sole, così 216000, ch'è il cubo della distanza della Luna al quarto numero, troverassi 39460356, di cui la radice cubica, ch'è 340, darà la distanza del Sole dalla Terra, la quale è assai minore di quella, che si trova co' metodi di sopra esplicati.

3. Di tutti i Corpi, che nel Planetario sistema girano quello solo, che di sua luce risplende, è il Sole, il quale perciò ha la stessa proprietà, che hanno le Stelle, nè si conosce essere da esse differente, se non di apparente grandezza, essendo fuori d' ogni controversia, che tanto una Stella posta nel sito del Sole apparirebbe un Sole, quanto il Sole posto nel sito delle Fisse apparirebbe una Fissa. Ma non essendo attribuito alcun moto proprio o alcuna orbita alle Stelle, che perciò come Fisse in ogni Sistema si stabiliscono, dovrà dunque per la ragion della parità stabilirsi Fisso anche il Sole.

4. Non v'è ragione di stabilire che di sedici Corpi dello stesso genere, cioè a dir senza Luce, parte primarj, e parte secondarj, quindici percorrano le loro orbite, ed un solo stia fermo, il che è contro la *uniformità della Natura*.

Molte obbjezioni sono state contro tale Ipotesi proposte, la maggior parte delle quali sono state raccolte dal P. Riccioli; di cui le prin-

principali sono. 1. Che se fosse conveniente codesta Ipotesi, dovrebbono vedersi cangiar di sito nel moto annuo le Stelle verticali. 2. Non dovrebbono le Stelle vicine a' Poli apparire sempre nella medesima altezza, ma ora più, ora meno secondo i varj siti dalla Terra. 3. Nel grande avvicinamento fatto dalla Terra alle Fisse dovrebbono alterarsi notabilmente i diametri apparenti delle Fisse. 4. Se la Terra si movesse, le case, e gli alberi dovrebbono ruinare, i corpi gravi non caderebbono perpendicolarmente in Terra, una palla infine di bomba andrebbe più veloce, essendo vibrata verso l'occidente di quello che verso l'oriente; perchè nel primo caso col moto diurno della Terra cospira, e nel secondo è contraria, ec.

Alle quali cose rispondono i Copernicani, 1. che se si considerano colla dovuta attenzione le Stelle verticali, si veggiono cangiar sito, 2. E così parimente le Polari cangiar di altezza; 3. Che il diametro apparente delle Stelle fisse non si cangia nell' allontanamento, o avvicinamento della Terra, perchè sebbene il diametro dell'orbe annuo è assai grande per riguardo delle nostre sensibili grandezze, per riguardo però della distanza delle Fisse diventa affatto insensibile, in maniera che se si prende la distanza delle Fisse secondo il computo di Hugenio, l'avvicinamento della terra è meno della ottomillesima parte della distanza delle Fisse, il che non può far sensibile ingrandimento del loro diametro apparente. 4. Che se non sentiamo il suo moto ciò nasce, perchè de' moti, che sono comuni a noi, non abbiamo alcuna percezione, ed il moto della Terra è a noi comune, essendo noi insieme colla Terra portati. Che se gli alberi, e i corpi terrestri nella rotazione della Terra non si divelgono, e non restano per l' aria secondo la tangente vibrati, ciò nasce per cagion della loro gravità, la quale fa equilibrio colla loro forza centrifuga, dalla qual ragione nasce, che le parti del Sole non si svelgono, e si dissipano nella rotazione del Sole, e così di tutti gli altri corpi, che girano intorno il proprio Asse. Un sasso vibrato in alto perpendicolarmente, dee vedersi cadere per lo stesso perpendicolo tanto se la Terra sta quieta, quanto se gira, intorno il suo asse. Imperocchè egli è vero, che tali gravi oltre il moto, con cui discendono dall'alto al basso, hanno ancora il moto di rotazione, che li trasporta in giro come parti della Terra, e perciò nel discendere deggiono essi percorrere una curva, e non una retta. Ma come il moto di rotazione è tanto ad essi, quanto a noi comune, così non è da noi percepito; nè si fa sensibile se non il moto della discesa. In tal maniera osservò il Gassendi, che allora quando dentro una nave, che corre, si lascia cadere un sasso dall' alto dell'albero, quelli che stanno sul lido veggono cadere il sasso per una parabola, ma quelli che stanno dentro della nave, non veggono, che una retta. Nulla importa infine se i corpi sieno mossi vers' oriente, o vers' occidente, il che non altera la propria loro velocità in quella maniera che dentro di una nave, che va verso oriente nulla diminuisce di velocità un corpo, ch' è vibrato in contraria parte.

Di alcune principali conseguenze del Sistema Copernicano. Cap. VI.

UNO de' principali argomenti, che portano per lo Sistema loro i Copernicani, sono le mutazioni, che si veggono nelle situazioni della Fisse in diversi tempi dell'anno, e ch'essi pretendono farsi, come il moto annuo della Terra ricerca. Imperocchè primamente se la Terra descrive col moto annuo l' ecclittica, è cosa necessaria, che quelle Fisse, che ogni giorno passano per lo nostro Zenit, o prossime ad esso, cangino la loro distanza dal vertice nel circolo meridiano, e si avvicinino più in un tempo, che in un altro. Del che uno de' primi ad accorgersi fu l'acutissimo Hookio. Avendo perciò eretto, e fermamente stabilito un Telescopio di 36 piedi nel tetto della sua camera, osservò quanta fosse la minima distanza dal vertice della Lucida posta nel capo del Dragone in tre differenti mesi, ed affermò averla in tal maniera trovata diminuita, come esigeva il moto annuo della Terra, e la variazione di tale distanza essere ascesa a 24 secondi in circa.

Con un'altra sua osservazione fatta per molti anni nella Stella polare, che sta nella Coda dell' Orsa minore, pretese ancora lo Flamsteedio di confermare maggiormente tale Sistema. Imperocchè sia S [1] la Stella polare, ABCD l'orbita della Terra, al cui piano indefinitamente prodotto sia SE perpendicolare. Per lo punto E si produca il diametro dell'orbita annua BD, sicchè [come dalla posizione della Stella stessa conseguita] B sia il luogo dell'ecclittica, dove sta la Terra nel solstizio invernale, D nello estivo. Si tirino SB, ed SD, e sia PM l' asse terrestre. Essendo l'asse della Terra sempre parallelo a se stesso, è necessario, che se la Terra col moto annuo si move, l' angolo SBP, cioè la distanza apparente della Stella dal polo nel solstizio invernale sia diverso dall'angolo SDP, cioè dalla distanza apparente della stessa stella dal polo nel solstizio estivo. Il che dopo replica-

(1) *Fig. 5. T. 24.*

cate osservazioni fatte per quindici anni affermò d'aver ritrovato il Flamsteedio, come ne rende conto in una sua Pistola al Vallis, e la differenza di tali angoli, ch'è uguale all'angolo BSD. ovvero alla *parallasse annua* essere stata quasi di 42 secondi, onde dedusse, che se la stessa fissa fosse stata al polo dell'ecclittica, la sua parallasse annua [che nel tal caso è la massima] sarebbe stata di 47 secondi.

In tale materia meditò accuratamente il dottissimo Eustachio Manfredi, ed avendo prima esaminato attentamente, quali mutazioni apparir debbano riguardo alla situazione delle Fisse, supposto il Sistema Copernicano, vi applicò poi diligentissime osservazioni per vedere, se a quelle corrispondevano queste, del che ne fece l'esposizione prima all'Eminentissimo Sig. Cardinale Davia nel celebre suo trattato delle *aberrazioni* delle Fisse, indi all'eruditissimo Leprotto nella *memoria*, che sta inserita nella Raccolta Accademica di Bologna, del che ora diremo.

E prima di tutto egli fa conoscere, come tirando una linea visuale dall'occhio dello spettatore terrestre ad una qualunque Fissa, e producendo tal linea oltre la stella fino alla superficie d'una più alta sfera, non può la Terra cangiar continuamente di sito, e descrivere l'ecclittica nello spazio di un anno, se nello stesso tempo non cangia sito anche tal linea, descrivendo due superficie coniche, il vertice comune delle quali sta sempre nel centro della stella, ed in tal modo non comparisca, la stella descrivere ogn'anno una specie d'*Ovale*. Tale ovale potersi considerar come un'elissi in tutte le positure della stella, fuorichè quando essa è nel Polo stesso dell'ecclittica, o quando è nel piano della medesima ecclittica; nel primo caso potendosi considerar come un *Circolo*, e nel secondo degenerando in una *Retta*. Il centro di questa ovale è in quel punto dell'alta sfera, dove si dirige la linea, che dal centro del Sole al centro della stella si può tirare; l'asse minore si dirige al Polo dell'ecclittica, dalla positura del quale dipende quella dell'asse maggior *conjugato*.

In tale apparente conversion di una Fissa potersi considerare diversi aspetti di essa riguardo al Sole. Imperocchè quando la Fissa apparisce in uno de' due estremi dell'asse minore, essendo riferita allo stesso punto d'ecclittica, a cui allora si riferisce il Sole, può essere considerata come nelle *Sizigie* col Sole; nella *Congiunzione*, quando è nell'estremo, e guarda l'ecclittica; e nella *Opposizione* quando è nell'altro estremo; Ma quando è negli estremi dell'asse maggiore, allora è nelle *Quadrature*. Così ponno

no considerarsi in essa alcune *Direzioni*, *Stazioni*, e *Regressioni*. Imperocchè quando passa da una Quadratura all'altra per lo punto della congiunzione apparisce *Diretta*, ma da questa Quadratura all'altra, *Retrograda*, e intorno le Quadrature *Stazionaria*.

Per la qual curva nascono principalmente due *Aberrazioni*, l'una di *Latitudine*, e l'altra di *Longitudine*. Delle quali la prima facilmente si conosce, se si considera, com'essa ora più lontana, ora meno, debba comparir dall'ecclittica secondo i punti della curva, in cui si ritrova; essendo la massima differenza delle sue lontananze l'asse minore dell'oval, che descrive. La seconda parimente si conosce, se si fissa un circolo massimo perpendicolare all'ecclittica, cui è cosa evidente, che ora più, ora meno comparirà vicina, il che fa cangiamento della sua posizione per *Longitudine*.

Se si paragonano tra se molte Fisse, trovansi esser varie in ciascuna le Ovali; il che però non è senza la sua regola. Imperocchè quelle, che sono egualmente dal Sole distanti, ma inegualmente dal polo dell'ecclittica, hanno gli assi maggiori eguali, ma gli assi minori sono come i seni delle latitudini. In tale ragione per conseguenza sono le massime aberrazioni *per latitudine*; Ma le aberrazioni per *longitudine* sono come i seni inversi delle loro distanze dal Polo. Per lo contrario quelle Stelle, che sono egualmente distanti dal Polo dell'ecclittica, ed inegualmente dal Sole, descrivono tali ovali, che i loro assi primarj sono in ragione inversa delle distanze, e i secondarj sono proporzionali a' loro primarj. Perciò tali ovali saranno sempre tra se simili, e le aberrazioni negli stessi aspetti col Sole saranno tra se proporzionali.

Se tali mutazioni di sito riguardo all'ecclittica si riducano per maggior facilità delle osservazioni all'equatore, seguitano principalmente due cose. La prima, che *ciascuna Fissa non dee sempre passare per lo stesso punto del meridiano; ma ora dee comparire più alta, ora meno*. La seconda, che *in tempi diversi dell'anno debbono anche esser diversi gl'intervalli del tempo, in cui la medesima Fissa dee comparire nel Meridiano*. Le quali cose l'acutissimo Astronomo avendo esattissimamente ridotte a calcolo, incominciò poi ad applicarvi le osservazioni, e principalmente intorno gl'intervalli de' tempi. Per tale cosa elesse fra l'altre quelle Fisse, che sono della prima grandezza al numero di quattordici, e sono la *Capretta*, il *Rigel*, quella che sta alla *Spalla dell'Orione*, il *Sirio*, il *Procione* il *Cuore dell'Idra*, il *Cuor del Leone*, la *Spica della Vergine*, l'*Ar-*

turo,

turo, il *Cuore dello Scorpione*, la *Lira*, e *Fomahaut*, delle quali se si prendono a due a due, essendovi novantuna combinazione, altrettante osservazioni poteano farsi intorno le differenze de' tempi dall'ascendeza dell'una all'ascendenza dell'altra. Fatte però molte osservazioni nell'anno 1727. intorno i tempi dell'ascendenza di alcune di queste fisse, e principalmente intorno di *Arturo*, e *Sirio* riguardo al piano di un Telescopio Murale, e con maggior cura gli anni seguenti intorno le differenze dei tempi della *Capretta*, e la *Lira*, indi del *Sirio*, e la medesima *Lira*, ed in altre combinazioni, vide certamente farsi continue variazioni, ed i tempi frapposti fra il passaggio dell'una, e il passaggio dell'altra, essere sempre diversi. Ma confrontando poi tutte codeste variazioni colle Leggi del Sistema Copernicano non solo non vide convenire con esso Sistema; ma anzi farsi in una maniera totalmente contraria a ciò, che in esso si ricerca-va. Perciò egli così conclude scrivendo al Leprotti. *Illud potius expectas, ut tibi indicem, quem ordinem, quæ tempora, quas denique leges annuæ illæ aberrationes servent, quantum in hanc diem conjicere potuerim. Ego verò, Leprotte ornatissime, quas leges non servent, facilè agnoscere, tibique certo significare possum, quas servent non tam facilè possum. Itaque hoc primum certò nunc tibi affirmo, quod in meo opusculo timidè tantum, dubitanterque asserueram, evagationes fixarum a me observatas nihil commune habere cum annua illa Copernicanorum parallaxi, cujus leges in eo libello explanavi*. Cioè:

Tu piuttosto aspetti, ch'io ti dinoti qual ordine, quai tempi, e finalmente quali leggi siano da quelle annue aberrazioni mantenute per quanto ho potuto fin ora dedurre. Ma io posso ben facilmente, o Leprotti ornatissimo, e conoscere, e con certezza manifestarti quali Leggi esse non serbano, ma non quelle che serbano. Per tanto primamente ora io t'affermo ciò che solo timidamente, e con dubbiezza nel mio libretto aveva pronunciato, che le aberrazioni delle Fisse da me osservate nulla hanno di comune con quella parallasse annua de' Copernicani, le di cui leggi io ti ho nel mio libretto esplicate.

Ed in altro luogo confrontando le osservazoni fatte intorno i tempi del Sirio, e della Lira colle variazioni, che secondo la legge delle parallassi doveano vedersi, osservò non esservi altro, che discrepanze, anzi contrarietà. Imperocchè quando la differenza de' tempi dovea comparire la massima, allora compariva la minima, e quando dovea diminuirsi, allora accrescevasi; ed in una parola nulla vedevasi nell'ordine delle osservazioni, che non

non ripugni a codesta Ipotesi. *Nihil habet observationum ordo, quod cum Hypothesi non pugnet*. Il che ancora nelle altre combinazioni trovò esse perpetuo. *Nulla enim ferè est ex XCI illis seriebus, quam cum parallaxeon rationibus conciliare possim*. Per le quali cose concluse essere del tutto inutile l'argomento preso dalle aberrazioni annue apparenti delle Fisse per istabilire il Sistema Copernicano, e doversi ogni altra ragione di tali fenomeni arrecarsi, che il moto annuo dalla Terra supposto dal Copernico.

Egli è vero che molte osservazioni fatte da altri Astronomi pare, che favoriscano il suddetto Sistema, e colle leggi delle parallassi annue esattamente convengano. Tali sono le osservazioni di Olao Romer; e tali quelle dell' Horrebovio Astronomo Danese fatte per molti anni a Copenhagen, ed inserite da esso con quelle di Romer nel libretto, che nel 1727. egli pubblicò col titolo di *Copernico trionfante*. Ma ridotte ancora queste al calcolo, come dimostra il sovralodato Autore, talvolta si trovano mancanti di tali Leggi, e talvolta ancora contrarie; onde dopo di averle ben esaminate conclude, non più da quelle, che dalle proprie potersi inferire il moto annuo Copernicano. *Ex hisce omnibus satis liquere arbitror aliquid adhuc desiderari, quominus è Danicis illis observationibus telluris motus evincatur*. Dalle quali cose giudico farsi abbastanza manifesto, che nelle osservazioni Danesi qualche cosa ancora vi manchi per istabilire il moto della Terra.

Da tali difficoltà circondato il profondissimo Jacopo Bradlejo Astronomo Inglese dopo di avere per mezzo di un grande, e ben lavorato Telescopio osservato con una incredibile diligenza le aberrazioni di molte stelle verticali riguardo alle meridiane loro altezze, ed aver veduto, che nessuna delle sue osservazioni corrispondeva alla legge dell'annue parallassi, nè potendo ciò rifondere o nelle rifrazioni, o nella declinazione del perpendicolo, o nel vacillamento dell'asse terrestre, fatte molte investigazioni finalmente giudicò, che di tali fenomeni la cagione dovesse prendersi non dal moto annuo solo della Terra, come fin ora avevasi fatto; ma dal moto annuo, ed insieme dalla successiva propagazion della luce secondo la supposizione di Romer. Tali principj se si prendono soli nulla servono per esplicare le aberrazioni delle Fisse; ma se l'uno con l'altro si congiunga, da essi veggonsi derivare tutti codesti effetti. Imperocchè se intanto che è portato lo spettatore terrestre per l'orbita annua scende da una stella la luce con una velocità, che alla velocità del moto annuo sia in ragione finita, non doversi veder la stella nella linea, che la unisce con l'occhio dello spettatore, ma dover apparire fuori di quella verso dove si dirigge il moto dell'occhio, ed in modo deviare, che come si ha la *celerità del lume alla celerità dell'occhio, così sempre si abbia il seno dell'angolo, che fa la linea della direzione dell'occhio colla linea tirata dall'occhio al luogo apparente della stella al seno dell'angolo di aberrazione*. Così se la linea della direzione dell'occhio sia BD (1) e siavi una Fissa in S, e subito che si è mosso l'occhio da B in A si concepisca tirata la linea SA, giudica egli non doversi vedere la stella in S per la retta AS; ma in R per la linea AR posta nello stesso piano in guisa che il seno dell'angolo RAD al seno dell'aberrazione SAR sia come la celerità della luce alla celerità dell'occhio.

Poste le quali cose egli dimostra doversi vedere nelle fisse un moto ellittico, come nell'Ipotesi delle parallassi; ma esservi questa differenza dall'una all'altra Ipotesi, che in quella quando le fisse sono nelle Sizigie col Sole compariscono negli estremi dell'asse conjugato in manira che quando sono nella Congiunzione si veggono in quell'estremo ch'è più rimoto dal Polo dell'ecclittica, e da quello incomincia la loro rivoluzione verso oriente. Ma nella ipotesi del Bradlejo compariscono allora le fisse nell'estremo occidentale dell'asse trasverso, dal qual punto incomincia la loro rivoluzione colla medesima direzione, che quella dell'altro caso. Nasce perciò che le aberrazioni del medesimo genere [cioè quelle di longitudine, o di latitudine] sono massime in questa ipotesi, quando sono zero nell'altra; e sono zero in questa, quando nell'altra sono massime. Nelle elissi di ciascuna fissa i semiassi trasversi sono stabiliti di 20 secondi prossimamente. Imperocchè di tanti secondi in circa egli osserva essere le massime aberrazioni in tutte le fisse, quando l'angolo dell'inclinazione è retto; onde segue ancora essere la celerità della Terra alla celerità del lume come il seno totale al seno di 20 secondi.

Colle quali regole maravigliosamente convengono tutte le osservazioni Bradlejane intorno le declinazioni delle Fisse; colle quali medesime confrontando poi l'acuratissimo Manfredi le sue fatte con somma attenzione intorno le *ascensioni*, le vide non meno esattamente convenire di quelle, come nelle sue Tavole [2] egli manifesta. Dal che ne deriva certamente una somma gloria al Bradlejo, qualunque cosa ne sia delle due ipotesi, sulle quali egli regolò tali computazioni, l'una delle quali, come diremo, disconviene dal senso letterale de' libri sacri, e l'altra non senza ragione è stata posta in incerto da' due Cassini, dal Maraldi, e da altri dottissimi Uomini dell'Accademia Real di Parigi.

AN-

(1) *Fig. 6. Tav. 24.* [2] *Raccolta di Bologna.*

ANNOTAZIONE.

Osta però il senso letterale de' Libri sacri, che come tale di fatto si stabilisca comunemente essere il Cielo, quale lo suppongono i Copernicani, essendo in quelli, non in un luogo solo, espressa la quiete della Terra, ed il moto del Sole. Così nell' Ecclesiaste Cap. 1. dicesi, che la Terra sta in eterno. *Terra in æternum stat*. E nel Salmo 103 di Davide, che Dio fondò la Terra nella sua stabilità, nè inclinerà per tutti i secoli. *Qui fundasti Terram super stabilitatem suam, non inclinabitur in sæculum sæculi*. Ed in Giosuè Cap. 10. comanda Giosuè, che nella battaglia contro i Gabaoniti il Sole si fermi. *Sol contra Gabaon ne movearis*. Perciò non come *Tesi*, o Proposizione assoluta, ma solo come *Ipotesi*, cioè a dire come Principio idoneo all' esplicazion de' Fenomeni celesti può tale Teoria sostenersi, come si dichiara nel decreto di Paolo V. fatto nel 1620.

SEZIONE SECONDA.

Del Sistema di Ticone.

CAPO UNICO.

PER tali difficoltà veggendo il famoso Ticone non potere stabilirsi il Sistema di Copernico, con cui non potea conciliarsi la lettera de' *Libri sacri*, e dall'altra parte vedendo, che nè pure il Tolemaico poteva addottarsi per la ripugnanza, ch'egli ha non solo colle Leggi Fisiche, ma ancora colle Astronomiche, giudicò di poter rimediare all'uno, e l'altro disordine con un nuovo Sistema da esso verso il fine del decimosesto secolo inventato, in cui stabilisce essere la Terra [1] immobile nel centro dell' Universo, intorno cui come Pianeta secondario gira la Luna. Ma di tutti gli altri Pianeti è centro il Sole, il quale con tutto il suo orbe gira intorno la Terra immota. E mentre il Sole con moto annuo gira intorno la Terra, gira parimente intorno di essa il Firmamento con un moto lento, e compie il suo periodo in 25000 anni.

Ma avendo taciuto Ticone intorno il moto diurno, seguita ch' egli o intendesse oltre di tutti i suddetti moti esservi anche quello del primo Mobile, che rapisce tutti i corpi da oriente in occidente nello spazio di 24 ore, come stabilisce Tolomeo,

(1) *Fig. 7. Tav. 24.*

meo, o supponesse qualche altro moto, che soddisfacesse a questa apparenza.

Objettano però i Copernicani essere contro la simplicità della Natura, che tutti quegli effetti, che possono ottenersi col solo moto diurno della Terra intorno il suo asse, si ottengano o col rapimento non intelligibile di tutto l' universo, o con un moto particolare di tutti i corpi. Ma quando anche ciò sia, non potersi accordare colle leggi della Mecanica, che tutti i corpi sieno intorno la Terra rapiti, ed in tale rapidissima conversione niente sia mossa la Terra, e non sia obbligata a girare intorno il suo asse, principalmente non essendo essa nel centro di questa conversione, ma fuori del centro, il che tanto più la rende esposta alla violenza di quella.

Per le quali cose giudicarono alcuni doversi temperare il Sistema Ticonico, e doversi attribuire alla Terra un moto di vertigine intorno il suo asse, come ha posto il Copernico, per esplicare le apparenze del moto diurno, purchè si neghi ad essa il moto dell' orbita, e si stabilisca per centro dell' Universo, come stabilisce Tolomeo, il quale Sistema perciò fu chiamato il *Semi-Ticonico*.

Ma oltre che anche a questa Supposizione fa forza il senso letterale de' libri sacri, come alla Supposizion di Copernico, è sempre cosa strana, che le Vie de' Pianeti siano così implicate, come vengono ad essere nel Sistema Ticonico, in maniera che Marte possa passare dove passa il Sole, come tra i punti D, ed E, e così dove passa Venere. In secondo luogo essere tolta tutta l' armonia de' corpi celesti, e tutto l' ordine; e non potersi assegnar ragion fisica di questa mutazione, che di tutti i Primarj la Terra sola non giri, mentre ciascuno gira, essere il Sistema di Ticone niente altro che una perturbazione del Copernicano, per restituire il quale basta ridur la Terra alla sua sede, la quale da Ticone è stata contro la legge delle armonie fisiche di luogo levata, e disturbata ec.

S E-

S E Z I O N E T E R Z A.

Esposizione delle principali ragioni Fisiche apportate da' Filosofi per lo Sistema Copernico-Kepleriano.

Le più celebri sono quelle del Nevvton, del Cartesio, e del Leibnizio, delle quali parleremo, e prima delle ragioni Fisiche del Nevvton. Cap. I.

CHe i Pianeti Primarj intorno il Sole, ed i Secondarj intorno il loro Primario descrivano le Elissi Apolloniane nella maniera in cui abbiamo descritto, stabilisce il profondissimo Nevvton non altra essere la cagione che la *Gravità*, per cui ogni primario è grave verso il Sole, ed ogni secondario verso il suo primario. La quale Gravità se non vi fosse, andrebbe ciascun pianeta per la tangente dell' orbita, che descrive, ed in alcun modo non descriverebbe egli una curva.

Tale gravità essere in tutti i corpi, ed omogenea, nè esservi solo un punto, in cui tendano i Gravi, come suppongono la maggior parte degli antichi; ma ciascun corpo tendere in ciascun corpo. Imperocchè doversi considerare in ogni Corpo esservi come una *Sfera attraente*, qualunque siasi il modo di tale attrazione certamente sin ora incognito, o sia una impulsione di qualche materia, che colla sua centrifuga forza spinga al centro gli altri corpi, o sia una causa occasionale, o in fine qualunque Legge finale dell' Autore della natura, o qualunque altra cagione, e tale *Atmosfera attrattiva* essere ne' corpi presso poco, come veggiamo essere la loro nelle Calamite. E perciò come un ferro, che fosse posto in mezzo a molte Calamite, sarebbe attratto da tutte, secondo la proporzione delle loro forze, così ancora un corpo in mezzo ad altri corpi. L' efficacia di tali attrazioni in diversi corpi, essere come i corpi, ovvero le masse traenti, ed in un medesimo corpo essere come i quadrati inversi delle distanze dal centro del medesimo corpo. Per questo siccome un ferro vicino ad una grossa Calamita può considerarsi come non attratto dalle altre, che e sono minori, e sono in molta distanza poste; così i pianeti primarj, che sono vicini al Sole si possono considerare come non attratti dalle Stelle fisse, l' atmosfera delle quali per la troppa distanza svanisce. Ma come l' attrazion della calamita sarebbe turbata, se vicino al ferro attratto se ne ponesse un' altra, così l' azione di alcuni corpi può essere alterata dall' azione di alcuni

alcuni altri, quando l' uno si avvicini all' altro, onde desume il suddetto Autore le variazioni, ed irregolarità, che tratto tratto veggiamo accadere principalmente ne' secondarj, e fra gli altri nella Luna.

Le quali cose per esplicare sia in primo luogo un corpo A, che per qualunque direzione AT [1] sia da una forza mosso, ed insieme da un' altra forza centrale sia continuamente spinto verso un dato punto fisso S, seguita, che il detto corpo descriverà una curva concava verso S, tutta in un immoto piano, che per la retta AT, e per lo punto S si stende, e le aree determinate dal raggio conduttore SA saranno in proporzione de' tempi, ne' quali il corpo descrive la detta curva. Imperocchè sia vibrato il detto corpo per la retta AT in maniera, che in tempi eguali percorra le parti eguali AB, BG, GT ec. Se allora quando è in B si concepisca spinto da una Forza centrale al punto fisso S, sicchè intanto ch' egli percorre BG per la prima forza, debba percorrere BF per la seconda. Compiuto il parallelogrammo BFCG è chiaro per la dottrina delle forze composte, che allora il detto corpo percorrerà la diagonale BC, la quale è nel piano stesso, in cui sono i lati del parallelogrammo, ed in conseguenza nel piano delle linee AT, BS, ed essendo il triangolo BSG eguale al triangolo BSA per la costruzione, ed allo stesso BSG essendo eguale BSC, perchè sulla stessa base, tra le medesime parallele, sarà BSA eguale a BSC. Nello stesso modo nel terzo tempo il detto corpo percorrendo per tali due forze la diagonale CD, si dimostrerà, che il triangolo CSD si eguaglia al triangolo BSC, e così seguitando, dalle quali cose si conosce essere in tale supposizione descritta dal Corpo A una curva verso S, tutta in un immoto piano, ed a' tempi uguali corrispondere aree uguali, com' era proposto.

Sia in secondo luogo descritta da un Mobile la curva ABCD [2] posta in un immoto piano, e concava, ed in tal modo, che da un punto fisso S posto verso il concavo d' essa tirando quantisivoglia raggi BS, CS ec. le aree da questi determinate siano come i tempi, ne' quali il mobile descrive la curva, dico, che sarà tale Corpo preso, e continuamente spinto da una forza centrale verso il detto punto fisso S. Imperocchè sieno le parti AB, BC, CD quelle, che in minimi tempi eguali descrive il mobile, che perciò possono considerarsi a guisa di rette. Prodotta AB in *c* in maniera che B*c* sia eguale ad AB si tiri la centrale BS, e la CG parallela a B*c* e perchè si suppongono

(1) *Fig.* 8. *Tav.* 24. (2) *Fig.* 9. *Tav.* 24.

no le aree come i tempi, sarà il triangolo SBA eguale a SBC, ed allo stesso SBA si eguaglia parimente S*c*B per la costruzione. Dunque SBC, ed S*c*B sono eguali, e perciò essendo sulla stessa base BS, saranno tra due parallele, e sarà C*c* parallela a BG. Dunque BC sarà diagonale del parallelogrammo BGC*c*, la quale essendo una direzione composta delle due direzioni BC, e BG, seguita che il Mobile per tali direzioni sia spinto da due forze, una delle quali è la *forza* di *Progezione*, che lo spigne per B*c*, e l'altra è la *forza centrale*, che lo preme per BG verso il punto S. Nello stesso modo può dimostrarsi, che mentre il mobile descrive la CD è stimolato dalla forza di progezione, che lo spigne per C*d*, e dalla forza centrale, che lo spigne per CS. Il che essendo vero d'ogni altro punto, è manifesta la proposizione.

COROLLARJ.

1. Perchè dunque secondo il Keplero in tale maniera i primarj pianeti si muovono intorno il Sole, che descrivono intorno d' esso una concava curva in un immoto piano, e le *aree determinate dai raggi conduttori tirati dal centro del Sole al centro del Pianeta come i tempi*, seguita necessariamente, che in qualunque punto dell'orbita tali pianeti tendano al Sole.

2. Ma perchè intorno altro Corpo essi non girano, nè di qualunque curva, che possano apparire di descrivere intorno altri corpi, le aree sono proporzionali ai tempi, seguita, che i pianeti primarj ad altro corpo non tendano.

3. Girando colla stessa Legge i secondarj intorno i primarj, tenderanno dunque ancor'essi verso il loro primario.

Con qual Legge proceda la Forza central de' Pianeti. Cap. II.

MA perchè quando un mobile è obbligato a descrivere un' elissi, se si cerca qual sia la Legge della forza centrale, che continuamente lo spigne, e lo preme al foco, si ritrova esser ella una forza, che decresce come i quadrati inversi delle distanze dal medesimo Foco, come si può vedere presso il Nevvton, il Varignon, o altri, che delle forze centrali trattarono, e s'egli è vero, come osserva il Keplero, che ciascun pianeta primario descriva un'elissi, nel di cui foco sta il Sole, seguita ancora, che tenderà ciascun pianeta primario al Sole con una forza cen-

centrale, che ſta ſempre come i quadrati inverſi delle diſtanze dello ſteſſo pianeta dal Sole.

E tale parimente ſarà la Legge della forza centrale, con cui li ſecondarj tendono al centro del loro primario.

Il che maggiormente ſi conferma, perchè ſe ſi cerca quale ſia la relazione de' tempi periodici colle diſtanze allora, quando diverſi corpi ſi rivolgono intorno ad un punto fiſſo con una forza centrale, che colla ſuddetta Legge proceda, trovaſi in tal maniera corriſpondere i tempi colle diſtanze medie, che i *cubi delle diſtanze ſiano come i quadrati de' tempi periodici*, la qual è una delle due fondamentali Leggi Kepleriane.

Tale forza centrale altro non eſſere, che quella, che noi chiamiamo *Gravità* farſi evidente, ſe ſi paragona la forza centrale, con cui la Luna tende al centro della Terra e la tendenza de' corpi terreſtri, che no diciamo Gravi al centro della medeſima Terra. Il che per dimoſtrare ſia EFA [1] la Terra, di cui 'l centro ſia T, ML l' orbita della Luna conſiderata per maggior facilità come un circolo, il cui arco LB ſia da eſſa percorſo in un minuto di tempo. E perch' ella compie il ſuo periodico in 27 giorni, 7 ore, e 43 minuti, cioè a dire in minuti 39343, l' arco LB ſarà $\frac{1}{39343}$ di tutto il circolo, e perciò importerà 33 ſecondi. Ed eſſendo il ſemidiametro della Terra ſecondo l' accuratiſſimo Picardo di piedi di Parigi 19625800, LT, ch' è la diſtanza media della Luna dalla Terra importando 60 ſemidiametri terreſtri incirca, ſarà di piedi 1176948000; e perciò LD ſeno verſo dell' arco LB ſarà di piedi 15, e $\frac{1}{2}$. Tale dunque è ancora BC, che è lo ſpazio, che percorre la Luna in un minuto per la forza centrale, ovvero per la ſua tendenza al centro della Terra. Ma perchè tale forza creſce come i quadrati inverſi delle diſtanze dal centro, dunque nella ſuperficie della Terra, dove la diſtanza dal centro è ſeſſageſima, la tendenza della Luna ſarebbe 3600 volte maggiore, e perciò ſe la Luna foſſe in tal ſito poſta, percorrerebbe in un minuto di tempo uno ſpazio 3600 volte maggiore dello ſpazio BC. Ma tale è lo ſpazio, che percorre ancora nello ſteſſo tempo un ſaſſo cadendo, come ſi conoſce dalle dottrine del Galilei [1], e dagli ſperimenti di Hugenio. Dunque colla ſteſſa legge, con cui gravità un ſaſſo, ed ogni corpo terreſtre verſo la Terra, gravita ancora la Luna verſo la medeſima Terra.

Dalle quali coſe ſeguita, che ſe con quella ſteſſa forza di proje-
zione

[1] *Fig. 10. Tav. 24.* [1] *Dialogo del Moto.*

zione foſſe vibrato qualunque corpo terreſtre in diretto, con cui è vibrata dal ſommo Autore la Luna, egli percorrerebbe la ſteſſa orbita, che percorre la Luna intorno la Terra, dovendovi eſſere le ſteſſe direzioni quando vi ſono le ſteſſe forze direttrici; ed in tal modo farebbe le veci di un ſecondario. Che ſe la Luna foſſe a maggiore diſtanza poſta, avrebbe ancora biſogno di minor projezione per mantenerſi nella ſua orbita, imperocchè allora eſſendo diminuita la ſua forza centripeta baſta ancora una minor velocità, che dal centro, a cui tende, la ritragga, ed in equilibrio la conſervi.

Con queſta ſteſſa Legge tendendo i Satelliti di Saturno al centro di Saturno, e le Stelle Medicee al centro di Giove, ed in fine tutt' i Primarj nel Sole non dubiteremo di dire, che i Satelliti di Saturno ſiano *gravi* in Saturno, e le Stelle Medicee ſiano *gravi* in Giove, e finalmente qualunque primario nel Sole; la quale Gravità è in tutti *uniforme* e dalla medeſima Legge dipendente: cioè a dire, in tutti *decreſcente come i quadrati inverſi delle diſtanze dal centro*.

Non è ſolo il Corpo Solare, in cui ſi debba concepire un *Atmosfera attraente*, al di cui centro ſiano obbligati a tendere tutti i pianeti primarj; nè vi è ſolo Giove, e Saturno, e la Terra, che attraggano. Imperocchè uniforme a ſe ſteſſa è la Natura, e non più ſi dee attribuire ad un Corpo di quello, che ad un altro; e perciò ciaſcuno deeſi conſiderare colla ſua *Forza attrattiva* non meno che il Sole, e i tre ſuddetti primarj, la qual forza non meno che in quelli *decreſce come i quadrati inverſi* delle diſtanze. Per le quali coſe com un primario è attratto dal Sole, ed obbligato a ſtar ſempre nella medeſima curva, così può eſſere attratto da qualunque altro corpo, quando gli ſi faccia vicino, cioè a dire quando entri nell' atmosfera della ſua attrazione. Non v' è Corpo, che non ſia grave, cioè a dire, che a qualche punto non tenda. Le parti terreſtri tendono al centro della Terra, le Gioviali al centro di Giove, le Saturnali a quel di Saturno, e nello ſteſſo tempo l' aggregato di tutte le parti Terreſtri, cioè la Terra tutta, e Giove, e Saturno tendono al Sole. Così le parti Lunari tendono al centro della Luna, e tutte inſieme alla Terra; e la Terra, ed eſſe inſieme al Sole, ed in tal modo la *Gravità* per l' Univerſo intiero è diffuſa, e con le medeſime Leggi.

Proprietà della Gravità. Cap. III.

SE si considera la gravità de' Corpi riguardo allo stesso *Attraente*, di uno stesso Corpo posto a diverse distanze dal *centro* dell' *Attrazione* decrescono le tendenze, come abbiamo detto, in ragione inversa duplicata delle distanze. Ma se in pari distanze dal centro di uno stesso *Attraente* siano posti due Corpi diversi, saranno le loro gravitazioni come le loro masse. Imperocchè tutti i corpi tendono l'uno all'altro con una forza, che conviene a ciascuna particella della materia, e per ciò la forza totale, con cui un corpo tende in un altro è formata da tutte le forze congiunte insieme di ciascuna particella, che lo compone. Sarà dunque tale forza come il numero delle particelle, cioè a dire come la massa, quando si suppongano le stesse distanze. Dalle quali cose si deduce essere la Gravità de' corpi al centro di uno stesso Attraente tendenti in ragione composta diretta delle masse, ed inversa duplicata delle distanze. Perlochè se la massa di un corpo si dica M [1], e la sua distanza dal centro C si dica D, e la sua gravità G; ma la massa di un altro si dica *m*, la sua distanza dal centro *c* si dica *d*, e la sua gravità *g*, si averà questa proporzione

$$G : g = \frac{M}{DD} : \frac{m}{dd}$$

Ma se si considerano le gravità de' Corpi riguardo a' diversi *Attraenti*, dico, che le *Forze acceleratrici* verso diversi corpi, poste le stesse distanze, sono come gli stessi corpi *Attraenti*. Imperocchè sieno due Corpi qualunque A [2], ed *a*, i quali l'uno coll'altro si attraggano. E perchè l'*azione* è uguale alla *re-azione*, lo sforzo, con cui A attrae *a*, sarà eguale allo sforzo, con cui A è attratto in *a*. E perchè le misure degli *sforzi* si prendono dalle masse moltiplicate nelle Celerità virtuali, come abbiamo detto nei principj della Mecanica, se le Celerità virtuali si dicano C, e *c*, si avrà dunque per la supposizione $AC = ac$; onde si deduce la proporzione $A : a = c : C$, cioè a dire, come le Masse attraenti, così le Celerità virtuali, ovvero le Forze acceleratrici de' corpi tendenti. Così se per esempio sieno due pianeti, l'uno de' quali gravita verso l'altro, e sia il primo mille volte maggior del secondo, l'accelerazione del primo verso il secondo sarà la millesima parte dell'accelerazione del secondo verso il primo, cioè a dire nel tempo, in cui'l primo percorrerà un piede, il secondo ne percorrerà mille.

Altra

[1] *Fig.* 11. *Tav.* 24. [2] *Fig.* 12. *Tav.* 24.

Altra dunque sarà l'accelerazione di un corpo posto sulla superficie del Sole da quella, che egli avrebbe se fosse posto sulla superficie della Terra; ed essendo pari le distanze, sarebbe quella a quella come la massa del Sole alla massa della Terra, ed essendo le distanze ineguali, sarebbe quella a questa in ragione composta diretta dalle masse attraenti, ed inversa delle distanze dal centro dell'attrazione.

Effetti delle scambievoli attrazioni de' corpi. Cap. IV.

SE il Sole attraesse i Pianeti primarj, e nello stesso tempo egli stasse fisso nel suo luogo, descriverebbero essi un' Elissi, come stabilisce il Keplero, di cui le aree prese dal centro del Sole al centro del pianeta sarebbono proporzionali ai tempi. Ma perchè l'*Azione* si eguaglia alla *Reazione*, e nello stesso tempo, che il Sole attrae, è ancora attratto, per questo l'elissi, che descrivono i Pianeti non ha per umbilico il centro del Sole. Se si considera l'azione vicendevole del Sole, e di un Primario trovasi, che il Foco vero dell'Elissi, che dee descrivere tale primario non è il centro del Sole, ma il centro di gravità del Sole, e del detto primario. E se si considerano le rea-zioni di tutti i primarj insieme trovasi, che il vero Foco di tutte le loro elissi non è il centro del Sole, ma il centro comune di gravità posto tra il Sole e i primarj, intorno cui non meno si rivolge ciascun primario di quello che il Sole.

Nasce da questo, che se si prendono le aree dal centro del Sole al centro del Pianeta, come fece il Keplero, non si trovano così esattamente corrispondenti a' tempi periodici de' pianeti, come se si prendono dal centro comune de' pianeti, e del Sole. Sebbene tal centro non è notabilmente lontano dal centro del Sole a cagione della enorme grandezza del Sole, e perciò non trovò notabile errore il Keplero prendendo il centro del Sole per lo centro di tutte le orbite Planetari.

Le curve, che colle stesse leggi di forza centrale descriverebbero i pianeti primarj intorno il Sole immobile a quelle, che nello stesso tempo descrivono il Sole agitato, sono tali, che gli assi maggiori di queste sono in ragione suttriplicata della massa del Sole e delle masse del Pianeta e del Sol presi insieme; e con tal proposizione deggiono correggersi gli assi delle orbite ritrovati con i metodi Kepleriani.

Con tale agitazione del Sole si conserva maggiormente la relazion de' Corpi tra se di quello, che se il Sole fosse immoto. Così

per

per esempio, passando Mercurio sotto di Giove sarebbe egli per l'attrazione di Giove più allontanato dal Sole, se il Sole stasse fisso, di quello che se il Sole sia ancor esso attratto da Giove; e così riguardo a tutti gli altri Pianeti.

Dalla medesima vicendevole azione de' Corpi nasce che non la Terra propriamente descrive un' elissi intorno il Sole; ma il centro di gravità della Terra, e del suo secondario. Così il centro di gravità di Giove, e de' suoi satelliti, e così parimente riguardo a Saturno.

Da questo parimente nasce il turbamento, che fuori del solito accade talvolta, come hanno osservato gli Astronomi, e principalmente il Flamsteedio, nei moti celesti. Così per esempio quando Giove passa da vicino a Saturno, egli per la sua vasta mole sensibilmente si scorge turbare il moto di Saturno, e nello stesso tempo Saturno turbare il moto de' secondarj di Giove. Così si turbano gli altri, benchè i loro turbamenti non siano sempre sensibili.

Dallo stesso principio deriva, che l'asse Terrestre non si conservi sempre esattamente parallelo a se stesso. Imperocchè essendo irregolare la figura [1] della Terra non in ogni sito egualmente è attratta dal Sole, il che cagiona in essa turbamento, ed alterazione di positura in maniera che due volte all' anno il suo asse cangia l'inclinazione all' ecclittica, e due volte si restituisce al sito primiero, onde la *mutazione de' Nodi* nasce, e la *Precessione degli Equinozj*, come ha stabilito il Copernico.

Delle irregolarità de' moti Lunari. Cap. V.

Tali principj quanto siano vasti, e quanto alla natura convenienti da questo solo poter conoscersi affermano i Nevvtoniani, che prima di tali principj non vi fu alcun Astronomo, che o ardisse, o potesse rendere ragione di tutte le maravigliose mutazioni, che ne' moti celesti veggiamo farsi, ma principalmente delle mutazioni irregolarissime, e stranissime, che si veggono ne' moti Lunari, le quali tutte intieramente si spiegano col Sistema delle *Atmosfere attraenti*, ovvero della *Gravità Universale*, in maniera che pare non esservi più cosa alcuna, che manchi alla perfezione della Fisica celeste.

1. Imperocchè primamente, se non vi fosse l'azione del Sole, si moverebbe la Luna in tale maniera intorno la Terra, che le aree prese dal centro della terra alla Luna sarebbono esattamente proporzionali ai tempi, e la Luna descriverebbe una perfetta elissi,

1 *Vedete Gregory Astr. L. 1. P. 64.*

elissi, il cui Foco sarebbe nel centro della Terra. Ma l'azione del Sole fa, che nelle Sizigie, dove la Luna è attratta direttamente dal Sole, si mova ella con maggiore velocità di quello che nelle quadrature, dov'è attratta indirettamente, e perciò la curva, ch'ella descrive, abbia minor curvatura nelle sizigie di quello che nelle quadrature; cioè a dire che l'asse minore della sua orbita sia posto verso di quelle, e il maggiore verso di queste.

2. Se l'azione del Sole non perturbasse la Luna, ella descriverebbe un' elissi immota perpetuamente intorno la Terra, ma dalla perturbazione del Sole nasce, che tal elissi è continuamente turbata, la quale di fatto non è un' elissi, ma una curva massimamente irregolare, la quale se si vuol considerare a guisa di un' elissi, è necessario il concepire, che la sua *linea degli Augi* vada sempre oscillando, come è l'Ipotesi dell' Horoccio, e si avanzi quando ella è nelle sizigie, ma retroceda quando è nelle quadrature, e l'avanzamento sia maggior del regresso, mentre l'Apogeo, e Perigeo della Luna sta nelle sizigie, ma per lo contrario minore, quando sta nelle quadrature.

3. Se non vi fosse l'azione del Sole, si descriverebbe sempre una medesima specie di elissi. Ma per la stessa adiviene, che di giorno in giorno l'orbita Lunare si cangia, continuamente cangiandosi eccentricità, la quale considerata in una Lunazione è massima, quando la Luna è nelle sizigie, e minima quando è nelle quadrature; ma considerata in molte Lunazioni è massima, quando gli Aspidi sono nelle sizigie, e minima quando essi sono nelle quadrature.

4. Dalla stessa azion nasce, che si mutano ancora continuamente i nodi dell' orbita Lunar coll' ecclittica da oriente in occidente, il qual moto considerato in una sola rivoluzione è velocissima quando la Luna è nelle sizigie, e tardissimo quando è nelle quadrature, ma considerato in molte è velocissimo quando i nodi sono nelle quadrature, tardissimo quando sono nelle sizigie.

5. Mutasi ancora l'inclinazione dell' orbita Lunare al piano dell' ecclittica, la quale inclinazione considerata in una rivoluzione è minima quando la Luna è nelle sizigie, massima quando nelle quadrature, ed in molte rivoluzioni è minima quando i nodi sono nelle quadrature, e massima quando nelle sizigie.

6. Tutti questi errori cangiano secondo che cangia la distanza della Terra dal Sole, i quali cangiamenti sono in ragione triplicata inversa delle distanze della Terra dal Sole.

7. Tale distanza in fine altera lo stesso tempo periodico della Luna,

Luna, il qual è minimo quando la Terra è Afelia, e massimo quando è Perielia.

Le quali cose diffusamente dimostrate possono vedersi nella stessa Filosofia del Sig. Nevvton, che ne fu l'inventore, o negli elemen. dell' Astronomia del Gregory [1].

In tal modo riduce il Nevvton a calcolo i moti di un Pianeta chiamato dagli Astronomi *contumace* coll' ultima precisione, e colla massima conformità alle più accurate osservazioni; onde non senza ragione il celebre Hallejo cantò del nobile Autore versi immortali.

Dicimus hinc tandem, qua causa argentea Phoebe
Passibus haud æquis eat, & cur subdita nulli
Hactenus Astronomo numerorum fræna recuset.

Lo stesso si dee dedurre, che accada ancora ne' secondarj di Giove, e di Saturno.

Delle Masse, e Densità de' Pianeti. Cap. VI.

PEr determinare le masse de' pianeti sia S [2] il Sole, e P un Pianeta primario, come la Terra, intorno cui si arruoti il secondario A, e sia V qualunque altro pianeta solitario, qual è Marte. Fatta PB eguale a SV siano le seguenti denominazioni, la massa del Sole si dica S, quella della Terra si dica P, l' accelerazione di Marte verso il Sole si dica c, di Marte verso la Terra d, del punto B verso la Terra e, del secondario A verso la Terra v. La distanza SV m, PA n, il tempo periodico del secondario A intorno la Terra r, e quello di Marte circa il Sole s. E perchè in pari distanze, come abbiamo detto di sopra, le tendenze sono come le masse traenti, averassi $S : P = c : e$. Ma $c : e$ sta in ragione composta di $c : f$, e di $f : e$. Sarà dunque $S : P$ in ragione composta di queste due ragioni. E perchè per le dottrine delle forze centrali le accelerazioni sono come le distanze divise per li quadrati de' tempi periodici, sarà $c : f = \frac{m}{ss} : \frac{n}{rr}$; ed essendo le accelerazioni al centro di un medesimo corpo, come i quadrati inversi delle distanze sarà $f : e = mm : nn$. Sostituendo adunque, la ragione della Massa S alla Massa P sarà composta delle due ragioni $\frac{m}{ss} : \frac{n}{rr}$, ed $mm : nn$; e perciò si avrà $S : P = \frac{m^3}{rr} : \frac{n^3}{ss}$

Cioè

[1] *L.* 4. [2] *Fig.* 13. *Tav.* 24.

Cioè a dire Massa del Sole a Massa della Terra in ragione composta diretta delle distanze, una di Marte dal Sole, e l'altra della Terra dalla Luna; ed inversa duplicata de' tempi, una della Luna intorno la Terra, e l'altro di Marte intorno del Sole.

In tal modo fatta la calcolazione trova il Sig. Gravesande [1] essere le masse del Sole, di Giove, e di Saturno, e della Terra come i numeri seguenti

del Sole,	di Giove,	di Saturno,	della Terra
10000	$9\frac{248}{1000}$	$4\frac{223}{1000}$	$0\frac{44}{1000}$

E perchè le densità sono in ragione composta diretta delle Masse, e diretta delle grandezze, dividendo le sopradette quantità per le grandezze, averannosi le densità, che si ritrovano come i numeri seguenti.

Densità del Sole,	di Giove,	di Saturno,	della Terra.
10000	7404	6011	39214

Date le quali proporzioni per gli Pianeti primarj, ne' quali v'è Satellizio, giudicano i Nevvtoniani potersi dedurre le densità degli altri per Analogia. Imperocchè non doversi dubitare, che il sommo Autore non abbia collocato i pianeti in diverse distanze dal Sole, affinechè secondo il grado della loro densità ciascuno abbia maggior, o minor calore essendovi bisogno di maggior calore in un corpo più denso di quello, che in un più raro.

Ragioni Fisiche del Cartesio. Cap. VII.

PER rendere ragioni fisiche de' moti celesti, quali abbiamo sin ora descritti, suppone il Cartesio [2], che dal principio tutta la materia, della quale questo Universo è composto sia stata dal sommo Autore in particelle prossimamnte eguali divisa, e tutte insieme abbiano avuto tanto moto in se stesse, quanto già se ne ritrova per tutto l'universo. Essere poi ciascheduna stata mossa intorno il suo centro; e nello stesso tempo molte insieme intorno a diversi punti fissi, ed in tal modo essersi formata l'estensione dell'universo a guisa di un vasto, ed indefinito *Fluido* con varj, ed ampj *Vortici* intorno a varj centri giranti. Introdotto tal moto doversi [3] considerare, che le parti della materia non sono certamente potuto dal principio essere sferiche; perchè molte sfere unite insieme non riempiono tutto lo spazio, ma di qualunque figura sieno, non esser esse potu-

[1] *Fisica part.* 2. [2] *Libro* 3. *de' Principj num.* 46. [3] *N.* 48.

potuto col progresso del tempo non farsi rotonde, essendo necessario, che nelle loro rivoluzioni intorno il loro Asse si spuntino, e si rompano tutti gli angoli, che in esse sono, e dalla equabile pressione, che da tutti i lati ricevono, ad una perfetta sfericità si riducano. Ma perchè non può darsi spazio senza materia [1], è cosa necessaria, che quegl' intervalli, che vi sono tra le suddette piccole sfere, siano ancor essi di materia riempiuti, e ciò fanno que' frammenti minutissimi, che nella formazione delle piccole sfere furono distaccati, e divelti, i quali per la loro celerità in altre minuzie innumerabili si dividono, e di nessuna grandezza, e nesuna figura tenaci a qualunque spazio si adattano, e vanno penetrando in qualunque angustia. Quindi [2] nacquero due sorte di materia molto diverse, che ponno chiamarsi li due primi elementi di questo Universo. L' una è l' aggregato delle piccole sfere, che sono state nella rotazione della materia formate, l' altra quelle minutissime parti, che riempiono gl' intervalli tra sfera, e sfera. Questa egli la chiama il *primo elemento*, o la *Materia eterea*, e quella il *secondo*, o la *materia Celeste*. In tali agitazioni della materia esendovi più copia di minuti frammenti di quello, che sia necessario per riempiere i vuoti intervalli, ed avendo le piccole sfere, che compongono il secondo elemento, per cagione della loro solidità forza maggiore di allontanarsi dal centro di quello che le parti del primo, sono sforzate quelle da queste a discendere, e sono al centro cacciate in quella maniera, che le acque del mare rapiscono al centro de' loro Vortici gli altri corpi, ed in tal modo essersi formate le *Stelle*. E perciò le Stelle altro non essere, che un aggregato di parti del primo elemento compresse al centro da un vortice del Fluido celeste. Uno di tali vortici è il nostro planetario Sistema, e la stella, che gli sta al centro è il Sole, il quale essendo pieno di moto, e nello stesso tempo essendo impedite le sue parti di lanciarsi per linea retta lungi dal centro, gira intorno il suo asse rapidamente, ed in tal giro rapisce ancora seco le parti celesti, che lo circondano, le più vicine più presto, e le più lontane più tardi. Dalle quali cose seguita, che le parti vicine deggiono ancora essere di minor mole, che le lontane, perchè se fossero eguali, o maggiori avrebbono maggior forza centrifuga, ed in conseguenza si allontanerebbono dal centro, obbligando l' altre a discendere, il che però ha il suo limite, sovra di cui può considerarsi il Fluido celeste come tutto omogeneo. E ciò in ogni altro Vortice dee concepirsi.

Ma

[1] *N.* 49. [2] *N.* 52.

Ma in tale agitazione, e lanciamento della materia, se quelle parti eteree, ch' erano meno divise, e meno agitate, si accozzano insieme, e cogli angoli, e ramosità loro s' implicano, formano pigre, ed inerti masse, le quali dal Celeste Vortice sono intorno portate ciascuna a diverse distanze dal centro secondo la diversa solidità, per cui piuttosto in una region, che in un' altra col celeste fluido si equilibra, ed in tal maniera vengono dal Cielo portate in giro senza mai uscire dalla lor orbita. E tali sono i *Pianeti*, la natura de' quali al *terzo elemento* appartiene.

Tale *Ipotesi*, che si è resa famosa per la dignità dell' Autore, ha rapito seco una quantità di Filosofi de' più eccellenti, e profondi. Non resta però, che maturamente esaminata non incontri gravissime difficoltà, che non sembrano potersi superare. Imperocchè 1. Non si può intendere come tutti i pianeti primarj sieno dallo stesso Fluido con varie inclinazioni portati, parendo cosa più consentanea alla ragione, che essendo lo stesso Vortice, che li trasporta, ed arruota, debbano ancora tutti essere colla medesima direzione portati. 2. Non può capirsi, perchè si rivolga il Fluido in elissi, come osserva il Keplero, e non in circolo, e se in circolo, perchè non concentrico al Sole. 3. Non potrebbono le Comete girare con tante diverse inclinazioni all' ecclittica, e secondo tante diverse direzioni, quando uno stesso Vortice le trasporta. Nè giova il rispondere, che le Comete girino oltre il nostro Sistema, e dagli altri Vortici sieno rapite, i quali essendo diversamente posti ci fanno apparire ancora diverse le vie delle Comete. Imperocchè cio è contrario alle osservazioni, per le quali costa, come notò Ticone, ed altri de' più illustri Astronomi, i quali hanno segnato le vie di molte comete e l'hanno trovate inferiori a Saturno. 4. Se si forma col giro di una Sfera un vortice in qualche Fluido, come nell'acqua osservasi essere i tempi delle rivoluzioni delle parti, che lo compongono, come i quadrati delle distanze dal centro; ed in tal modo pare, che dovrebbono essere ancora i tempi delle rivoluzioni delle parti celesti, ed in conseguenza de' pianeti, che in mezzo di esse stanno innatanti. Così essendo la distanza di Saturno dal Sole più di 9 volte maggiore della distanza della Terra dallo stesso Sole, dovrebbe il suo tempo periodico essere più di 80 anni, e per la stessa ragione quello di Giove più di 27, il che è contrario alle osservazioni. Nè basta il rispondere, che il vortice celeste non è omogeneo come quello dell' acqua; ma costa di parti tutte ineguali, e perciò non vale la parità. Imperocchè è da osservarsi, che supponendosi

 nella

nella Ipotesi Cartesiana tanto più grosso il fluido, quando più si allontana dal centro, se in parti eguali, ed egualmente renitenti i tempi delle rivoluzioni, sono come i quadrati delle distanze come osserviamo ne' vortici acquei, dunque in parti più crasse, e renitenti, come suppongono i Cartesiani quelle delle più rimote distanze dal centro de' loro celesti vortici, saranno più lunghi i tempi delle rivoluzioni, ed in conseguenza andranno assai più lenti i pianeti di quello, che vanno.

SEZIONE QUARTA.

Delle Stelle fisse.

Delle varie loro grandezze apparenti, e delle enumerazioni fatte dagli Astronomi. Cap. I.

Stelle Fisse diconsi quei Corpi celesti lucenti, che in tempo di notte serena veggiamo in Cielo, e si dicono *Fisse*, perchè fuori del loro moto comune o reale, o apparente, non distinguiamo in esse alcun moto proprio. Nel vasto numero, in cui sono, se si considerano attentamente, appena due se ne ritrovan intieramente simili di grandezza, e splendore. Con tutto ciò per ridurle a qualche ordine le hanno divise gli antichi Astronomi nella prima, seconda, terza, ec. sino alla sesta grandezza, intendendo sempre di quelle, che possono vedersi coll' occhio nudo.

Del loro diverso aspetto hanno creduto alcuni essere cagione la loro differente grandezza, ma la maggior parte degli Astronomi, tra' quali gli Stoici, Manilio, Ticone, Galilei, e Keplero, giudicano ciò nascere dalla loro differente distanza. Alla quale seconda opinione pare, che favorisca l' osservazione fatta intorno le Stelle della prima, e seconda grandezza. Imperocchè se si considera, che ogni Stella sia un Sole, cui appartenga una sfera, eguale a quella del nostro Solare sistema, non potranno circondare il nostro Solare sistema più di 13 eguali sfere, non potendo una sfera, come si conosce per la Geometria, essere toccata da più di 13 eguali sfere, e 13 e non più si osservano essere le Stelle della prima grandezza. Che se si cerca quante sfere eguali possano stare d' intorno a 13 sfere, si conosce essere 52, qual' è il numero in circa, che danno gli Astronomi alle Stelle della seconda grandezza. Col qual ordine procedendo si troverebbe essere maggiore il numero di quelle della terza, e maggiore di quella della quarta, e così sino alla sesta, se non che per la troppa distanza delle Stelle, non sono le loro grandezze facilmente distinguibili.

Ma

Ma non contenti gli Astronomi di aver diviso secondo le varie apparenti grandezze le Fisse, vollero ancora per maggior precisione distinguerle in tanti *Asterismi*, ovvero *Costellazioni*, le quali altro non sono, che un aggregato di molte Stelle l' una all' altra vicine, le quali per rendere alla fantasia più facili da immaginarsi, circonscrissero con figure di varj animali, o di altre cose sensibili, delle quali figure ne formarono 48, tra le quali 12 sono distribuite per lo Zodiaco, attribuita una *Dodecatemoria*, ovvero una duodecima parte del Zodiaco, per ciascheduna, e sono, come abbiamo detto, *l' Ariete*, *il Toro*, *i Gemelli*, *il Cancro*, *il Leone*, *la Vergine*, *la Libra*, *lo Scorpione*, *il Sagittario*, *il Capro*, *l' Acquario*, *e i Pesci*. Delle altre Immagini 21 ne furono distribuite nella parte Settentrionale, e 15 nell' Australe. Le prime sono *l' Orsa minore*, *l' Orsa maggiore*, *il Drago*, *Cefeo*, *Boote*, *la Corona Settentrionale*, *Ercole*, *la Lira*, *il Cigno*, *Cassiopea*, *Perseo*, *Andromeda*, *il Triangolo*, *il Cocchiero*, *il Pegaso*, *il Cavallo minore*, *il Delfino*, *le Saette*, *l' Acquila*, *il Serpentario*, *e il Serpente*. Le altre sono *la Balena*, *l' Eridano*, *la Lepre*, *l' Orione*, *il Cane maggiore*, *il Cane minore*, *la Nave Argo*, *l' Idra*, *la Tazza*, *il Corvo*, *il Centauro*, *il Lupo*, *l' Altare*, *la Corona Australe*, *e il Pesce Australe*. Le stelle, che sono fuori di tali figure sono chiamate *Informi*, delle quali i nuovi Astronomi hanno formato nuove Costellazioni, come l' *Antinoo* vicino all' *Acquila*, la *Chioma di Berenice* vicina alla *Coda del Leone*, e la *Quercia Carolina*, così detta da Carlo secondo Re d' Inghilterra, cui fu dall' Hallejo consacrata, posta tra il *Centauro* e la *Nave*. Bartsthio aggiunse il *Camelopardo*, e il *Monocerote*, e l' Hevelio il *Leone minore*, la *Lince*, i *Cani da caccia*, la *Lucerta*, il *Sestante di Urania*, lo *Scudo del Sobieski*, la *Volpe con l' Oca*, e il *Triangolo minore*.

Alle Immagini appartiene ancor la *Galassia*, ovvero la *Via Lattea*, la qual' è una Zona di candor di latte, che circonda tutto il Cielo. Credeva Aristotele [1] essere la Galassia un aggregato di esalazioni nell' Atmosfera esaltate, ed illustrate da una copia di Stelle, che in quel tratto rilucono, in maniera che di tal candore, qual noi veggiamo, ella apparisse. Ma tal errore tolsero il Galilei, il Keplero, il P. Blancano, ed altri, i quali con lunghi Telescopj osservandola, videro non esser ella altro che un aggregato di minutissime Stelle.

Vi appartengono ancora le *Nuvolette Magellaniche*, le quali nel candore sono simili alla Via lattea, e stanno verso il polo australe,

le

[1] *Nelle Meteore Trattato* 4.

le quali avendo l'Hallejo offervate vide non altrò effere, che una copia di affai minute ftelle.

Una nuova Stella, che al tempo d'Ipparco Rodio fi fcoperfe nel Cielo fu cagione, che quefto celebre Aftronomo 120 anni avanti l'era volgare le offervaffe tutte diftintamente, e determinando le longitudini, e latitudini di ciafcheduna ne fcriveffe primo di tutti il catalogo *aufus*, *rem etiam Deo improbam*, come nota Plinio, *annumerare pofteris Stellas*, *& Sydera ad normam expangere*, e regiftrò un numero di 1022. Stelle, dopo di cui Tolomeo rivedendo il Cielo ne difcoperfe altre 4, ficchè il catalogo divenne di 1026. Il fecondo, che dopo Ipparco ci lafciò il catalogo, fu Vlugh Beigh nipote del gran Tamerlano, e ne notò 1017, il che fu nel decimoquinto fecolo. Il famofo Ticone dipoi contemplando di nuovo il Cielo notò 777 Fiffe, delle quali regiftrò il luogo, il qual numero fui poi ampliato dall'accuratiffimo Keplero nelle Tavole Rodolfine fino a 1163, tra le quali 400 ne offervò poi nel decimofefto fecolo Guglielmo Lantgravio d'Haffia-Caffel con i fuoi Aftronomi Rotmano, e Birgio, al qual catalogo 305 ne aggiunfe il P. Riccioli, 101 delle quali offervò egli fteffo infieme col P. Grimaldi, ed in tal modo crebbe il catalogo delle Fiffe fino a 1468.

Bartfchio afferma averne Bajero nella fua Uranometria delineate 1725, ed egli fi gloria averne delineate nel fuo Globo 1762. Un catalogo particolare di 373 Fiffe fu poi pubblicato dal Hallejo offervate da effo intorno il Polo Antartico nell'Ifola di S. Elena, dopo di cui l'illuftre Hevelio Confolo di Danzica ne regiftrò 1888, indi il Flamfteedio 3000, determinando il luogo di molte co' Telefcopj, le quali non poffono fcoprirfi ad occhio nudo.

Ma indeterminato è il numero delle Stelle, che co' Telofcopj fi trovano. Così il Galilei [1] nella Stella Nuvolofa, che è nel capo dell'Orione, ne fcoperfe col Telefcopiopio 11, tra il Cingolo e la Spada di Orione più di 80, e in meno di due gradi dello fteffo Orione più di 500, nelle Plejadi più di 40. Così l'Hocchio guardando nelle Plejadi con un Telefcopio di 12 piedi ne fcoperfe 78; il Rieta [2] più di 100, e nella fola Coftellazione d'Orione quafi 2000.

Dell'

[1] *Nuncio Sidereo p. 31.*
[2] *Occhio di Enoch, & Elia, e Aftronomia del Mercatore.*

Dell' apparimento, e difparimento delle Fiffe. *Cap. II.*

UNo de' Fenomeni più celebri intorno le Fiffe è, che molte fi fiano vedute dagli Antichi, che ora non più fi vedono, e molte, che per lo paffato non fi erano mai vedute, ora fianfi fcoperte; e molte infine ora fi dileguino, ora ritornino, e ciò con determinati periodi. Una comparfa di una nuova Stella al tempo d'Ipparco fu cagione, come abbiamo detto, ch'egli ne regiftraffe il numero. Un'altra nuova [1] ne fu fcoperta l'anno 1572, che durò fino a Marzo dell'anno 1574, e quefta diede occafione a Ticone di formar un nuovo Catalogo. Levvicio afferma nella fua Storia, che nel 945 regnando Ottone comparve una nuova Stella in Caffiopea fimile a quella, che poi offervò Ticone indi un'altra nel 1264. Nel 1596 una ne fcoperfe il Fabricio nella Balena, e nel 1600 una ne comparve nel petto del Cigno offervata dal Keplero, che durò fecondo che nota l'Hevelio fino al 1661, dopo di che fparì, e per cinque anni più non fi vide, ritornandofi poi a far di nuovo vedere. Nel 1604 una ne offervò il Keplero nel Collo della Balena, e nel 1612 una Simon Mario nel Cingolo di Andromeda, ed una Birgio nell'Antinoo. Nel 1638 una ne fcoperfe Focillide Holuvarda nel Collo della Balena, la quale fvanifce, e poi ritorna, rinovando, come offervò D. Caffini, le fue Fafi ogni 330 giorni colla irregolarità però di giorni 15. Nel 1670 in Luglio una ne comparve all'Hevelio nel Capo del Cigno, la quale nel 1671 ful fine di Agofto difparve, ritornò poi il proffimo Marzo; indi nel 1672 in Settembre difparve, nè più fi vide. Nel 1694 finalmente una ne vide il Maraldi nel Collo del Cigno adì 15 Luglio, che poi ful fine di Agofto difparve. Si fece poi di nuovo vedere l'anno feguente adì 30 Luglio, ma così piccol, che appena poteva vederfi, e adì 12 Agofto comparve come una Stella della fefta grandezza, che andò poi crefcendo fino adì 30, dopo di che incominciò a decrefcere fino che adì 16 Ottobre difparve.

Come molte Fiffe fi fono fcoperte, che prima non fi vedevano, così molte, che furono dagli Antichi, e anche da Ticone offervate, ora più non fi veggono. Le Plejadi, ch'erano fette, fino dal tempo di Ovidio non fono che fei.

Quæ feptem dici, fex tamen effe folent.

Così quella Stella della fefta grandezza, che fu notata da Bajero

[1] *Alman. del Ricioli.*

ro nella costellazion del Leone, ora non si vede, ma otto se ne veggono invece di quella, che non sono nel catalogo, come nota il du Hamel. Così nel 1670 avverte il celebre Montanari la mancanza di due Stelle, e così scrive alla Regia Società di Londra. *Desunt in Cœlo duæ Stellæ secundæ magnitudinis in puppi Navis, ejusque transtris .... Earum disparitionem cui anno debeam non novi. Hoc indubium est, quod a die 10 Aprile 1668 ne vestigium quidem illarum adesse amplius observo, cœteris circà eas etiam tertiæ, & quartæ magnitudinis immotis. Plura de aliarum Stellarum mutationibus plusquam centenis, at non tanti ponderis notavi*. Mancano nel Cielo due Stelle della seconda grandezza nella poppa, e ne'transtri della Nave... Non so a quale anno io debba ascrivere il loro disparimento. Ma ciò è fuori di dubbio, che dalli 10 di Aprile dell'anno 1668 io non ne osservo più alcun vestigio di esse, essendo restate le stesse tutte l'altre che le sono d'intorno, anche della terza e quarta grandezza. Molte altre cose intorno le mutazioni di più di cento altre Stelle ho notato, ma non di tanto peso.

E'cosa incerta se tali Fenomeni nascano da macchie, che di nuovo si compongono, e cuoprono i corpi stellati, indi si disfanno, o pure se molti di tali corpi girino intorno qualche centro, e si rendano visibili quando si fanno vicini, ed invisibili quando si allontanano. Per tale congettura pare, che facciano quelle osservazioni di D: Cassini, il quale talvolta vide dividersi in due Stelle quella, che prima compariva una sola Stella, e talvolta in tre, e quattro.

Del loro splendore. Cap. III.

HAnno creduto alcuni, che le Stelle non meno che i Pianeti prendessero il lume dal Sole. Ma è facile il convincerli del contrario, se si considera la vivacità della luce, con cui risplendono le Stelle nella prodigiosa loro distanza dal Sole, la quale se, come diremo, è almeno 9000 semidiametri dell'Orbe Magno, decrescendo la illuminazione come i quadrati delle distanze sarebbe nelle Fisse, 81000000 volte minore di quella, che riceve la Terra dal Sole, ed in conseguenza non potrebbe far alcuna sensibile impressione.

Dalla vivacità della loro luce nasce, che noi le veggiamo di un diametro maggiore coll'occhio nudo di quello, che guardandole col Telescopio. Quando si guardono ad occhio nudo, la loro immagine, che sulla retina s'imprime, per l'aberrazione de' raggi

raggi si fa maggiore di quello, che convenga al diametro delle Stelle, e come i loro raggi, benchè aberranti, sono efficaci, nasce lo stesso, che se agisse un oggetto più grande, e perciò l'immagine della Stella comparisce maggiore, benchè più confusa. A tale aberrazione opponendosi i Telescopj, nè permettendo la prodigiosa distanza delle Stelle, che sia sensibile l'ingrandimento, che il Telescopio di sua natura cagiona, resta diminuita l'immagine sulla Retina, e vedesi perciò la stella minore di quello che si vegga ad occhio nudo; ma più splendida, e più vivace, essendo la sua immagine depurata dai raggi aberranti.

I corpuscoli opachi, che vanno continuamente per l'Atmosfera volando giudicano i Fisici più accurati che siano la cagione, per cui le veggiamo scintillar di continuo. In tal modo la scintillazion di una Fissa altro non è, che una serie successiva continuata di piccoli ed istantanei ecclissamenti cagionati dalla opposizion diametrale de'corpetti per l'atmosfera terrestre volanti, da'quali velocemente ora è coperta, ora è discoperta, e ciò di continuo. E questa è la cagione per cui quando l'Atmosfera è agitata da qualche vento principalmente in tempo d'inverno, in cui ella è più trasparente, e maggior luce perciò ci trasmette, maggior ancora ci comparisce la scintillazion delle Stelle. Perchè poi tal Fenomeno nei pianeti non veggasi, una cagione è la loro maggior apparente grandezza, che non facilmente può dai corpuscoli volanti esser ecclissata, ed un'altra è la minor vivacità del loro splendore. Che se a traverso di crassi, ed agitati corpuscoli si riguardassero, come a traverso del fumo, non vi ha dubbio, che apparirebbono scintillanti ancor essi non men che le Fisse.

Dei Metodi Hugeniano, e Flamsteediano, per investigare prossimamente la distanza delle Fisse. Cap. IV.

QUanto sia grande la distanza delle Stelle fisse da questo solo vogliono che si raccolga i Copernicani, che sebbene col moto annuo si avvicina ad esse lo spettatore terrestre per tutto il diametro dell'orbe magno, il quale secondo il Nevvton è maggiore, come abbiamo detto, di centosessanta milioni di miglia, si dilegua però qualunque parallasse delle Stelle, e si rendono presso che impercettibili tutte quelle differenze, che sono di regola per determinare le distanze degli altri Corpi. In tale oscurità inventò l'acutissimo Hugenio il metodo, se non di esattamente determinare, almeno di approssimarsi alla loro distanza, così sì espresso nel L. 2. del suo Cosmoteoro. *Quelli*, egli dice, *che prima di noi cercarono il metodo di determinare così vasto spazio, nulla hanno potuto comprendere di certo per la troppa delicatezza delle osservazioni, che perciò sono necessarie, la quale supera qualunque diligenza. Mi è paruta per tanto restarmi quest' unica strada, per cui ora camminerò, per cui almeno qualche cosa di verisimile si possa ottenere in una così ardua ricerca. Essendo dunque le Stelle tanti Soli, supponiamo, che qualcheduna di quelle sia egualmente grande, che il Sole, la distanza di essa verrà ad essere tanto maggiore della distanza del nostro Sole, quanto il suo diametro apparente è minor del diametro apparente del Sole. Ma compariscono così minute le Stelle ancorchè si guardino quelle della primiera grandezza, e col telescopio, che non si veggono se non come tanti punti lucenti senza alcuna sensibile latitudine. Onde nasce, che per tali osservazioni non si può discoprire alcuna misura di quelle: Non potendo dunque per tale strada ottenere il fine, ho tentato il modo, con cui potessi diminuire il Sole in guisa, che non maggior luce agli occhi di esso ne derivasse di quello che da Sirio, o da qualche altra delle più chiare Stelle. Ho chiusa dunque l' apertura di un tubo vuoto di dodici piedi con una sottilissima lama, nel mezzo di cui feci un così piccolo foro, che non era maggiore della duodecima parte d' una linea, o della centoquadragesimaquarta di un pollice. Tale apertura del tubo avendola rivolta al Sole, ed avendo all' altra applicato l' occhio, vedeva una particella di Sole, il cui diametro era al diametro del Sole 1 : 182. Ma tale particella io la vedeva molto più chiara di quello, che vedeva Sirio di tutta notte. Per tanto conoscendo, che si doveva ristrignere maggiormente il diametro del Sole, posi al foro della piccola lama una minutissima sfera di vetro, il di cui diametro era presso ch' eguale a quella del foro, della cui sfera io m' era prima servito per li microscopj. Così guardando pel tubo, avendomi da ogni parte coperto il capo per non essere turbato dalla luce del giorno, non mi compariva chiarezza minore di quella di Sirio. Allora fatto il calcolo secondo le leggi della Diottrica trovava, che la particella, che aveva prima guardato a traverso del piccolo foro, era divenuta* $\frac{1}{152}$, *ed in conseguenza erasi fatta* $\frac{1}{27664}$ *di tutto il diametro del Sole. Dunque o siasi contratto il Sole, o siasi allontanato (perchè l' effetto è lo stesso) fino che il suo diametro sia* $\frac{1}{27664}$ *di quello, che veggiamo nel Cielo, che egli uno splendore, non cede allo splendore di Sirio. Allontanato in tal modo il Sole avrebbe una distanza, che a quella ch' egli ha, sarebbe come 27664 : 1, e il suo diametro sarebbe poco più di 4 minuti terzi. Se dunque Sirio gli è uguale, come supponiamo, seguita, che anche il diametro di Sirio sia di 4 minuti terzi, e la sua distanza sia a quella dal Sole, come 27664 : 1. Il quale intervallo quanto sia grande si può stimare nello stesso modo, in cui abbiamo stimato la distanza del Sole. Imperocchè se si ricercherebbono 25 anni, perchè un globo di bombarda conservando sempre quella velocità, con cui è vibrato pervenisse dalla Terra al Sole, si dee moltiplicare 27664 per 25, onde nasce 691600, per cui si conosce, che si ricercherebbono quasi settecentomill' anni, perchè lo stesso globo colla sua velocità costante arrivasse dalla Terra a Sirio.*

Posta in tal modo la distanza del Sole di miglia 80000000, la distanzo di Sirio sarebbe di miglia 2240784000000.

Il secondo metodo è quello del Flamsteedio preso dall' annua parallasse, la quale quando vi sia, e quando precisamente possa determinarsi, è il mezzo sicuro, che alla cognizione della distanza delle Fisse conduce. Imperocchè posto che si conosca la parallasse annua, si conoscerà dunque nel triangolo SBD (1) l' angolo S, che si agguaglia alla differenza degli angoli SPD, ed SBP, cioè a dire alla parallasse annua, e si conosce parimente l' angolo SDE, cioè la latitudine della Fissa S osservata nel sito D, e si conosce parimente BD, cioè l' asse dell' orbe magno. Si conoscerà dunque, col calcolo trigonometrico il lato SD, ch' è la distanza cercata della Fissa S dal centro della Terra D. In tal modo avendo il Flamsteedio ritrovato l' angolo S di 42 secondi, e la latitudine della stella polare di 66 gradi in circa, ritrova essere la distanza di essa 5000000000, la quale però è più del quarto minore di quella di Sirio calcolata da Hugenio.

SEZIONE QUINTA.

Delle Comete.

Oltre i Corpi, che fin ora abbiamo nominati, e i moti de' quali abbiamo descritti, se ne veggono per gli vasti spazj del Cielo comparire di tempo in tempo alcuni altri, ch' essendo prima invisibili si fanno all' improvviso vedere, togliendosi poi a poco a poco dalla nostra vista, finochè si dileguano, ordinariamente di luce pallida, e debole, al cui disco sta sempre unito un ampio tratto di esterna luce, che si distende sempre alla parte opposta dal Sole, e tali Corpi diconsi le *Comete*. Il corpo stesso della Cometa dicesi il suo *Capo*. Il tratto di luce cangia nome secondo le sue diverse apparenze. Imperocchè quando sta dietro della Cometa, cioè a dire quando la Cometa nelle sue rivoluzioni diurne seco lo trae, il che accade quando ella è preceduta dal Sole, dicesi la *Coda*. Ma quando le sta davanti, il che accade quando la Co-

(1) *Fig. 5. Tav. 24.*

meta procede il Sole, dicesi la *Barba*, ed infine quando comparisce a guisa di una corona intorno della Cometa, il che accade quando la Cometa è prossima alla congiunzione, ovvero opposizione col Sole, allora dicesi il *Crine*.

Opinione degli antichi intorno le Comete. Cap. I.

CHE le Comete fossero Corpi nati col Mondo fu opinione di antichissimi Filosofi. Così nota Aristotele nel Libro 1. delle Meteore c. *6.* essere stata questa la sentenza de' Pitagorici: Τῶν δὲ Ἰταλικῶν τινὲς, καὶ καλουμένων Πυθαγορείων, ἕνα λέγουσιν αὐτὸν εἶναι τῶν πλανητῶν ἀστέρων, ἀλλὰ διὰ πολλοῦ τε χρόνου τὴν φαντασίαν αὐτοῦ εἶναι, καὶ τὴν ὑπερβολὴν ἐπὶ μικρὸν, ὅπερ συμβαίνει καὶ περὶ τὸν τοῦ Ἑρμοῦ ἀστέρα. Alcuni d' Italia detti li Pitagorici credono che la Cometa sia una Stella errante, ma non esservi l' apparenza di quella, se non dopo molto tempo, e non durar che poco, il che accade ancor all'Astro di Mercurio. Il che conferma ancora Plutarco delle sentenze de' Filosofi Cap. 2.

Tale parimente era l' opinione de' Democritici, come afferma Seneca nel Libro 8. delle naturali questioni. *Democritus subtilissimus omnium antiquorum suspicari ait se plures esse Stellas quæ currunt; sed nec numerum illarum posuit, nec nomina, nondum comprehensis quinque siderum cursibus.* Democrito il più sottile di tutti gli antichi dice di sospettare, che vi sieno più Stelle, che corrano, ma nè pose il numero di quelle, nè i nomi, non ancora intesi i moti de' cinque Astri [cioè de' cinque Pianeti oltre il Sole, e la Luna]. E nello stesso luogo egli nota essere ancora stata tale l' opinione di Apollonio Mindio, il quale affermava di averla tratta dai Caldei, a cui tali moti erano manifesti. Alla qual opinione lo stesso Seneca si uniforma affermando essere le Comete non *un fortuito fuoco, ma una dell' Opere Eterne della Natura, ma non potersi ciò dimostrare per mancanza delle antiche memorie, nè potersi i loro periodi facilmente osservare per la rarità de' loro apparimenti. Veniet tempus,* dipoi soggiugne, *quo ipsa quæ nunc latent, in lucem dies extrahat, & longioris ævi diligentia. Ad inquisitionem tantorum ætas una non sufficit. Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta nos nescisse mirentur.* Tempo verrà, in cui ciò che ora sta nascosto, sia tratto in luce e dagli anni, e dalla diligenza della lunga età. Per la ricerca di cose sì grandi non basta un' età sola. Verrà il tempo, in cui i nostri posteri si maraviglieranno, che noi cose tanto chiare ignorassimo.

Ma tal opinione giacque lungo tempo sepolta dopo che la Scuola de' Peripatetici si persuase, che tali corpi fossero una specie di Meteore nate, e generate di nuovo, perciò la loro regione non essere negli alti Cieli, ch' essendo della *essenza quinta* non sono alle generazioni, e cor-

corruzzioni soggetti; ma nascere essi, e morire nella region sullunare.

Tale Ipotesi però fu totalmente dal Saggio Ticone distrutta dopo che nel suo Uraniburgo osservò una Cometa nel 1577, che nello stesso tempo Hagezio osservava in Praga, i quali luoghi sono distanti l' uno dall' altro *6* gradi per latitudine, e sono sotto il medesimo meridiano. Ne' quali luoghi avendo osservato amendue tali Astronomi quanto era distante tale Cometa dalla Stella, che chiamano l' Avoltojo, l' uno, e l' altro ritrovolla essere della stessa distanza, il che sarebbe stato impossibile, se la Cometa fosse stata nella region sullunare, anzi se non fosse stata in una enorme distanza dalla Terra, per cui si dileguasse la sua parallasse. Il che poi maggiormente fu confermato dalle osservazioni fatte dal Cassini sopra la Cometa del 1680, la quale osservò egli essere distante dal Sole solamente 22 gradi in circa, e pure la vide risplendere a piena faccia, il che non poteva accadere se non fosse stata più alta non solo della Luna, ma ancora del Sole, veggendo noi, che Mercurio, o Venere non risplendono a piena faccia, quando sono di sotto del Sole.

Opinion del Keplero, e dell' Hevelio. Cap. II.

CRede il Keplero [1] nascere le Comete di nuovo per un accozzamento fortuito di parti crasse per l' Aura Eteria vaganti, le quali accese poi dalla luce del Sole, che per tutto ha forza, scorrono a guisa di *Stelle striscianti* per linea retta fino che si estinguono.

Dalla cui opinione non è diversa quella dell' Hevelio. Imperocchè non essere *le Comete altro che una produzione fatta dal concorso* dei Planetari effluvj, avere il Sole, e tutti i Corpi mondani le loro Atmosfere, ed essere queste continuamante ingombrate dalle parti, che sempre esalano dai medesimi corpi. Di tali parti quelle, che sono più crasse, stanno più vicine al centro, le quali quando si affollano insieme, e si condensano, formano, quando sono intorno un pianeta, le *Nubi* e le *Nebbie*, come veggiamo nella nostra Terra, e quando sono intorno una Fissa, formano le *Macchie*, come veggiamo nel Sole. Ma le più sottili parti talvolta fortuitamente accozzandosi formano alcune piccole dure masse, che poi per l' accesso di nuova materia ingrandite vanno per l' alto etere vagando, riflettendo molta luce del Sole, e comparendo a guisa di Astri a' mortali. Il che egli procura di confermare coll' osservazioni di molte Comete non molto diverse dalle macchie del Sole, e principalmente di quella, che fu nell' anno

(*a*) *Fisiologia delle Comete.*

anno 1661 adì 15 Febbrajo osservata, il cui Capo era in diverse parti spezzato, e adì 2 di Marzo cessò di più comparire rotondo, ma si vide lacerato d'intorno, e disperso. Nel principio della loro formazione muoversi le Comete per linea spirale; imperocchè le parti, che la incominciano a comporre, sono ancora dentro la Planetare Atmosfera, e sono da due moti agitate, l'uno per cui esalando sono dal centro alla circonferenza per linea retta portate, e l'altro, per cui intorno del Pianeta girano vorticosamente. Ma perchè col progresso la Cometa sempre più si è allontanata dal centro, esce finalmente fuori dell'Atmosfera per la tangente, e scorrerebbe per l'alto etere in linea retta, se dall'azione del Sole non fosse in qualche maniera curvato il suo sentiero.

Perchè poi si formino le sue *Code* egli pensa, che dall'azione de' raggi Solari siano lungi respinti per linea dritta gli effluvj più sottili della Cometa in quella guisa che, come tanto egli stesso, quanto lo Scheinero hanno osservato, le parti più crasse delle macchie Solari stanno verso il centro del Sole, ma le parti più rare stanno verso la circonferenza, penetrare i raggi del Sole per lo Capo della Cometa, e per l'Atmosfera, che lo circonda, ed illustrare per lungo tratto tali vapori, che perciò risplendono, e rappresentano un tratto di luce maggiore o minore, e più, o meno lucido secondo le varie affezioni, che ne' suddetti vapori s' incontrano. La variazione poi di tali Code nascere tutta dalle varie inflessioni, e rifrangimenti de' raggi, che cangiano secondo le diverse disposizioni delle masse cometiche, per le quali passano, come diffusamente, ed assai ingegnosamente spiega il dottissimo Autore.

Ma contro tale sentenza stanno principalmente due ragioni. La prima, che se dentro le Atmosfere Planetari incominciano le Comete a formarsi, che poi per linea spirale ascendendo escono liberamente per gli vasti spazj del Cielo, non si vede causa, per cui le Comete, almeno dopo Ticone osservate, sieno state tutte in altre Atmosfere dalla Terrestre. La seconda, che il moto delle Comete si osserva essere piuttosto astretto a Leggi certe, come notano il Cassini [1], e il Nevvton [2], e l' Hallejo [3], ed altri, di quello che essere irregolare, e fortuito, come suppone l' Hevelio.

Opi-

[1] *Trattato delle Comete*. [2] *Principj Mat.* [3] *Sinopsi delle Comete*.

Opinion del Cartesio. Cap. III.

Assai più stravagante è l' opinion del Cartesio ne' suoi principj Parte 3., secondo cui le Comete altro non sono, che tante Stelle, le quali per le molte e dense macchie, che in esse si sono generate, hanno perduto la loro efficacia, e tutto il moto delle loro piccole parti; e perciò non hanno più forza di mantenere la loro atmosfera, e conservarsi in equilibrio coll' altre; onde obbligato il loro vortice a cedere agli altri, e finalmente distrutto, vengono esse dalla loro sede turbate, e dagli altri vortici irregolarmente rapite. Le loro *Code* essere un effetto della rifrazione de' loro raggi, che dal puro etere, in cui sono passando in uno più crasso qual è quello, che sta d' intorno il Sole, mutano sentiero avvicinandosi alla perpendicolare, come fanno i raggi del Sole, quando dall'aria entrano nell'acqua. Imperocchè sia il Sole A [1], e sia BCDE l' orbita della Terra, FGHIK il confine dell'etere puro, e meno puro, ed L la Cometa. Il raggio, che cade in H essendo perpendicolare alla curva, non ha rifrazione, ma seguita dritto pel suo cammino, ma non così i raggi, che cadono obliquamente verso I, o verso K, rifragnendosi questi verso D, e verso E. Colla stessa legge vanno quelli, che cadono in F, e G. Dalle quali cose seguita, che se la Terra è in C, e la Cometa è in L, si dovrà quella vedere *Crinita*, come sta in M, per l' azione de' raggi, che dalla destra, e dalla sinistra egualmente si rifrangono. Ma quando la Terra è in D si dovrà vedere *Codata*, come sta in N, e finalmente quando è in B, si vedrà *Barbata* come in O.

1. Ma contro tale benchè ingegnosa esplicazione sta primamente la ragione medesima, che contrasta all' Hevelio, cioè a dire la Regolarità delle Comete osservata.

2. In secondo luogo, come nota il dottissimo Jacopo Bernulli [2], appena può concepirsi, che le Fisse per tali addensamenti divengano sempre Comete irregolarmente vaganti, e giammai Pianeti nell' orbita loro costanti.

3. Terzo se tali Code si facessero per la rifrazione, si dovrebbono vedere tinte co' colori dell' Iride, e nelle stesse ragioni del Cielo sarebbono sempre nel medesimo modo, il che è contro le osservazioni.

4. Infine, come dubita lo stesso Cartesio, [3], se le Code sono effetto della rifrazione de' loro raggi, non vi è ragione, perchè Giove, e Sa-

[1] *Fig. 1. Tav. 25.* [2] *Trattato delle Comete.* [3] *De' Principj P. 3.*

e Saturno anch' essi con tali Code non comparifcano, nè giova il foggiugnere, che ciò non si rende sensibile se non nelle Comete, perchè sono queste in una regione altissima, e di pura aurea eteria ripiena; ma non così Giove, e Saturno, i quali essendo più vicini al Sole, ed in conseguenza essendo nell' etere meno puro, avviene che i loro raggi minori rifrazione patiscano; per la quale non sono le loro Code sensibili, ed al più comparifcono a guisa di *Capillizj*. Imperocchè contro tale considerazione sta parimente l' osservazione, per cui si trova non tutte le Comete essere sopra Saturno, ed aver lunghe Code anche quelle che sono nelle basse regioni.

Opinione del Nevvton. Cap. IV.

Giudica però il Nevvton [1] essere assai più probabile, che le Comete sieno tanti Corpi opachi, e fissi, e simili ai nostri pianeti, nati col Mondo, come pensarono i Pitagorici, e Democritici, che intorno ad un qualche centro descrivendo la loro orbita si rendano visibili quando a Noi si avvicinano, ed allontanandosi a poco a poco si dileguino, per ritornare poi dopo dati tempi a farsi vedere. E le loro Code altro non essere, che un aggregato di tenuissimi vapori per lo calore del Sole dal corpo della Cometa esaltati.

E primamente, che siano Corpi opachi, e a guisa di ogni Pianeta illuminati dal Sole affermano i suoi discepoli rendersi manifesto dalle osservazioni. Imperocchè essere stato osservato il pallore della loro luce, e la loro languidezza senza alcuno scintillamento in diverse occasioni da Ticone, dal Cassini, dall' Hevelio, e Flamsteedio, ed altri di maggior nome. Così l' Hevelio nella Cometa del 1661 vide il capo di colore languido, e gialliccio, e più triste di ogni altra Stella. Così il Veigelio afferma, essere la Cometa dell' anno 1664 comparsa a guisa di una nebbia illuminata dal Sole. Ciò confermarsi dalla luce de' loro Capi, la quale cresce quando sono vicini al Sole, e decresce quando sono lontani. Così la Cometa del 1665 osservata dall' Hevelio subito che incominciò a vedersi, andava sempre allentando il moto, quando si avvicinava al Sole, ma nello stesso tempo cresceva di luce fino che immersa ne' raggi del Sole si dileguò. Quella del 1685 osservata dallo stesso Hevelio, sebbene si avvicinava sempre alla Terra, perdeva però sempre più di lume, perchè si allontanava dal Sole. Così infine la Cometa del 1677 fu osservata

(1) *Princip. Mat.*

osservata dal Flamsteedio più pallida di Saturno. Egli è però vero, che può essere talvolta così fisso e denso il loro capo, che può riflettere in molta copia la luce, ed emulare collo scintillamento una Fissa. Così quella dell' anno 1665 afferma l' Hevelio aver superate tutte le Fisse di splendidezza. E quella del 1723 ebbe tra le altre un fulgidissimo capo a guisa di una lucidissima Stella, come nota Kirkio il giovane.

Che se non fossero corpi duri e densi, ma fluidi, non si vede la ragione, perchè in passando vicino al Sole, non dovessero dissiparsi. Che siano infine Corpi celesti, e nati col Mondo, e regolari ne' loro moti, come i Pianeti, ciò chiaramente dedursi, se si confrontano i moti delle Comete, che in diversi tempi comparvero. Ciò certamente fu uno de' primi a giudicarlo il celeberrimo Cassini confrontando la Cometa, ch' egli osservò nell' anno 1680 con quella, che osservò Ticone nel 1577, tra le quali vide una così grande convenienza, onde non dubitò quel sapientissimo Uomo adì 28 Dicembre, cioè a dire 6 giorni dopo, che aveva considerata la sua Coda, e un giorno dopo che aveva osservato il suo capo, presagire in un pubblico scritto consacrato a Luigi XIV, che tale Cometa sarebbesi per tutto quell' Inverno veduta, come avvenne. La Cometa di Ticone si vide dall' anno 1577 adì 12 Novembre fino all' anno 1578 adì 26 di Gennajo, e quando comparve la Cometa Cassiniana nel 1680, collo stesso moto videsi avanzare, che quella di Ticone adì 8 Gennajo; imperocchè allora per ciascun giorno e l' una e l' altra percorreva 4 gradi, e 27 minuti. Se si consultano l' effemeridi di amendue, appena trovasi differenza nelle lor orbite, e nella velocità de' loro moti; l' orbite di amendue tagliarono l' ecclittica nel grado 21 del Sagittario, e furono inclinate all' equatore con un angolo di 33 gradi. Che se si considerano l' orbite delle altre Comete, non si scorge in esse quella irregolarità, che per altro dovrebbe scorgersi, se fossero produzioni fortuite per l' etere puro diversamente agitate. Così la Cometa, che apparve nel 1665 andò per lo stesso sentiero, che quelle del 1680, così quelle del 1672, e 1677 in maniera che confrontando il dottissimo Cassini le loro orbite, giudicò potersi stabilire un Zodiaco per le Comete, come si vede ne' Pianeti, il quale in questi due versi egli comprese:

Antinous, Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

E come ciascun Pianeta a noi visibile gira per un' Elissi, nel cui umbilico sta il Sole, così affermano gli stessi Autori, essere massi-

massimamente probabile, che per simili curve girino ancor le Comete, con questa differenza, che ne' pianeti l'elissi non molto sono diverse dal circolo, ma non così l'Elissi delle Comete, le quali hanno una enorme eccentricità, onde nasce, che molte di esse per lungo tratto di tempo sieno invisibili, e se non per poco, cioè a dire quando sono nell'arco basso dell'orbita, si faccian vedere. Tale per esempio è l'orbita ABCD [1], nel di cui umbilico sta il Sole, per cui si move la Cometa L, la quale per tutto il tempo, in cui si ritrova vicina all'Afelia D, è a noi invisibile, ed incomincia a vedersi solo quando è vicina allo Perielio B.

Tali orbite sono diversamente inclinate, e varie, nè possono determinarsi se non colle osservazioni di molti secoli. Allora quando è visibile la Cometa, dovranno le sue apparenze esser simili a quelle de' Pianeti, e dovrà per esempio apparir ch'ella descriva circoli paralleli all'equatore nello spazio di 24 ore equabilmente, intanto che si move con moto proprio per la sua orbita. S'ella si move da occidente in oriente, e la Terra è di mezzo tra la Cometa, e il Sole, se la Terra andrà più veloce, comparirà la Cometa *retrograda*, ma se la Terra andrà più tarda, comparirà la Cometa avanzarsi *direttamente*, ma con minore velocità. Ma se il Sole è tra la Terra, e la Cometa, comparirà la Cometa moversi direttamente, ma con maggiore velocità di quello, che si mova. Per lo contrario quando ella si move da oriente in occidente, comparirà più veloce di quello, che è di fatto, quando la Terra è di mezzo tra essa e il Sole; ma meno veloce, quando il Sole è in mezzo.

Così secondo le varie inclinazioni delle lor orbite, variano ancora le latitudini loro Geocentriche, ed Heliocentriche. E la Legge Kepleriana, che osservasi ne' Pianeti, osservasi ancora nelle Comete, cioè a dire, che le Aree dal raggio conduttore SL descritte sono sempre come i tempi delle loro rivoluzioni; onde segue, che quanto più sono lontane dal Sole, tanto più vanno tardi, e quanto più si avvicinano, tanto più vanno veloci.

Egli è vero, che il Keplero, e molti altri gravi Filosofi dopo di esso hanno sempre considerate le Tragettorie delle Comete, come tante linee rette, col quale principio hanno ottimamente calcolato i luoghi delle Comete convenienti alle osservazioni. Ma niente vieta, che ciò si faccia, quando anche la Cometa descriva una Sezione Conica, quando si osservi nel tempo, in cui descrive ella quella porzione di curva, che sensibilmente non apparisce diversa da

[1] *Fig.2.Tav.25.*

da una linea retta. Così se sia ABCDE l'elissi, per cui si porta la Cometa A; fino che ella descrive la porzione AB, può sensibilmente dallo spettatore, ch'è in T giudicarsi, ch'ella descriva una retta, dopo di che può darsi, ch'ella si renda invisibile o per lo troppo allontanamento dal Sole, come quando si porta verso D, o per lo troppo avvicinamento, come quando si porta verso C, nel qual tempo s'immerge ne' raggi del Sole. In questo secondo caso incomincia a farsi vedere di nuovo in D; ma perchè intanto nel suo avvicinamento al Sole può darsi, che molto sia stata alterata, per questo può accadere, che si prenda per una nuova Cometa quella, che è la medesima, che si vide prima, ed altro non fa, che cangiar sentiero. Che se si confronta la porzione verticale BCD di tale elissi massimamente eccentrica, non si ritrova sensibilmente variare da una porzione di Parabola, il di cui Foco è in S, secondo cui il Nevvton calcolò esattissimamente la Cometa Cassiniana del 1680 ponendo, ch'ella descrivesse una porzione parabolica intorno il Sole in maniera, che le aree prese dal centro del Sole fossero proporzionali ai tempi. I vestigj del quale avendo seguitato il dottissimo Hallejo, accomodò lo stesso metodo al calcolo Aritmetico costruendo secondo tale principio le Tavole, colle quali vide convenire tutto ciò, che fin a quell'ora si era osservato intorno i luoghi delle Comete.

Convengono tali cose col Sistema del Sig. Cassini, il quale pesa, che le orbite delle Comete siano circoli o che comprendono la Terra, come fu nella Cometa del 1680, o sono fuori della Terra, come fu in quella del 1664, ed altre.

Quanto alle Code non credono i Nevvtoniani doversi prendere la loro origine da altro, che dal capo della Cometa, come fu ancora opinione de' più antichi Filosofi, e dello stesso Aristotele. Mentre la Cometa si avvicina al Sole, gli aliti copiosi, che ne' siti lontani dal Sole stavano intorno la Cometa addensati, si riscaldano, e si rarefanno, e nello stesso tempo si riscalda, e si fa più rara l'aura eteria, entro di cui essi sono, ed allora per le Leggi dell'Idrostatica le Colonne eterie laterali gravitando al centro, cioè al Sole, obbligano l'aura sottile, e con essa i tenui vapori ad ascendere, ed allontanarsi dal centro, i quali vapori poi illuminati dal Sole rappresentano quel vasto tratto di luce, che noi chiamiamo la *Coda della Cometa*, la qual sempre è distesa alle parti opposte del Sole. Che sebbene pare, che per formare i tratti enormi di tali Code si ricerchino vastissime moli di aliti, che deggiono dal Corpo Cometico scaturire, è da osservare però in quanto vasto spazio può una piccola porzione di materia dilatarsi, come sperimentiamo

tiamo in un grano di odore, o di altra materia, che ſi rarefa in vaſtiſſimo ſpazio. Le tenuità di tali Code da queſto poterſi conoſcere ſe ſi oſſerva, che a traverſo di quelle, benchè aſſai vaſte, ſi veggono le più minute, e deboli ſtelle.

Da tali coſe naſce, che allora quando ſi avvicinano le Comete al Sole creſcono le loro Code, e quando ſi allontanano, ſi fanno minori, e allora la Coda è nel maſſimo della grandezza, e della ſplendidezza, quando è nel Perielio. Per queſto talvolta creſcono tali code nelle parti ſuperiori, e decreſcono nelle inferiori, il che fa che lungi dalla Cometa vedonſi vivaci, e piene, e vicino alla Cometa gracili, e tenui. E perchè tali vapori hanno due moti, l'uno, con cui dritti aſcendono lungi dal centro del Sole, l'altro, con cui dalla Cometa ſono portati, per queſto le Code non ſempre ſono dritte, ma qualche poco incurvate, conveſſe verſo dove tende la Cometa, e concave alla parte contraria, il che naſce dalla reſiſtenza dell' Aura eteria. E perchè quanto più è tenue la Coda, tanto maggior è la reſiſtenza, ch' ella patiſce, per queſto maggior ſarà l'incurvatura nella maggior attenuazione, cioè a dire nel Perielio, le quali coſe colle oſſervazioni convengono.

Opinione di Jacopo Bernulli. Cap. V.

TRa i diverſi Siſtemi delle Comete ſi reſe celebre quello ancora di Jacopo Bernulli, che pubblicò nell'anno 1682, in cui giudica egli non altro eſſere le Comete, che tanti Satelliti di un Pianeta Primario, che gira intorno del Sole nello ſpazio di anni 4, e giorni 157 poſto in diſtanza dal Sole 2583 ſemidiametri dell'orbe magno. Intorno queſto primario, che per la diſtanza non ſi diſcerne, girano diverſi ſecondarj a diverſe diſtanze poſti, neſſuno però de' quali diſcende fino all' orbita di Saturno, ed allora ſolo, quando ſono nell' arco infimo del ſuo cerchio, ſi rendono a noi viſibili. Le Code generarſi dalle evaporazioni de' pianeti cagionate dall' ardore del Sole, le quali ſublimandoſi nell' alte regioni vengono ad attaccarſi a guiſa di fuligni nella ſuperficie de' Satelliti, che girano d'intorno a queſto non veduto Primario.

APPEN-

APPENDICE

Del Fluſſo, e Rifluſſo dell' Oceano.

UNo de' più celebri fenomeni della Natura è il *Fluſſo*, *e Rifluſſo* dell' Oceano. Se ſi conſiderano i ſuoi cangiamenti, ſi fanno in eſſo le ſeguenti oſſervazioni.

1. Che le ſue acque non conſervano mai nè la medeſima altezza, nè il medeſimo movimento; ma variano ſempre di ſtato, ora innalzandoſi, ora abbaſſandoſi, ora correndo verſo il lido, ora dal lido recedendo.

2. Ciò però non ſi fa ſenza una certa regola, e determinata legge. Imperocchè quando s' innalzano, ſi muovono ancor verſo il lido, nel qual tempo ſi dicono eſſere nel *Fluſſo*, o nell' *alta Marea*. E quando ſi abbaſſano, recedono dal lido, il che ſi dice il loro *Rifluſſo*, o la *baſſa Marea*. Ed al Fluſſo ſuccede ſempre il Rifluſſo; nè l'uno dura più tempo dell' altro.

3. Il tempo, per cui ſi gonfiano l' acque è di *6* ore, e 12 minuti in circa, dopo di che per altrettanto tempo ſi abbaſſano, e così di nuovo paſſano dall' una all' altra marea.

4. Se ſi paragonano i moti delle maree co' moti della Luna, ſi vede mantenerſi ſempre tra queſti e quelli una maravìglioſa coſtante corriſpondenza. Imperocchè importando una Marea, come abbiamo detto, *6* ore, e 12 minuti incirca, nello ſpazio dunque di 24 ore, e quaſi 50 minuti ſi faranno quattro Maree, cioè due alte, e due baſſe. Ma in tale preciſo tempo la Luna compie una rivoluzione da oriente in occidente. E perciò ſe una volta in un dato luogo ſi noti la relazione d' una Marea all' altezza della Luna, ſi potrà ſempre nel medeſimo luogo determinar l' ordine delle Maree dall' altezza della Luna, e per lo contrario l' altezza della Luna dall' ordine delle Maree. Così per eſempio ſe in un dato luogo ſi oſſervi eſſere il maſſimo gonfiamento, allora che la Luna è nel meridiano, ritornerà lo ſteſſo maſſimo gonfiamento, quando ritornerà la Luna nel meridiano, cioè a dire dopo 24 ore, e 50 minuti; e diſtribuendo tal tempo in quattro parti eguali ſi conoſceranno i punti delle quattro Maree, che in tal tempo dovranno regolarmente ſuccedere, non conſiderando però l' alterazione, che può eſſere cagionata da' venti, o da altre cagioni.

5. Ciò, che maſſimamente è oſſervabile, è la differenza, che paſſa

passa tra le Maree riguardo ai Sinodi della Luna. Imperocchè generalmente quelle sono più alte, che si fanno nelle Sizigie, e quelle più basse, che si fanno nei Quarti, e ne' tempi di mezzo variano a proporzione.

6. Ma se si paragonano tra se le Maree dentro di un anno, trovasi essere quelle le massime, che si fanno nelle Sizigie equinoziali, benchè non certamente nel tempo preciso delle Sizigie accadano, ma due, o tre giorni dopo.

7. I punti delle Maree non accadono in ogni sito dell' Oceano alla medesima ora. Imperocchè altrove si fanno più presto, altrove più tardi, e prima ne' luoghi vicini all' Equatore, indi verso i Poli.

8. Tali moti, che si veggono nell' Oceano, si osservano ancora in altri mari; ma non in tutti. Così nel Mediterraneo, e nell' Adriatico, ma non nel Caspio, o nel Baltico. Così parimente in alcuni fiumi, che comunicano coll' Oceano.

Per esplicare questo fenomeno varj varie cose si sono immaginati. E primamente tra gli Antichi Platone pensò, che ciò non altronde nascesse, che dalla copia dell' acque, le quali dal Baratro, ch' egli credeva essere in fondo del mare ora uscivano impetuosamente, ed ora erano assorbite, e ciò alternamente; onde ne seguiva l' innalzamento, e l' abbassamento nel mare. Apollonio di Tiano pensò, che ciò derivasse dallo soffiare de' venti sotterranei, i quali da basso in alto spignessero l'acque. Gli Stoici come insegnavano, che il Mondo fosse un grand' Animale, così tali moti d'acque alla di lui *respirazione* attribuire doversi affermavano. Ma Aristotele, o qualunque siasi l' Autore degli otto libri del Cielo, ad un non so qual *Dominio* della Luna ciò ascrive. Altri ad una *librazion* della Terra; altri ad una *fermentazione* interna delle parti saline, e tartaree; che coll' acque marine stanno mescolate; altri in fine ad altri principj, le quali cose non abbiamo in animo di riferire, o confutare singolarmente, contentandoci solo di esporre ciò, che in tale materia fu detto fin ora di più accreditato, e più celebre.

Pensamento del Galilei, e del VVallis intorno la cagione delle Maree. Cap. I.

Giudicò il Galilei nel dialogo del sistema del Mondo, che di tal effetto la cagione fosse il movimento della Terra secondo il sistema Copernicano. Imperocchè per la complicazione del moto annuo, e del diurno essere molto ineguale il moto delle parti della superficie terrestre, ed in conseguenza ancora dei seni, che contengono le acque del mare. Che quando è ineguale la velocità dei seni, in cui si contengono l'acque, è necessario, che l'acque insorgano ora davanti, ora di dietro, ed oscillino più, o meno secondo il maggiore, o minore accrescimento, o decrescimento della velocità. Ciò si conosce in un vaso, in cui si contiene dell'acqua; perchè se, mentre egli era in moto, all'improvviso si ferma, o si ritarda, l' acqua in esso contenuta per lo movimento impresso vedesi insorgere davanti, e talvolta ancora, se i margini non sono troppo alti, spandersi. Ma per lo contrario se, mentre era prima in quiete, all'improvviso si muove, l'acqua in esso contenuta non ancora conceputo il moto sta indietro e verso l'altro margine insorge, e si spande. Lo stesso accader nell'acque del mare, le quali talvolta per un aumento di moto nelle parti della Terra, che ogni giorno si rivolge intorno il suo asse, insorgono verso una parte, e talvolta per un ritardamento di moto insorgono verso la parte contraria, ed in una certa maniera oscillano, nel che consiste il loro Flusso, e Riflusso. Il che per esplicare sia ABCD (1) l'Equatore terrestre, il quale intorno il centro E si rivolga per le lettere A, B, C nello spazio di ventiquattr'ore, nel cui tempo intanto il centro E percorra un grado dell'ecclittica AF, ed è facile il vedere, che le parti, le quali sono nella semicirconferenza ABC si muovono più velocemente da A verso F, che quelle che sono nell'altra semicirconferenza CDA; perchè il moto diurno delle prime cospira coll'annuo verso F. Ma per lo contrario il moto diurno delle parti della seconda si oppone al moto annuo, e perciò quanto il moto diurno aggiugne all'annuo in quelle, tanto leva in queste.

Dove la direzione è meno obliqua, ivi è maggiore l'accrescimento, o la diminuzione del moto. Per questo maggior è l'accrescimento in B, che in L, ed M, e per lo contrario maggior è la diminuzione in D, che in A, e C. Ed in B è massimo l'accrescimento, in D massima la diminuzione; ed in A, e C mediocre. Ove si conosce essere massima la celerità dell'alveo al punto del mezzogiorno B, minima al punto della mezzanotte D; e mediocre dove nasce il Sole, e tramonta. Le quali cose somministrano motivo di due Flussi nel corso di 24 ore, l'uno sul maggiore acceleramento, e l'altro sul maggiore ritardamento del moto.

Parve al dottissimo VVallis (2), che con tale ragionamento il Galilei si apponesse al vero; benchè con qualche difetto. E il difetto esser questo. Perchè siccome egli dà conto di due Maree,

(1) *Fig. 3. Tav. 25.* (2) *Atti d' Inghilterra n. 16. p. 263.*

ree, così quelle debbono essere sempre in B, e in D; cioè a mezzogiorno, e a mezzanotte, dovechè l'esperienza ci dimostra, che il tempo delle Maree pospone; e che nello spazio di un mese egli viaggia per tutte le 24 ore, della qual cosa egli non fa menzione alcuna, per rimediare al qual difetto egli ricorre al moto mensuale della Luna in questo modo. Imperocchè essere la Terra, e la Luna due corpi, i quali hanno una sì gran connessione, che il moto dell'una segue quello dell'altra, e potersi perciò considerare per un corpo solo, e piuttosto per un aggregato di corpi, che hanno un comune centro di gravità, il quale centro di gravità, a tenore delle note leggi statiche sta in linea retta connettendo i rispettivi loro centri, talmente che le loro distanze dal centro di gravità sono in ragione reciproca delle gravità dei medesimi corpi.

Ora supponendo la Terra, e la Luna stare unitamente quasi come un corpo solo aggirato intorno al Sole nell'orbe magno del moto annuo; questo moto dee calcolarsi (a tenore delle leggi statiche in altri casi) per via del moto del comune centro di gravità di ambi li corpi. Conciossiachè in cose statiche si suole supporre che un corpo, o un aggregrato di corpi si muova all'insù, all'ingiù, o altrimente in quella guisa che il comune centro suo di gravità in quel tal modo è mosso, comunque fra loro si mutino le parti. E conforme a ciò la linea dell'annuo moto verrà descritta non per via del centro della Terra, ma per via del comun centro di gravità della Terra, e della Luna, comechè un solo aggregato.

Supponendosi dunque ABCDE [1] per una parte dell'orbe magno del moto annuo descritta dal comun centro di gravita, per tutto quello spazio di tempo, che ci vuole dal Plenilunio in A al Novilunio in E, il centro della Terra in T, e quello della Luna in L si debbono supporre amendue (supposto altresì, che il comune loro centro di gravità cammini sulla linea AE) che descrivano una periferia intorno al centro comune in quella maniera, che la Luna descrive la sua linea di moto mensuale, ed in somigliante guisa EFGHI dal Novilunio in E all'altro Plenilunio in I.

Da A ad E (dal Plenilunio al Novilunio) T si muove nel proprio suo epiciclo all'insù dal Sole. Ma da E ad I si muove all'ingiù verso il Sole. Altresì da C à G (dall'ultimo quarto al primo quarto seguente) si muove all'innanzi a tenore del moto annuo; ma da G a C (dal primo quarto al seguente ultimo quarto) si muove all'opposto del moto annuo.

Egli

[1] *Fig. 4. T. 25.*

Egli è dunque chiaro, a tenore di questa ipotesi, che dall'ultimo quarto al primo quarto (da C a G, mentre T è al di sopra della linea dell'annuo moto) il mensuale suo moto entro l'epiciclo suo alcuno acceleramento all'annuale suo moto ne aggiugne, e vie più che altrove in E, alla Luna nuova. E dal primo all'ultimo quarto (da G all'innanzi a C, mentre T è sotto alla linea dell'annuo moto) ne scema molto dell'annuo moto, e più che altrove in I, ovvero in A al Plenilunio. Talchè in sequela della nozione del Galilei, il mensuale moto comechè aggiugna, o levi al moto annuo, dovrebbero restarsi indietro, o essere scaligate all'innanzi le sciolte incumbenti acque, che sono sopra la Terra, e per tal mezzo cagionare una marea (o sia accumulazione di acque) e più che in altro tempo al Plenilunio, e Novilunio, dove appunto quelle accelerazioni, o ritardamenti sono maggiori.

Ora questo mensuale moto, quando ancora non fosse aggiunto nulla al moto annuo, ci somministrerebbe due maree per mese, e niente più (l'una sull'accelerazione, e l'altra sul ritardamento) per lo Novilunio, e per lo Plenilunio, e due Riflussi a due quarti, e negl'intervalli Flusso, e Riflusso. Ma il diurno moto aggiuntovi fa lo stesso effetto a questo mensuale, che suppone il Galilei, che facia all'annuo; cioè aggiugne, o leva al mensuale acceleramento, o ritardamento; e così ci viene a dare una marea dopo l'altra.

Poichè in qualunque parte del suo epiciclo, che noi supponiamo che T [1] sia, tuttavia perchè frattanto che per mezzo del mensuale suo moto il centro si muove nel cerchio LTN, ogni punto della sua superficie per mezzo del diurno suo moto si muove nel cerchio LM*n*. Qualunque effetto accelerativo, o ritardativo, che il mensuale moto fosse per dare, quell'effetto per mezzo del moto diurno verrebbe accresciuto nelle parti LMN, [o piuttosto *l*M*n* il semicircolo] e più che altrove in M, ma verrebbe diminuito nelle parti NOL, o piurtosto *n*O*l*, e piu che altrove in O. Tal che in M, e in O [cioè quando la Luna si trova nella meridiana al di sotto, o al di sopra dell'orizzonte] noi dobbiamo avere la quotidiana marea, o sia acqua alta, dal maggiore acceleramento, o ritardamento cagionata, la qual cosa il semicircolo diurno dà a quello d'ogni mese, e pare che ciò sia la vera causa delle quotidiane maree, e insiememente rende ragione non solo perch'ella abbia da accadere ogni giorno, ma ancora perchè in un tal qual tempo del giorno, e perchè questo tempo nel corso

Parte II. Kk

[1] *Fig. 5. Tav. 25.*

so di un mese abbia da alternare per entro tutte le 24 ore, cioè perchè arrivando la Luna entro la meridiana di sopra, e di sotto all' orizzonte (ovvero come dicono li marinari andando la Luna ad austro, e a settentrione) viene a far questo effetto, ed ancora quello delle maree sorgenti, e sceme. Conciosiachè quando succede, che sieno coincidenti i mensuali, e diurni acceleramenti, o ritardamenti (come segue ne' Novilunj, e Plenilunj) l' effetto ne dee necessariamente essere maggiore. E con tutto che (la qual cosa non dee dissimularsi) questo non avvenga se non a una delle maree, cioè a quella, che succede di notte al novilunio (quando ambi li moti vie più si accelerano) e a quella che succede di giorno al Plenilunio, (quando ambi ritardano più l'annuo moto), nientedimeno essendo questa marea in cotal guisa alzata da due cause, che vi concorrono, contuttochè la marea, che ne viene dopo, non abbia altresì la medesima causa, l' impeto contratto verrà ad influire sopra la marea susseguente per la medesima ragione, che un pendolo lasciato cadere da un semicircolo più alto (benchè non vi sia nuova cagione alcuna di farlo) farà la vibrazione dall' altra banda (passato il perpendicolo) parimente maggiore; o pure parlandosi di acqua in un gran vaso, s' ella verrà talmente scossa da essere spinta all' innanzi a una buoua altezza al di sopra del suo livello, nel ritornarsene indietro per mezzo della sua propria gravità (senza veruna causa aggiunta) si verrà a sollevare altrettanto più dalla parte di dietro.

E qui doversi parimente osservare, che quantunque tutte le parti della Terra per mezzo del diurno suo moto s' aggirino intorno al suo asse, e descrivano de' cerchi paralleli, non sono tuttavia cerchi eguali; ma maggiori vicino alla linea equinoziale, e minori vicino ai poli, la qual cosa può esser la causa, perchè le maree in alcuni luoghi sieno maggiori che in altri. Ma ciò appartiene alle particolari considerazioni, e non alla Ipotesi generale.

Benchè non possa negarsi, che tale ragionamento non sia didotto con una somma industria, esaminato però con attenzione trovasi essere soggetto a gravissime ed insuperabili difficoltà. La prima delle quali è, che l' acqua contenuta in un vaso allora insorge verso i margini all' innanzi, o all' indietro, quando si ritarda, o si accelera il vaso tutto in un momento. Ma non così quando ad una quantità finita si ascende per mezzo di tutti i gradi intermedj, cioè a dire a poco a poco. Ma gli acceleramenti, o ritardamenti nelle parti della superficie terrestre si fanno sempre per tutti i gradi intermedj; e perciò nessuno scuotimento deesi ca-

si cagionare alle acque incumbenti; cioè a dire non deesi fare alcun Flusso, o Riflusso. Per secondo, se per tale causa accadessero le Maree, si farebbero i Flussi ad un lido, ed i Riflussi all' altro, in quella maniera che un pendolo oscillando ascende verso una parte, e discende verso dell' altra. E pure nel gonfiamento veggiamo portarsi l' acque non solo a diversi lidi; ma ancora a lidi opposti. Terzo tutte l' acque in tal modo avrebbero le Maree, il che ripugna parimente alla sperienza.

Opinion del Cartesio. Cap. II.

IL Cartesio [1] osservando la maravigliosa corrispondenza, che passa tra i moti dell' Oceano, e i moti della Luna non dubita, che di tale Fenomeno sia cagione la Luna, non certamente per un suo *Dominio* sul Mare, o per un *Influsso*, come coll' Autore dei libri del Cielo pensa un gran numero de' Filosofi; ma colla *Pressione*, ch' ella cagiona sull' acque a lei sottoposte, la qual cosa essendo una necessaria conseguenza del celebre suo sistema mondano, tanto più lo conferma, e lo stabilisce.

1. Imperocchè essendo la Luna portata in giro intorno la Terra dal Vortice etereo, dentro di cui sta nuotando, non può dovunque passa non rendere più angusto l'alveo colla vasta sua mole; ond' è necessario, che il Fluido celeste, che tra essa, e la Terra scorre sia presso, e nello stesso tempo prema, e faccia forza alla Terra. Che perciò se per maggiore facilità si concepisce il globo Terracqueo tutto coperto di acque, è facile l' intendere, come essendo queste là, dove la Luna loro sovrasta, dalla Materia celeste premute, è necessario ancora, che fuori dei limiti della pressione insorgano da ogni parte, e si gonfino, in quella maniera che veggiamo farsi in un vaso d' acqua, che s'è premuta al mezzo, insorge da tutte le parti ai lati, e discende poi per lo proprio peso, quando si levi la cagione, che la comprima, e l' innalzi. Dalle quali cose nascono i Flussi, e Riflussi del Mare. Conciosiachè sia T [2] il centro della Terra, intorno di cui ella si rivolga nello spazio di ventiquatt' ore pe' numeri 1, 2, 3, 4; e sia L la Luna che giri intorno la Terra nel vortice elittico ABCD per le lettere A, B, C, D. Essendo la Luna in A, la Materia celeste, che pria fluiva per la latitudine 1 L, essendo obbligata a fluire per la latitudine 1 A, scorrerà con maggior empito, come l' acqua d' un fiume, allora che da un ampio seno si ristrigne entro un seno più angusto, il che non può farsi se non ven-

[1] *Princip. n. 49.* [2] *Fig. 6. Tav. 25.*

vengano premute in 1 le acque direttamente sottoposte al Corpo Lunare, e non sieno per conseguenza obbligate ad elevarsi, e gonfiarsi da tutti i lati fuori dei limiti della pressione; onde si forma il *Flusso*. Ma essendo il punto 1 nello spazio di 6 ore per lo rivolgimento diurno della Terra portato nel luogo 2, cui non sovrasta la Luna, e dove perciò l'acque non sono soverchiamente premute, allora è necessario, che le medesime, che per la pressione s'erano alzate, per lo proprio peso discendano, e ritornino al luogo, ond' erano state levate, ed in tal modo si formi il *Riflusso*. Dopo altre sei ore il medesimo punto 1 sarà in 3; dove accaderà un secondo *Flusso*. Imperocchè non può la Materia celeste, che dentro lo spazio A 1 scorre, premere la Terra in in 1, se questa posta già in equilibrio al centro del vortice non sia qualche poco dal suo luogo turbata, e verso C mossa, il che non può farsi se la latitudine 3 C non sia resa più angusta, ed in conseguenza non sia premuto il punto 3; nel qual modo nasce un secondo *Flusso*. Dalle quali cose si conosce (ciò che in tale materia fu a tutti gli altri difficilissimo di spiegare) come stando la Luna sul Meridiano possa nello stesso tempo formarsi il Flusso del Mare e sopra l' orizzonte, e di sotto nelle parti diametralmente opposte. Finalmente essendo arrivato il punto 1 in 4, l' acqua di nuovo al suo luogo ritorna, e nasce un secondo *Riflusso*, come accade in 2. Ed in tal modo in una rivoluzione diurna, cioè a dire in 24 ore si hanno due maree alte, e due basse. Ove però è da osservare, che come ogni sei ore la Luna avanza da occidente in oriente presso che la centoduodecima parte della sua orbita, così non precisamente di sei ore in sei ore si deggiono succedere le maree, ma alquanto tempo dopo, come si conferma colla sperienza, per cui si conosce, che si succedono, come abbiamo detto, ogni sei ore, e 12 minuti in circa.

2. Che se si considera essere la Luna nel diametro minor del vortice ellittico allora quando sono le sue sizigie, e nel diametro maggiore quando sono le sue quadrature, è facile l' intendere, perchè nelle sizigie sieno maggiori le maree di quello che nelle quadrature. Imperocchè il diametro Lunare ha maggior ragione al diametro AC, che al diametro BD, e perciò cagiona più alterazione di moto, quando è nella latitudine AC, che quando è in BD, in quella guisa che un medesimo corpo accresce maggiormente la velocità dell' acque allora quando si frappone in mezzo di un alveo più angusto, che in uno più largo.

3. In fine perchè la Luna nelle sizigie equinoziali passa per gli segni dell' Ariete, e della Libra, ed in conseguenza sovrasta allora più direttamente all' Oceano, che in qualunque altro tempo, l' effetto della pressione sull' acque sottoposte è allora più forte, il che cagiona le grandi elevazioni, che intorno a tali tempi veggiamo costantemente accadere.

Opinione del Nevvton. Cap. III.

IL principio, da cui il Nevvton deriva il Flusso, e il Riflusso del mare è la *Forza attrattiva* della Luna, e nello stesso tempo del Sole.

1. Imperocchè primamente se la Terra fosse da se sola, nè dalle azioni della Luna, o del Sole fosse agitata, tutte le sue parti in figura sferica distribuite tenderebbono al centro di essa egualmente, e le acque dei mari, che si contengono negli alvei della sua superficie, non farebbero alcun moto, ma starebbono in un perpetuo stagnamento. Ma essendo la Terra dentro la *sfera attrattiva* del Sole, e della Luna, l' equilibrio delle sue parti cagionato dalla loro gravitazione verso il centro della Terra non può non essere alterato, e turbato dall' azione di tali corpi, la qual azione sebbene per la molta loro distanza è molto tenue per vincere la gravità de' corpi terrestri, e superare la loro coesione, può tuttavia rendersi sensibile sull' Oceano, come corpo fluido, e che facilmente cede ad ogni minima forza. Per tale azione se noi supponiamo, che uno di tali corpi sia perpendicolare o al di sopra, o al di sotto dell' orizzonte, o sia in Zenit, o in Nadir, troveremo, che l' acque dell' Oceano direttamente ad esso sottoposte debbono alzarsi, e rigonfiarsi tanto al di sopra quanto al di sotto dell' orizzonte, il qual alzamento per la rivoluzione della Terra intorno il suo asse dee successivamente cangiarsi, ed in tal modo cagionar due flussi, e due riflussi nel tempo in circa di 25 ore, come sperimentiamo. Conciosiachè sia L [1] la Luna, T la Terra, il di cui centro C, Z il Zenit, ed N il Nadir. E se per maggiore facilità si supponga, che sia tutta di profonde acque coperta, è cosa evidente per gli principj del Nevvton, che l' acqua in Z essendo più vicina alla Luna, che non è il centro C, sarà ancora più attratta, che non è il medesimo centro, ed in conseguenza sarà allontanata dal medesimo centro, cioè a dire sarà elevata verso la Luna. Ma nel medesimo tempo sarà il centro C più attratto, che non è l' acqua in N, il che cagionerà un allontanamento del medesimo centro dall' acqua N, o ciò ch' è lo stesso un distaccamento dell' acqua N dal centro C. Poste le

[1] *Fig.* 7. *Tav.* 25.

le quali cose egli è facile il conoscere, che il mare, il quale per altro a cagione della sua gravità verso C sarebbe contenuto dentro i limiti di una esatta sfera, è obbligato dall'azione attrattiva della Luna a cangiarsi in una *sferoide*, ovve *ovale*, qual è $\zeta T n$, il cui più lungo diametro passa per dove la Luna è verticale, ed il più corto per dove spunta sull'orizzonte, la qual ovale cangia sempre di luogo seguitando sempre la Luna, onde seguono i due flussi, e riflussi, che osserviamo nel tempo in circa di 25 ore.

Le quali cose deggiono ancora applicarsi al Sole S, ed intendersi, che anche per l'azione del Sole dee la figura del mare alterarsi, e due volte al giorno ascendere, e due discendere; benchè con minor effetto. Imperocchè sebbene il Sole è più grande di tutti i Pianeti primarj presi insieme, ed è molti milioni di volte maggior della Luna, decrescendo però le forze attrattive come i quadrati delle distanze, se si riduce a calcolo la sua forza, si ritrova non essere tanto maggiore della Lunare a riguardo della grandezza, quanto minore [1] a riguardo della distanza. Nasce da ciò, che il Sole altera gli effetti della forza Lunare ora aumentandoli, ed ora scemandoli, secondo che le forze dell'uno cospirano, o sono contrarie alle forze dell'altro.

Ciò però dee notarsi, che le massime altezze delle maree nei mari profondi, e liberi non accadono allora precisamente quando la Luna è sul Meridiano, ma alcune ore dopo, come si osserva nel Mare Atlantico, e per tutto il tratto orientale del Mar Etiopico, che è tra la Francia e il Promontorio di Buona-speranza, e su' lidi del Chyli, e del Perù. Di cui la ragion è, che quando la Luna è sul Meridiano, egli è vero, che per lo dato luogo la forza Lunare attrattiva è massima; ma non è giunto ancora al massimo il suo effetto. Imperocchè sebbene dopo che è passata per lo Meridiano si attira dietro l'acque con minor forza, i gradi però del movimento, che ella v'imprime, congiunti a quelli, che già vi aveva impresso, e che per qualche tempo durano fino che qualche causa li tolga, fanno una maggior somma, che quei soli, che hanno le acque allora che la Luna è sul meridiano. Nasce perciò, che si move il Mare con maggior empito, e corrono l'acque ai lidi con maggiore velocità dopo che la Luna passò il Meridiano, che quando precisamente in esso si ritrova, il che accade dopo la terza ora in circa. Così se una forza, che di grado in grado cresce,

[1] *La forza Solare il VVisson* [*Prel. Fis.* 37.) *non arriva alla sesta parte della forza Lunare, e come il Sole può elevar l'Oceano a 2 piedi; così la Luna a 12, ed ambo insieme a 14, il che conviene alle osservazioni.*

cresce, e poi decresce, imprime il moto ad un pendolo, non è massima l'oscillazione del pendolo allora che la forza è giunta al massimo; ma alquanto tempo dopo.

Il che osserviamo ancora nel calor dell'estate, e nel freddo dell'inverno, perchè non negli stessi solstizj estivi, o invernali accade il massimo caldo, o il massimo freddo, ma molti giorni dopo, e così nel calore de' giorni estivi, che non è il massimo allor che il Sole è sul meriggio, ma due, o tre ore dopo.

2. Nella Sizigie la forza attrattiva del Sole cospira colla forza attrattiva della Luna; imperocchè agiscono amendue per la medesima linea. Ma nelle quadrature le forze sono contrarie; perchè l'acque, che dal Sole sono innalzate, dalla Luna sono depresse, e quando dalla Luna sono innalzate, allora vengono depresse dal Sole. Nasce perciò ch'essendo il resto pari, nelle sizigie sono massime le intumescenze, e minime nelle quadrature, come veggiamo accadere nelle mensuali reciprocazioni. E mentre la Luna passa da una sizigia ad una quadratura, l'elevazioni sempre si diminuiscono; ma per lo contrario si accrescono, quando ella passa da una quadratura ad una sizigia.

3. Quanto più grandi sono i cerchi, che i punti terrestri percorrono sotto i due Luminari, tanto più grande è la forza centrifuga dell'acque, che stanno loro sottoposte, e successivamente vengono attratte. Nasce per questo, che quanto più sono quelli all'equatore vicini, tanto più agiteranno l'acque, e la massima loro agitazione (essendo il resto pari) sarà quando i Luminari sono all'equatore, la minima quando sono ai tropici. Perciò di tutte le sizigie, che accadono dentro di un anno, l'equinoziali daranno le massime maree, ma le tropiche daranno le minime. Lo stesso accaderà nelle quadrature, e generalmente di tutti i *simili aspetti* quelli cagioneranno le più forti maree, che si faranno nelle minori distanze dei Luminari dall'equatore.

4. E perchè varia la forza attrattiva dei Luminari secondo le varie loro distanze dal centro della Terra, dovranno ancora essere varj i loro effetti, cioè a dire l'elevazioni dell'acque secondo la loro varia distanza.

Per questo essendo il Sole in tempo d'inverno più vicino alla terra, che in tempo di estate, accrescerà (essendo il resto pari) le intumescenze. E le massime intumescenze, che per la cospirazion delle forze dovrebbono accadere, come abbiamo detto, nelle Sizigie equinoziali, saranno alterate, e quella dell'equinozio di primavera si differirà qualche giorno, e per lo contrario si anticiperà

ciperà quella dell' equinozio di autunno, il che nasce dalla Perigeosi del Sole, che si fa nell'inverno. Nasce per lo medesimo, che le intumescenze che si fanno nelle quadrature d'inverno sono minori di quelle, che si fanno nelle quadrature d'estate. Imperocchè essendo nelle quadrature la forza attrattiva del Sole contraria alla forza attrattiva della Luna; quanto più grande è la forza del Sole tanto più sarà scemata l'azion della Luna, ed in conseguenza diminuita l'elevazione delle acque. E considerando le reciprocazioni dentro di un mese, la Perigeosi della Luna cagionerà maggiori intumescenze; e perciò se è massimo il flusso allor che la Luna è in una sizigia, sarà ancora più grande se nella sizigia trovasi perigea, e molto più se colla perigeosi della Luna si unisce quella del Sole; Ove però è da osservare, che due massime maree in due continue sizigie immediatamente accader non possono. Imperocchè se in una sizigia la Luna è perigea, è necessario, che nell'altra, che si fa dopo quindici giorni in circa, ella sia apogea, ed in conseguenza di minor forza.

5. Tali cose sono dette per le Maree di un medesimo luogo. Ma se si considerano più luoghi, e si paragonano tra se, egli è da osservare, che diverse mutazioni deggiono accadere secondo le diverse loro latitudini. Imperocchè sia, come espone l'Hallejo [1], A*p*EP [2] la Terra da profondissime acque ricoperta, C il suo centro, P*p* li suoi poli, AE l'equatore, F*f* un parallelo all'equatore, D*d* un altro parallelo in eguale distanza dall'altra banda, H, *h* li due punti, dove la Luna è verticale, e sia Kk il gran cerchio, in cui la Luna apparisce orizzontale. Ed è cosa chiara, che una sferoide descritta sopra H*h*, ed Kk rappresenterà presso poco la figura del mare, e C*f*, CF, C*d*, CD saranno le altezze del mare ne' luoghi *f*, F, *d*, D, in tutti quali la Marea è al colmo, e vedendosi, che nel tempo di 12 ore per mezzo del diurno avvolgimento della terra, il punto *f* si trasferisce ad F, e *d* a D, sarà C*f* l'altezza del mare sul colmo dell'acqua allor che la Luna è presente, e CF quella dell'altra colmezza, allor che la Luna è di sotto la Terra, la qual nel caso di questa figura è minor dell'antecedente C*f*. Ma nell'opposto parallelo D*d* tutto il contrario avviene.

6. Dalle quali cose seguita, che l'alzamento dell'acqua è sempre mai alternativamente maggiore, e minore in ogni luogo, qualora è prodotto dal sensibile declinar della Luna dall'equatore; conciosiachè quella è la maggior delle due acque colme in ciascun diurno avvolgimento della Luna, che succede quando ella si accosta più al

(1) *Atti d' Inghilterra num.* 226. (2) *Fig.* 7. *Tav.* 25.

al Zenit, o al Nadir del luogo. D'onde nasce, che essendo la Luna ne' segni settentrionali, nelle nostre regioni produce le più alte maree quando ella è al di sopra della Terra, ed essendo ne' segni australi, quando è al di sotto, l' effetto essendo sempre maggiore, dove la Luna è più rimota dall'orizzonte, siasi al di sopra, o al di sotto d'esso. E questo alternativo accrescimento, o diminuzione delle maree è stato osservato che si riscontra sulla costa dell' Inghilterra a Bristol dal Capitano Sturmis, e a Plimouth dal Colepress.

E tale è la sentenza del Sign. Nevvton, la quale fu indicata però prima di lui dal Keplero nel Commentario di Marte. *Si Terra cessaret attrahere ad se aquas suas, aquæ marinæ omnes elevarentur, & in corpus Lunæ influerent. Orbis virtutis tractoriæ, quæ est in Luna, porrigitur, usque ad Terras, & prolectat aquas sub zonam torridam &c.* Se la Terra cessasse di attrarre a se le sue acque, tutte le acque del mare si eleverebbono, e scorrerebbono verso il Corpo Lunare. La sfera dell'attrazione, che è nella Luna si stende sino alla Terra, e trae seco l'acque sotto la zona torrida ec.

Delle variazioni delle Maree ne' luoghi particolari
Capitolo IV.

Benchè le Leggi delle Maree ne' luoghi particolari non poco si allontanino dalla Legge universal dell'Oceano, la quale abbiamo finora descritto, convengono però i Fisici non doversi dubitare, che tutte le Maree particolari non altronde abbiano l'origine che da quella dell' Oceano, e la cagione delle molte alterazioni, che si veggono, essere i siti, e la costituzione dei lidi particolari, la capacità dei seni, l'angustia maggiore, o minore delle Bocche, per le quali entrano l'acque, e simili circostanze.

1. E primamente sebbene per l'azione de' Luminari pare, che da ogni parte egualmente deggiano elevarsi l'acque, e correre al lido allora quando la Luna sta sul Meridiano, egli è però da considerare, che sarà sempre maggiore il corso dell'acque, e l'intumescenza dall' oriente all'occaso, che verso altre bande, parte perchè l'acque deggiono seguire il moto dei loro Attraenti, che per la rivoluzione diurna va dall'oriente all'occaso, e parte per lo perpetuo Est, che soffia dentro i Tropici, e cospira col moto orientale dell'acque.

2. Ne' luoghi più distanti dall'Equatore le intumescenze deggiono

giono essere minori di quello, che ne' più vicini, fino che diventano per la molta distanza affatto insensibili, come nell'Oceano Settentrionale osserviamo oltre la Scozia, Norvegia, e Groenlandia.

3. E perchè l'intumescenza di tutte l'acque non si fa tutta in un tempo, ma successivamente, trasportandosi il moto da quelle che sono più direttamente sottoposte al Corpo lunare a quelle che sono più lontane, perciò è cosa necessaria, che non nella medesima ora siano per tutti i luoghi i punti simili delle Maree, ma prima si facciano sotto la Linea di quello che verso i Tropici, e così ne' luoghi orientali prima che negli occidentali. Così nei lidi del Brasile veggiamo prima farsi il Flusso, che nella Guajana, e nella Castiglia d'oro, perchè il Brasile è più orientale di questi, e nei Regni di Fez prima del Portogallo, e della Galicia, perchè sono più vicini all'Equatore.

4. Tal ordine però viene in molti luoghi alterato per gli promontorj, o penisole, o secche di mare, che si oppongono al moto dell'acque, e le obbligano a torcere sentiero. Per tal ragione nello Stretto di Gibilterra si fanno le intumescenze più tardi che nell'Algarve sebbene è in minor latitudine, e così nei lidi della Galicia, si fanno prima che in quelli della Guascogna, e della Bertagna, sebbene quelli sono più occidentali di questi. Imperocchè venendo le acque dal Mar Atlantico è necessario, che prima arrivino ai lidi di Spagna che a quelli di Francia. Nasce per la stessa ragione, che nei lidi settentrionali della Normandia vi sia differenza di quasi tre ore tra i punti delle maree.

5. Una cagione, che altera il corso, e l'intumescenza dell'acque, sono i Venti. Imperocchè accrescono il loro corso, e la loro intumescenza se spirano a seconda, ma lo ritardano, e ne diminuiscono l'altezza, se spirano in contrario.

6. Un'altra cagione di grande intumescenza è l'incontro di due acque, come si fa allora quando le acque d'un vasto fiume direttamente sboccando s'incontrano coll'acque del mare.

7. Una terza cagione sono le diverse grandezze de' canali, ne' quali l'acqua è ricevuta perchè in un mare, che ha due miglia di fondo, può, come nota l'Hallejo [1], una data quantità di acqua sollevar la superficie 10, o 12 piedi; ma in un canal fondo 40 piedi si richiederebbe una assai maggior corrente per effettuarlo. Trovasi perciò, che le Maree hanno maggior forza in quei luoghi, dove più si strigne il mare, perchè si accresce la velocità nell'acque allora quando scorrono per più angusti canali. Il che fassi evidente negli stretti tra Portland, e Capo la Hogue,

[1] *L. c.*

Hogue, dove la Marea corre, come se uscisse da una caterratta, e sarebbe più impetuosa tra Dover, e Calajs, se la Marea, che gira intorno l'isola dell'Inghilterra, e viene da Settentrione non la rintuzzasse.

8. Il Mar Caspio non ha marea, perchè non comunica coll'Oceano. Il mar Nero, e il Baltico appena ne hanno, perchè hanno poca comunicazion coll' Oceano. Per la stessa ragione il Mediterraneo ha poca mutazione; perchè essendo assai lontano dalla linea, la poc'acqua che per lo stretto di Gibilterra entra in *6* ore, e 12 minuti, può appena elevarlo 3 pollici. Ma non così l'Adriatico, parte per la strettezza del suo seno, parte perchè s'ingolfano in esso l'acque per l'opposizione dell'isole dell'Arcipelago, e dei lidi dell'Affrica, che le sostentano, il che fa montare l'altezza delle maree a quasi tre piedi.

9. Nel mar libero sono eguali i tempi del flusso e del riflusso, e vanno l'acque colla legge dei pendoli, i quali egual tempo consumano in ascendere, e discendere. Ma non così nei fiumi, dove il flusso per l'ordinario è minor del riflusso, come per esempio nella Garonna, in cui, come nota il Bajle [1], ascendono l'acque per 5 ore, e discendono per 7. Del che la cagione è il perpetuo corso dell'acque del fiume, che vanno al mare, le quali in tempo di flusso impediscono continuamente il corso dell'acque salse, e le sospendono in equilibrio più presto di quello che si farebbe per la sola Marea, e per lo contrario in tempo di riflusso continuamente discendono, nè cessano di discendere fino che dal moto opposto del mare non sieno impedite, il che prolunga il tempo della rifluenza.

10. Una delle maree più strane è quella, che si osserva nel porto di Tunkino in latitudine boreale di 20°, e 50′. Ivi l'acque allora che la Luna passa per l'Equator, non fanno moto; ma allora ch'ella verso i segni boreali declina, incominciano a fluire e refluire non due volte al giorno, come negli altri porti, ma una volta sola, e il massimo flusso cade nel tramontar della Luna, e il reflusso massimo nel nascere. Secondo che cresce la declinazion della Luna crescono ancora le intumescenze fino al giorno settimo in circa, dopo di che per altri sette giorni decrescono finochè essendo la Luna sull'Equatore cessano. Dopo di che si cangia l'ordine, imperocchè quei flussi, che nell'antecedente ordine erano i minori, divengono allora i maggiori, e quel tempo ch'era prima della marea alta, diviene allora quel della bassa, e così per lo contrario. La causa delle quali stravaganze

[1] *Fisic. P. 1. L. 3.*

ganze ingegnosamente deduce il Sig. Nevvton non altra essere, che la concorrenza di due Maree l'una propagata in sei ore dall'Oceano Chinese tra il Continente e l'Isola Luconia, e l'altra dal Mare Indiano propagata in dodeci ore tra il Continente e l'Isola di Borneo lungo le coste di Malava, e Camboja. L'una di queste Maree essendo nelle regioni boreali, è maggiore, quando [come abbiamo notato nel n. 6. del Capo 3.] la Lu- Luna è di qua dell'Equatore, e nello stesso tempo sopra dell'Orizzonte, ed è minore quando la Luna è di sotto. L'altra essendo nelle regioni australi è maggiore, quando la Luna è di là dell'Equatore, e nello stesso tempo sopra dell'Orizzonte, ed è minore, quando ella è di sotto. In tal modo nel porto di Tunkino accadono ogni giorno due Maree maggiori e due minori l'una dopo l'altra, e l'alta Marea succede sempre a mezzo dei tempi dell'arrivo dei due Flussi maggiori, e la Marea bassa in mezzo l'arrivo dei due Flussi minori. Quando la Luna è all'Equatore essendo eguali i Flussi e i Reflussi, cioè a dire tanto crescendo l'acque per lo Flusso d'un Mare, quanto decrescono per lo riflusso dell'altro, cessa la Marea, e si fa lo stagnamento dell'acque. Ma quando la Luna va di là dell'Equatore, s'inverte l'ordine dei tempi, e quel tempo ch'era prima dell'alta Marea, diviene quel della bassa, e per lo contrario, essendo la Luna in positura contraria, come si conosce (1) nel medesimo Capo terzo.

Il Fine del Nono, ed Ultimo Libro.

DIS-

(1) *Vedete l' Hallejo Atti d' Inghilterra p. 685.*

DISSERTAZIONE

SOPRA

LE LEGGI DEL MOTO.

LEGGI DEL MOTO

DIRETTO

DISSERTAZIONE

DEFINIZIONI.

I. C*Orpo perfettamente molle* dicesi quello, che quando è stato compresso, resta esattamente nella sua compressione senza alcuna energia, ovvero efficacia di restituirsi, come prossimamente la creta, o il sevo.

II. Corpo perfettamente *elastico* è quello, che dopo di essere stato da qualche forza compresso si restituisce alla sua primiera figura, come prossimamente una sfera d' avorio, o d' acciajo.

III. La quantità del moto è il prodotto d' una massa che si move nella sua velocità, onde se la massa si dica M, e la velocità U, la quantità del moto sarà MU. E perciò data la quantità del moto MU, se si divida per la massa M, si avrà la velocità U, e dividendola per la velocità U, si avrà la massa M.

IV. Velocità *Respettiva*, ovvero *Agente* dicesi quella, che fa l' azione nella percossa. Tale velocità quando i corpi si muovono verso la medesima parte è sempre eguale alla differenza delle velocità assolute, e quando i corpi si muovono in contraria parte è sempre eguale alla loro somma. Dunque se le velocità si dicono U, ed u nel primo caso la velocità respettiva è U — u, nel secondo U † u.

OSSERVAZIONI.

I. NEll' urto de' molli due moti eguali e contrarj si elidono.

II. Ma se l' uno è maggiore dell' altro, il minore elide una parte eguale al maggiore, e vi resta il solo eccesso del maggiore.

III. In fine se non sono contrarj, nessuno distrugge l' altro, e vi resta la somma d' amendue. Ciò, nota il dottissimo Signor Fontanelle, Memorie dell' Accademia 1720., si può conoscere colla sola ragione, e prima d' ogni sperienza. „ *Il est clair par la seule Metaphysique, & independament de l' experience, que deux forces*
„ *egales etant opposeès, elles empechent absolument, l' action l' une de l'*

„ *de l' autre, & se detruisent mutuellement etant qu' elles sont forces agissantes, qu' elles ne se detruisent nullement si elles ne sont nullement opposeès, & que si deux forces sont inegales, & opposeès, il ne reste de leur combat, que l' excès de la plus grande sur la plus petite.*

Leggi del moto diretto ne' corpi molli.

ARTICOLO I.

Sia il corpo che urta $= M$, la sua velocità $= U$, il corpo urtato m, la velocità sia u. Nel punto dell' urto i due corpi, ch' erano separati, diventando uniti, formeranno un corpo solo, in cui 'l moto sarà $MU + mu$. Dividendo dunque tal moto per la massa totale $M + m$, si avrà la velocità comune ad amendue $\frac{MU + mu}{M + m}$.

Tale Canone è generale, se si osserva di far negativo mu, quando le direzioni sono contrarie, e zero quando il corpo è in quiete.

Se dunque M è 2, U 2, m 1, u 0, la velocità comune sarà $\frac{4}{3}$.

Se M è 2, U 2, m 1, u 1, sarà $\frac{5}{3}$.

Se finalmente M è 1, U 1, m 2, $u - 2$, la velocità sarà $-\frac{3}{3}$, cioè anderanno amendue colla velocità negativa $-\frac{3}{3} = -1$.

Annotazione.

I primi che ritrovarono tali Leggi furono il VVallis, l' Hughenio, il VVrenio, ed il Mariotte.

COROLLARJ.

I. La velocità dopo l' urto essendo $\frac{MU + mu}{M + m}$, dunque la velocità comunicata dal corpo M al corpo m sarà $\frac{MU + mu}{M + m} - u = \frac{MU - Mu}{M + m}$

Dunque

Dunque le celerità comunicate a' corpi percossi saranno in ragione composta diretta de' corpi che percuotono, diretta delle velocità respettive, ed inversa delle masse totali.

II. Perciò se le masse siano le medesime, e si cangino le sole velocità, onde sia prima U, ed u, indi X, ed x, saranno le velocità comunicate come $U - u : X - x$, cioè come le velocità respettive.

III. Se i moti sono contrarj, la celerità comune dopo l' urto sarà $\frac{MU - mu}{M + m}$. Dunque la velocità perduta di $M = U - \frac{MU + mu}{M + m} = \frac{mU + mu}{M + m}$, e la perduta di $m = -u - \frac{MU + mu}{M + m} = -\frac{MU - Mu}{M + m}$. Perciò le celerità perdute sono come $m : - M$, cioè in ragion reciproca delle masse.

IV. La celerità acquistata da m per lo primo $= \frac{MU - Mu}{M + m}$, la perduta da $M = \frac{mU - mu}{M + m}$. Dunque l' acquistata da m è alla perduta da M, come $M : m$, cioè in ragion reciproca delle masse.

V. Se si moltiplica ciascun corpo per la sua celerità dopo l' urto si avranno i loro moti $\frac{MMU + Mmu}{M + m}$, e $\frac{MmU + mmu}{M + m}$ la somma de' quali $= MU + mu$.

Perciò se non sono contrarj, resta la somma positiva avanti e dopo l' urto; ma se sono contrarj, le parti contrarie si elidono, e resta la sola differenza.

Leggi del Moto diretto ne' Corpi perfettamente elastici.

ARTICOLO II.

Poste le leggi de' corpi molli non è difficile il conoscere quella degli elastici, se si considera che l' elastico agisce con quella stessa forza, con cui è stato percosso. Un arco per esempio vibra la sua saetta in quanto è stato piegato, e la sua vibrazione dipende dalla sua compressione. Ne' molli agisce la sola percossa, negli elastici la percossa e la ripercossa. Poste le quali cose in tal modo si forma il Canone universale.

Sia il corpo che urta M, e la velocità U, l' urtato m, e la velocità u. Se fossero molli, la velocità comunicata al corpo m, sarebbe

sarebbe $\frac{MU - Mu}{M + m}$. Ma l' elaterio di M ne comunica altrettanta. Dunque la velocità acquistata da $m = \frac{2MU - 2Mu}{M + m}$. Egli aveva u. Avrà dunque $u + \frac{2MU - 2Mu}{M + m} = \frac{2MU - Mu + mu}{M + m}$.

Per conoscer poi quella di M considero, che se fosse molle, la sua velocità perduta sarebbe $\frac{mU - mu}{M + m}$. Ma l' elaterio di m gliene toglie altrettanta. Dunque sarà $\frac{2mU - 2mu}{M + m}$. Egli aveva U: Dunque sarà $U - \frac{2mU + 2mu}{M + m} = \frac{MU - mU + 2mu}{M + m}$

Se m è 2, U 1, m 1, u 0, dopo l' urto M avrà $\frac{1}{3}$, m $\frac{4}{3}$

Se M è 2, U 1, m 1, u — 2, dopo l' urto M avrà — 1, m 2

Se m è 1, U 6, m 8, u 1, dopo l' urto M avrà — $\frac{26}{9}$, m $\frac{19}{9}$

COROLLARJ.

I. LA velocità comunicata a' molli $= \frac{MU - Mu}{M + m}$

La comunicata agli elastici $= \frac{2MU - 2Mu}{M + m}$.

Perciò è dupla. Onde le velocità comunicate agli elastici saranno nelle stesse ragioni di quelle, che sono le comunicate a' molli.

II. Anche le celerità perdute negli elastici sono doppie delle perdute ne' molli, onde nasce un nuovo metodo di calcolar le celerità degli elastici. Imperocchè sia M 4, U 6, m 1, u 2; Se fossero molli la celerità acquistata da m sarebbe $\frac{16}{5}$. Essendo dunque elastici acquisterà $\frac{32}{5}$, ed avendo già $\frac{10}{5}$, avrà dunque in tutto $\frac{42}{5}$. Se M fosse molle perderebbe $\frac{4}{5}$. Dunque perderà $\frac{8}{5}$. Aveva $\frac{30}{5}$. Dunque con $\frac{22}{5}$.

III. Se le celerità sono contrarie, la celerità perduta di M sarà

sarà $\frac{2mU + 2mu}{M + m}$, e la perduta da m — $\frac{2MU - 2Mu}{M + m}$. Dunque le celerità perdute sono come m : M, cioè in ragion reciproca delle masse, come nei molli.

IV. Il moto perduto di M è lo stesso, che l' acquistato da m. Imperocchè il moto di M prima del urto era MU, dopo l' urto è $\frac{MMU - MmU + 2Mmu}{M + m}$. Dunque il perduto è $MU - \frac{MMU + MmU - 2Mmu}{M + m} = \frac{2MmU - 2Mmu}{M + m}$. Il moto di m prima dell' urto era mu; dopo l' urto $= \frac{2MmU - Mmu + mmu}{M + m}$.

Dunque il moto acquistato $= \frac{2MmU - Mmu + mmu}{M + m} - mu = \frac{2MmU - 2Mmu}{M + m}$.

Annotazione.

Tale velocità, che viene comunicata da M a m non bisogna credere, che venga comunicata tutta insieme, o in un minimo tempo. Il che se fosse, la natura opererebbe per salto, ed i corpi passerebbero da uno stato all' altro senza passar pe' gradi intermedj; il che ripugna alla ragione, ed alla sperienza.

„ Siano per questo i due triangoli rettangoli, ed equilateri
„ tra sè [1] AFB, AFE, di cui l' asse comune AF rappresenti
„ il tempo. Diviso tal asse in parti infinitesime eguali si con-
„ cepiscano infinite ordinate parallele alla base, come af, ad,
„ e quelle che terminano alla retta BF rappresentino le celeri-
„ tà del corpo percuziente M, le quali vanno sempre diminuen-
„ do, e quelle che terminano alla retta AE rappresentino le ce-
„ lerità del corpo percosso m, che si suppone eguale al percu-
„ ziente. Seguita da tali cose, che nel principio del tem-
„ po A, la velocità del corpo M sarà espressa per la ret-
„ ta data AB, è quella di m sarà eguale a zero. Ma al
„ fine del primo minimo tempo A a il corpo M avrà co-
„ municato al corpo m il primo momento di velocità ad =
„ Be; onde la velocità di m sarà ad, e quella di M resterà af,
„ posta Be = ad. Al fine del secondo tempo, m acquisterà un
„ altro

Mm ij

[1] *Fig.* 12. *T.* 26. 1.°

„ altro elemento di velocità, per cui crescerà la velocità ad, e „ si deminuirà egualmente af; e così seguitando di tempo in „ tempo la velocità di m crescerà per l'acquisto di continui mo- „ menti; e quella di M decrescerà per la perdita d'altrettanti „ fino al punto D, che sta alla metà dell'asse, dove la celeri- „ tà CG diventa eguale a CD. Nel qual punto se i corpi fos- „ sero molli, anderebbono amendue colla stessa velocità, non „ potendo più il primo aggiugnere nuovi momenti al secondo. „ Ma perchè si suppongono elastici, l'elaterio di M a poco a „ poco esplicandosi, aggiugnerà continuamente nuovi momenti „ alla celerità CD, la quale sempre crescendo diventerà final- „ mente FE = AB; mentre intanto CG anderà sempre dimi- „ nuendo fino che al punto F diventerà zero; onde si conosce „ che al fine del tempo AF il corpo M perderà tutta la sua „ velocità AB, e questa sarà trasportata nel corpo m, e diven- „ terà EF; onde si conosce come al fin d' un dato tempo dee „ il corpo M restar dopo l'urto immobile, ed m dee avanzarsi „ con una velocità FE eguale alla velocità AB, con cui restò „ percosso.

COROLLARIO V.

NEll' urto de' corpi elastici la somma del moto avanti l'urto si eguaglia alla somma dopo l'urto.

I. Sia il moto di M = a, quello di m = b; sarà la somma avanti l'urto a † b. M comunica x, i moti dopo l'urto diventano [Per lo Cor. IV.] a — x † b † x = a † b.

II. Sia il moto di M = a, di m = b. Perda M a † x, sicchè il suo moto diventa — x, e quello di m sia b † a † x. Somma avanti l'urto = a † b. Dopo l'urto = a † b † x — x = a † b.

III. Sia il moto di M = a, di m = — b. Somma avanti l'urto = a — b. M perde x. Moto di M dopo l'urto a — x; di m, — b † x. Somma a — b.

IV. Sia il moto di M = a, di m = — b. M perde a † x sicchè il suo moto diventa — x. Quel di m = a † x — b. Somma prima dell'urto = a — b, dopo l'urto = a † x — b — x = a — b.

TEOREMA II.

SE negli elastici si prendano le celerità dopo l'urto, e si sottragga la minore dalla maggiore avrassi U — u, e se si sommino le velocità allora che le direzioni sono contrarie, si avrà U † u. Dunque come osserva l'Hughenio, quella stessa velocità respettiva, ch'era avanti l'urto, durerà ancor dopo l'urto, ch'è uno de' suoi celebri Teoremi.

LEMMA.

SIano due corpi M, ed m, de' quali il centro di gravità sia C, e primamente si muovano amendue verso la medesima parte; determinar moto CD del loro centro di gravità C.

Sia MC = A, mC = a, e per condizione del centro di gravità si avrà [1] MA = ma. Posta MB = U, mb = u, CD = x, sarà BD = A — U † x, bD = a † u — x. E per la condizione del centto di gravità si avrà MA — MU † Mx = ma — mx † mu, onde sottraendo i termini m a, che sono eguali per supposizione, sarà $x = \frac{MU † mu}{M † m}$. Se i corpi si venissero incontro, la velocità del centro di gravità sarebbe $\frac{MU — mu}{M † m}$.

Dunque se i moti non sono contrarj, la velocità del centro si eguaglia alla somma de' moti divisa per la somma delle masse, e se sono contrarj alla differenza.

[1] *Fig. 1. T. 26. 1.*

TEOREMA II.

LA celerità del centro di gravità avanti l'urto si eguaglia alla celerità del centro di gravità dopo l'urto conforme il ritrovato dell'Hughenio.

La celerità del centro di gravità avanti l'urto si trova per lo Lemma $= \frac{MU + mu}{M + m}$, cioè a dire eguale alla somma de' moti divisa per la somma delle masse. Se si prende anche dopo l'urto la somma de' moti, e si divida per la somma delle masse si avrà lo stesso valore. Dunque le celerità del centro saranno eguali.

Moto dopo l'urto del corpo M $= \frac{MMU + 2Mmu - MmU}{M + m}$

Moto dopo l'urto del corpo m $= \frac{2MmU - Mmu + mmu}{M + m}$

Somma de' moti $= MU + mu$

Celerità del centro di gravità $\frac{MU + mu}{M + m}$

Se i moti sono contrarj le celerità del centro sono $= \frac{MU - mu}{M + m}$

TEOREMA III.

SE si moltiplichino le masse nel quadrato delle loro velocità avanti l'urto, e dopo l'urto, e si prendano le loro somme, tali somme in amendue i casi si troveranno sempre eguali.

Siano due corpi M, ed m, de' quali le velocità avanti l'urto siano U, ed u, e quelle dopo l'urto x, ed y, e si muovano verso la medesima parte, la velocità respettiva avanti l'urto è U — u, e dopo l'urto y — x. E perchè per lo Teorema I. si conserva sempre la stessa velocità respettiva, si avrà $U - u = y - x$. Ma perchè per lo Teorema II. si conserva ancora la celerità del centro di gravità avanti, e dopo l'urto si avrà $\frac{MU + mu}{M + m} = \frac{Mx + my}{M + m}$, cioè $MU + mu = Mx + my$

Nella prima equazione $U + x = y + u$

Nella seconda $MU - Mx = my - mu$

Moltiplicando l'una per l'altra $MUU - Mxx = myy - muu$.

Ovvero $MUU + muu = Mxx + myy$

Dun-

Dunque se vi siano due corpi elastici M, ed m, e ciascun si moltiplichi nel quadrato della sua velocità avanti l'urto, indi nel quadrato di quella, ch' egli ha dopo l'urto, si troveranno sempre eguali somme, ch' è la celebre legge dell'Hughenio Prop. 6.

Sia per esempio una massa 1, che con velocità 1 si muova contro uua massa 2 posta in quiete. Dopo l'urto la prima ritornerà indietro colla velocità $\frac{1}{3}$ e la seconda anderà avanti con $\frac{2}{3}$. Moltiplicando tali masse nel quadrato della loro celerità avanti l'urto si trova, che la somma di tali quadrati è 1. E moltiplicando le stesse masse nel quadrato della lor velocità dopo l'urto, si trova la somma $= \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$

Sia in secondo luogo M 2, U 3, m 1, u — 1. Dopo l'urto le velocità saranno $\frac{1}{3}$, $\frac{13}{3}$. Somma avanti l'urto = 19, Somma dopo l'urto = 19; e così in qualunque supposizione. Dunque ecc.

Leggi della comunicazione del moto tanto pe' corpi molli, quanto per gli elastici, quando gli urti sono obliqui.

SIa il corpo M, che urta obliquamente il corpo N per la retta MO. [1] Per determinar la comunicazione del moto bisognerà concepire la retta MO, come una direzione composta di due direzioni, l'una perpendicolare come RO, l'altra orizzontale come MR. E perchè alla MR non resiste il corpo urtato N, e la sola resistenza è per RO, si riguarderà l'urto fatto come per la sola RO, secondo la quale si faranno le mutazioni, restando immutabile la MR.

Supposto dunque per esempio che il corpo M sia perfettamente elastico, e dopo aver percosso, come se direttamente si movesse per RO, [2] debba fermarsi, ed intanto il corpo N debba muoversi colla celerità di quello, che lo ha urtato, allora fatto OQ eguale alla OR, ed OT eguale alla MR, sarà il corpo M nel punto, T, ed N nel punto Q.

Ma

[1] *Fig. 2. T. 26. 1.* [2] *Fig. 3. T. 26. 1.*

il Ma se M dovesse avanzarsi in B, [1] ed N nel punto Q, allora fatto OD eguale alla MR, e tirata la diagonale OT, intanto che M anderà nel punto T, N anderà nel punto Q.

Finalmente se M [2] dovesse retrocedere in B, e N dovesse avanzarsi in Q, allora fatta OD eguale alla MR, e tirata la diagonale OT, intanto che M anderà in T, N anderà nel punto Q.

DEL-

[1] *Fig.* 4. *T.* 26. 1. [2] *Fig.* 5. *T.* 26. 1.

DELLA ESTIMAZIONE

DELLE

FORZE VIVE, DISSERTAZIONE FISICO-MATEMATICA.

DELLA ESTIMAZIONE DELLE FORZE VIVE, DISSERTAZIONE FISICO-MATEMATICA.

LA quiſtione intorno le Forze Vive ſebben non è nata tra Noi, e non è poco tempo che ſerve, non fu però ancora dichiarata, ſicchè ſiano ridotti a concordia i Filoſofi, e ſiano levati tutti quei diſpareri, ne' quali fin ora ſono ſtati diviſi. Ella dura ancora dopo che il Signor Leibnizio fu il primo ad eccitarla negli Atti di Lipſia *1686.* Avanti di eſſo tutti i Filoſofi ſeguivano il Signor des Cartes, che tutti i Fenomeni del moto alla *quantità ſola dello ſteſſo moto* riduſſe: chiamata per queſto la *vera Forza motrice*, la cui miſura da due principj dipende, e dalla maſſa che ſi muove, e dalla velocità con cui ſi muove; onde ſe la maſſa ſi dica M, e la velocità U, la quantità del moto ovvero la forza, con cui la detta maſſa ſi muove ſia ſempre eguale a MU, onde come da prima ed unica cauſa dipendono tutti gli effetti del moto. Ma oſſervò il Leibnizio doverſi diſtinguere due diveſi ſtati di corpi in natura. Il primo è di quelli che certamente ſono in quiete, ma vengono però continuamente ſollecitati da una forza che tende ſempre a muoverli, ma non può muoverli, perchè è ſempre impedita, e'l ſecondo è di quelli, che ſono in moto attuale, e percorrono determinati ſpazj con quella determinata velocità, che hanno ricevuto dal loro movente. Doverſi perciò diſtinguere due forze l' una che continuamente ſollecita un corpo quieto, ma ſenza muoverlo, perchè la ſua azione, è ſempre impedita, e ſi può dire *Preſſione*, *Potenza*, *Sforzo*, *e Forza Morta*, e l' altra che nel Mobile eſiſte intrinſecamente comunicata, da' cui gradi maggiori, o minori dipende la maggiore, o la minore velocità, con cui il Mobile ſuddetto ſi muove, e queſta ſi può dire Forza *inerente*, *impreſſa*, *intrinſeca*, e *Forza viva*. Poterſi conſiderare la prima forza in un peſo, che ſenza moto ſi poggia ſopra un piano fiſſo orizzontale, e tende di continuo a diſcendere, ma non diſcende per la continua oppoſizione del piano. Ma ſe ſi leva il piano, incomincia toſto il peſo a diſcendere con moto attuale per

per cagion della gravità, che aggiugne sempre nuovi stimoli, e fa che il peso scenda sempre più veloce, e veloce, ed allora il peso è costituito nella seconda forza attuale, e viva, con cui è capace di vincere quegli ostacoli, che se gli oppongono, e comunicar altrui movimento. La prima forza si conosce ancora in un sostegno d' un fiume, il quale è presso dall' acqua, che l' urta. Ma se l' acqua colla sua forza viva seco rapisce il sostegno, allora in quello sta la seconda forza, che viva ancor essa si appella. Non doversi dubitare, che tali forze in natura da infinite altre osservazioni non possano distinguersi; chiaramente conoscersi esser quelle molto tra sè diverse. Imperocchè se si cercano le loro misure, ritrovarsi che la prima consiste nella massa, e nella velocità che nel primo minimo tempo dee dalla Forza morta ricevere, ch' è lo stesso che una quantità di moto non *attuale*, ma *virtuale*; e la seconda consiste nella massa, e nel quadrato della velocità attuale, ma non nella semplice attuale velocità, come vuole il Cartesio.

Cercò il Signor Papino Professore di Marburgo di opporsi a questa dottrina negli Atti di Lipsia *1689*. e molti contrasti si fecero tra lui e il Leibnizio. Non aver egli difficoltà, che si distinguano tali forze, benchè in rigore tutti i Fenomeni ad una sola possano ridursi, che quando preme, e non muove, si può dire *Forza morta*, ma quando agisce, e si comunica ad un Mobile, si può dir *Forza viva*; ma doversi vedere se le proporzioni Leibniziane son giuste, e se la morta sta nella ragion semplice delle velocità virtuali, e la viva nella duplicata, come il Signor Leibnizio.

Incominciò il dottissimo Ermano a maneggiare tale quistione con lettere private scritte dal P. Ab. Grandi celebre Professore di Pisa nel *1709*. Uscite poi le lettere del Signor Clarche, e del Signor Leibnizio in Inghilterra, principiò a farsi la materia più famosa, ed uno de' primi a dichiararsi in favore del Leibnizio fu dopo 28. anni l' acutissimo Signor Giovanni Bernulli nel discorso intorno le leggi del moto, che meritò gli elogj dell' Accademia Reale di Parigi, dopo cui sposarono tale dottrina anche i dottissimi Cristiano VVolfio, e Marchese Poleni, ed uscirono le dissertazioni dell' Ermano, del Bulfingero, e di Daniello Bernulli ne' Comentarj dell' Accademia di Petroburgo Tom. I. Dall' altra parte non mancarono chiarissimi Uomini, che il principio Cartesiano sostennero, i quali nell' Accademia di Parigi furono il Signor Fontanelle, il Signor de Mayran, il Signor Ab. Camus nel 1728. il Cav. de Louville nel *1729*. il Signor Pemberton, e il Signor Desaguliers in Inghilterra, il Signor de Croufatz in Ollanda, ed altri molti, che con molto ingegno si opposero.

Vostra Eccellenza richiede in tal materia il mio sentimento. Io lo darò liberamente. Nella dottrina dei Leibniziani io non niego, che non vi siano molti argomenti robusti, e forti, che possono almeno porre in ambiguo gl' ingegni più acuti, e penetranti; ma se sono ben esaminati, dico ancora, che sono soggetti a tali difficoltà, che certamente pare che non possano intieramente convincere, nè gettare a terra il Cartesiano Sistema. Io non ho in animo di esporre tutte le loro obbiezioni, perchè sarebbe troppo lunga, e nojosa l' opera, ma crederò bastante di esporle quelle, che sono più scelte, arrecando nello stesso tempo le loro risoluzioni; il che farò colla maggior chiarezza, ch' io possa, perchè Ella col suo sommo ingegno, con cui è solita superar le cose più ardue, possa ben bilanciare l' uno e l' altro Sistema, e determinarsi a ciò che le parerà più conveniente.

ARGOMENTO I.

IL primo argomento, sul quale il Signor Leibnizio fondò la sua dottrina, è preso dalla caduta de' Gravi. Si un grave A, la cui massa è 4, e discenda da altezza 1; egli per le dottrine del Galilei acquisterà una forza di risalire nel medesimo tempo alla medesima altezza 1. Sia un altro grave, la cui massa è 1, e discenda da altezza 4; egli avrà una forza di risalire nel medesimo tempo ad altezza 4. Ma secondo lo stesso Cartesio tanta forza vi vuole per alzar massa 1 ad altezza 4, quanta per innalzar massa 4 ad altezza 1. Saranno dunque di tali gravi eguali le forze, ed amendue eguali a 4. Ma pel Galilei la velocità acquistata dal secondo grave è 2. Dunque velocità 2 produrrà una forza 4, e perciò la forza sarà come il quadrato della velocità, e non come la velocità, secondo che vogliono i Cartesiani.

RISPOSTA.

MA a tale argomento abbastanza già è stato risposto, non doversi paragonar tali forze per mezzo degli spazj in diverso tempo percorsi, ma per mezzo di quelli, che si percorrono nel medesimo tempo. Il principio del Cartesio esser vero, ma parlar egli de' corpi alle macchine applicati, ne' quali gli spazj sono in egual tempo percorsi, non essendovi dubbio, che per

per far equilibrio in un Vette i pesi debbono essere tra sè in ragion reciproca delle distanze del punto fisso, mentre si ricerca la stessa forza a movere per un' altezza 4 un corpo 1, che per un' altezza 1 un corpo 4.

Per determinar la forza de' gravi, che ascendono, o che discendono, osserva il Signor Cav. de Louville, ed il Signor de Mayran doversi ridurla alla uniforme. Essere già dimostrato dal Galilei, che se un grave nel risalire conserva quella velocità, che ha acquistata cadendo, in quello stesso tempo, in cui è disceso, percorre un doppio spazio ascendendo. Dunque se un corpo A sarà disceso da altezza 1 in tempo 1 risalendo egli con moto uniforme percorrerà nel medesimo tempo spazio 2. Se un altro corpo B in tempo 2 discenderà da altezza 4, egli nella risalita uniforme percorrerà nello stesso tempo spazio 8. Saranno dunque tali spazj come 1 : 4. Ma essendo i tempi come 1 : 2, tali spazj non doveranno prendersi per la misura di tali forze. In tempi eguali gli spazj sono come 1 : 2, ed in tal ragione saranno le forze, cioè come le velocità, e non come i quadrati.

Gli altri argomenti non sono più convincenti; e per questo poco si servì di essi il Signor Giovanni Bernulli, Leggi del movimento. „ *C' est n' est pas, que les preuves de M. Leibnitz m' ayent parues assez fortes pour me determiner a embrasser son sentiment, car j' avoue qu' etant indirectes, & nullement tirèes du fond de la matiere, dont il s' agissoit, elles ne pourrent me convaincre, mais elles me donnerent occasion d' y penser, & il n' est que après une longue, & serieuse meditation, que j' ai trouvè enfin le moyen de me convaincre moi même par des demonstrations directes & au dessus de toute exception.*

ARGOMENTO II.

Il chiarissimo Ermano nella sua Foronomia pagina 56. osserva che l' effetto d' una forza costantemente applicata altro non può essere, che la velocità impressa nel mobile per tutto il tempo, in cui si fa l' azione, e perciò se la forza si dica f, il mobile m, la velocità impressa u, e il tempo dell' azione t, si avrà $f = \frac{mu}{t}$ la qual formula non è differente da quella del Sign. Nevvton, per cui posto lo spazio s, e sostituendo $\frac{s}{t}$ invece di u, si ha $f = \frac{ms}{tt} = \frac{mu}{t}$.

Differenziando dunque la suddetta formula si avrà $fdt = mdu$. E per-

E di tale formula si servì il dottissimo Giovanni Bernulli per dimostrar la proporzione Leibniziana. Imperocchè siano due serie d' elastri eguali, ed egualmente tesi, la prima delle quali sia composta di 12 elastri, la seconda di 3, e siano le loro estremità sostenute per una parte da' piani fissi [1] A, e B, e per l' altra da' due corpi L e P tenuti in equilibrio dalle potenze R ed S. E perchè gli elastri sono egualmente tesi, i due corpi L, e P riceveranno eguale pressione, e perciò le potenze equilibranti R ed S saranno eguali. Se si levino tali potenze, allora gli elastri incominceranno a distendersi, e si comunicherà un moto accelerato a' corpi L e P, nel qual moto è cosa evidente, che sarà comunicata maggiore velocità da dodici elastri al corpo L, che da tre soli al corpo P.

Se si vogliono stimare le forze impresse in tali corpi, non v' è da dubitare, ch' elle non siano, come il numero degli elastri, che l' hanno impresse. Imperocchè essendovi in ciascun elastro una eguale azione, è necessario ancora, che ciascun imprima un' egual forza. Sarà dunque la forza impressa in L alla forza impressa in P come 12 : 3, cioè come 3 : 1 = n : 1

Si cerchi ora la ragion delle velocità, e siano perciò le due rette AC, BD, che rappresentino due serie d' elastri eguali, ed egualmente tesi, all' estremo de' quali siano due corpi eguali [2] D, e C, che nell' aprirsi degli elastri si muovano in I ed F. Poste due curve DNR, CML, di cui le abscisse DH, CG esprimano gli allungamenti degli elastri, e le ordinate HN, GM le velocità acquistate da' corpi ne' punti H e G. Posta $DH = x$, $HP = dx$, $HN = u$, $TO = du$, sia $CA = nBD$, $CG = nx$, $GE = ndx$, $GM = z$, $DU = dz$. Ed essendo gli elastri allungati fino H e G in proporzione, resteranno ancora nella stessa ragione le loro elasticità, è perciò i corpi C, e D riceveranno ancora pressioni eguali. Si dica p la pressione, e perchè per la legge de' moti accelerati $pdt = du$, si avrà $\frac{pdx}{u} = du$, cioè $pdx = udu$, ed integrando $\frac{uu}{2} = Spdx$. Nello stesso modo si trova $\frac{zz}{2} = nSpdx$.

Dunque $uu : zz = Spdx : nSpdx = 1 : n$. Essendo dunque 1 : n la ragion delle Forze, saranno le forze $uu : zz$, cioè

[1] *Fig. 6. Tav. 26.* 1°. [2] *Fig. 7. Tav. 26.* 1°.

cioè come i quadrati delle velocità, e non come le velocità. Lo ſteſſo colla ſteſſa formula dimoſtra il celebre Sign. Daniele nell' eſame de' principj Meccanici, Memorie di Petroburgo T. I.

R I S P O S T A.

Benchè tale argomento ſia uno de' più ingegnoſi, reſta ſempre il dubbio, ſe debba prenderſi la ragione di due forze in diverſo tempo operanti. Imperocchè ſiano i tempi delle azioni degli elaſtri come t, e T, e perchè nel primo $pdt = du$, e nel ſecondo $pdT = dz$, ſarà $pdt : pdT = du : dz = 1 : 2$. Dunque $2pdt = pdT$; onde ſi deduce $2dt = dT$, e perciò il tempo T doppio del tempo t. Lo ſviluppo del primo elaſtro è allo ſviluppo del ſecondo come 1 : 4 per la ipoteſi. Dunque in tempi eguali ſaranno gli ſviluppi come 1 : 2, e come gli ſviluppi, così ſaranno le forze. Dunque la forza del ſecondo elaſtro ſarà doppia della forza del primo; e perciò ſaranno come le velocità, e non come il quadrato.

Se il numero degli elaſtri del primo al numero degli elaſtri del ſecondo foſſe come 1 : 9, le velocità ſarebbero come 1 : 3, e così i tempi, in cui ſi compiono le azioni. Poſti però i tempi eguali, lo ſviluppo del primo allo ſviluppo del ſecondo ſarà come 1 : 3, e così ſaranno le forze, e ciò in qualunque ſuppoſizione.

A R G O M E N T O III.

Un altro de' più forti argomenti per comprovar la dottrina del Leibnizio ſono le leggi, con comunicano il moto i corpi elaſtici.

Siano due corpi elaſtici, che ſi percuotano inſieme con qualſivoglia direzione, ſe ſi prenda il quadrato della velocità d'amendue avanti l'urto, e ſi moltiplichi per le ſue reſpettive maſſe, indi ſi prenda il quadrato della velocità d' amendue dopo l' urto, e parimente ſi moltiplichi nelle ſue maſſe; una delle leggi generali della comunicazione del moto è, che la ſomma di tali prodotti avanti l' urto ſia ſempre eguale alla ſomma de' medeſimi dopo l' urto. Tale legge nota già per gli Canoni fu dimoſtrata dall' Hughenio nel ſuo Trattato della percoſſa. Prop. II. *Duobus corporibus ſibi mutuo occurrentibus id quod efficitur ducendo ſingulorum magnitudines in velocitatum ſuarum quadrata ſimul additum, ante, & poſt occurſum corporum, æquale invenitur.*

Così

Così ſe M = 2, U 3, m 1, u 1, la velocità di M dopo l'urto ſarà $\frac{5}{3}$, e quella di m $\frac{11}{3}$. Se ſiano moltiplicati i quadrati della celerità per le loro maſſe avanti l'urto, e dopo l'urto, ſi troveranno amendue le ſomme = 19.

Se M = 1, U 4, m 2, u — 2, dopo l'urto U = — 4, u = 2. Prendendo, come di ſopra, le ſomme avanti, e dopo l'urto ſaranno le medeſime = 24, e ciò in qualunque ſuppoſizione.

Tal legge ſola baſterebbe per iſtabilire il Leibniziano Siſtema, non ricercandoſi di più per far conoſcere la natura delle forze motrici, ed in che ragione elle ſiano, e come nè l'una, nè l'altra non ſi diſtruggono, e ſe ſono diſtrutte, ſi riproducono, e paſſano di mobile in mobile, eſſendo ſempre le ſteſſe, ed immutabili.

Ciò può ſervire d'uno ſplendido argomento della immutabilità del Sommo Autore, dal cui volere, e poſſanza elle hanno avuto principio, e conſervano ſempre la loro ſuſſiſtenza. Il che non ſarebbe, ſe le forze foſſero, come vogliono i Carteſiani, ſecondo la quantità del moto. Imperocchè ognun ſa, che nell'urto de' corpi, le quantità del moto ora ſi fanno maggiori, ora minori, come nota lo ſteſſo Hughenio Prop. 6. *Corporibus duobus ſibi mutuo concurrentibus, non ſemper poſt impulſum eadem motus quantitas in utroque ſimul ſumpto conſervatur, quæ fuit ante, ſed vel augeri poteſt, vel minui.*

Così ſe M = 2, U 4, m 6, u 1. Dopo l'urto U = — $\frac{1}{2}$, u = $\frac{5}{2}$ Quantità del moto avanti l'urto = 14. Dopo l'urto 16.

Per confermar maggiormente queſto principio oſſerva vagamente il dottiſſimo Ermano, che ſe un globo A = 1 urta direttamente un altro globo eguale B e poſto in quiete, A perderà tutta la ſua forza, e B in tanto ſi avanzerà colla velocità 1. Se la velocità di A ſi fa 2, ed incontri un corpo quieto 3A, comunicherà al corpo urtato un grado della ſua velocità, ed egli ritornerà indietro coll' altro grado, con cui incontrando un altro corpo eguale gli comunicherà il grado che gli reſtava, e perderà il ſuo moto. Se la velocità di A ſarà 3, ed incontri un dopo l'altro tre corpi 5A, 3A, 1A, egli comunicherà a ciaſcuno un grado della ſua velocità, dopo che reſterà immobile, e così ſeguitando, ſe ſi accreſce la ſua velocità, potrà ſempre comunicarne un grado a ciaſcun de' corpi, che procedendo per gli numeri impari formano la ſerie A, 3 A 5 A. 7 A. 9 A....... Alle quali coſe facendoſi leggiera attenziozione, non è difficile il conoscere con qual legge proceda la forza di A, ed in conseguenza la forza Viva. Imperocchè se con velocità 1 può il corpo A comunicar tutta la sua forza ad un altro corpo eguale A, e con velocità 2 può muovere 3A†A, con velocità 3, 5A†3A†A, e così seguitando, bisognerà concludere, che la forza motrice di A non è come la velocità, ma come il quadrato, essendo che con le velocità 1. 2. 3. 4. ha forza di muovere, e di comunicare un grado di velocità alle masse 1. 4. 9. 16....., e così in infinito. Onde può osservarsi l'analogia, che passa tra questo corpo, che urta ed un grave che ascende. Imperocchè sia tale corpo = A, e la sua velocità = U, e potrà prima di perdere la sua forza comunicare un grado di velocità alla serie de' corpi A. 3 A. 5A. 7A..... sino che il numero de' termini = U, e così un grave, la cui velocità per ogni spazio, posta la serie degli spazj S. 3S. 5S. 7S..... sino che il numero de' termini = u.

Dunque come la forza de' gravi è ritardata uniformemente per una forza costante, qual è la gravità, che in tempi eguali toglie loro un egual grado di celerità, così ancora la forza de' corpi in moto sarà in tal caso uniformemente ritardata da una forza costante, ch'è la la resistenza de' corpi mobili, la quale toglie i gradi delle velocità al corpo movente secondo i numeri impari.

RISPOSTA.

CHE tale legge dell'Hughenio sia sempre costante non è da mettersi in dubbio; ma resta bene da dubitare, se per cagione di tale costanza si debba stabilire per misura delle forze il quadrato della velocità potendo per la stessa ragione anche i Cartesiani stabilire egualmente il loro principio. Imperocchè sia un corpo, che urta = 4 la cui velocità sia 4, ed urti uno dopo l'altro quattro corpi quieti 1. 1. 1. 4 e le velocità comunicate saranno $\frac{32}{5}$. $\frac{96}{25}$. $\frac{288}{125}$. $\frac{108}{125}$.

Egli è vero, che prendendo i quadrati delle velocità avanti e dopo l'urto col metodo dell'Hughenio, la loro somma sarà costante, ed eguale a 64. Ma è ancor vero, che prendendo la semplice velocità col metodo del Cartesio, si troverà la stessa costanza, e la somma de' prodotti avanti e dopo l'urto sarà eguale a 16.

Il che essendo in ogni altra supposizione, dove le forze non sono contrarie, è cosa evidente, che la costanza delle forze in questa parte non concluderà più per lo sistema de' Leibniziani, che per quello

quello dei Cartesiani. Se le forze sono contrarie non bisogna prender la loro differenza come una somma, e considerare il negativo, come se fosse positivo, nel modo in cui fanno i Leibniziani. Le forze contrarie si distruggono l'una coll'altra, e lo stabilire, che le forze si conservino sempre le stesse, e prenderlo per uno de' più forti argomenti per dimostrar la Divina Immutabilità, è bene un'opinione plausibile, ma non si vede, che convenga sempre colla sperienza, per cui veggiamo tutto giorno, come molte forze contrarie si struggono; e non ritornano. Così nell'urto de' corpi molli due moti eguali, e contrarj si elidono, e diventano zero, e se sono ineguali una parte elide l'altra, e sopravvive solo il loro eccesso. Lo stesso veggiamo farsi in un grave, che vibrato in alto con qualsivoglia forza, a poco a poco la perde per la continua azion della gravità, che si oppone, e l'obbliga in fine a discendere. Nè per questo restano diminuite le ragioni per la Divina Immutabilità, essendo ella comprovata da una infinità d'altri argomenti, che dalle Leggi Fisiche continuamente possono prendersi, ognuna delle quali costante, e fissa basta per far conoscere a noi mortali e la sapienza, e l'ordine eterno del Sommo Autore.

Per trovar dunque la forza dell'urto tanto ne' molli, quanto negli elastici bisogna elidere le contrarie, e sommare le positive, e ciò che vi è di positivo avanti l'urto si trova ancor dopo l'urto.

Sia un corpo molle M = 4, U = 3, m = 2, u = 1. Dopo l'urto la velocità comunicata è $\frac{7}{3}$. La forza avanti l'urto era 14, e dopo l'urto $\frac{28}{3} \dagger \frac{14}{3} = 14$.

Se M = 4, U = 3, m = 2, u = 1, la forza prima dell'urto = 10, la velocità comune dopo l'urto = $\frac{5}{3}$. Dunque la forza = $\frac{20}{3} \dagger \frac{10}{3} = 10$.

Se sono elastici, ed M = 1, U = 4, m = 3, u = 0, la forza avanti l'urto = 4. U dopo l'urto = — 2, ed u = 2. Dunque la forza dopo l'urto = 6 — 2 = 4.

Se M = 3, U = 3, m = 2, u = — 1, sarà la forza prima dell'urto = 7. Dopo l'urto le celerità di M, ed m sono — $\frac{1}{5}$, e $\frac{19}{5}$. La forza dunque dopo l'urto = — $\frac{3}{5} \dagger \frac{38}{5} = \frac{35}{5} = 7$.

ARGOMENTO IV.

PER confermar maggiormente la legge Hugheniana, fecero il Sign. Giovanni Bernulli, ed il Sign. Ermano conoscere che tal legge non solo si conserva negli urti diretti, ma ancor negli obbliqui, il primo servendosi di elastri, il secondo di corpi eguali, come ora esporremo.

Imperocchè siano gli elastri L, M, N, O, che dalla palla [1] Q possano piegarsi colla velocità 1, e sia la palla Q = 1 la cui velocità QL = 2. Tirata la retta ML, e prodotta in P, se si tiri ad essa la normale QP potrà discomporsi nelle linee PQ = 1, e PL = $\sqrt{3}$. Agisca dunque Q contro l'elastro L colla normale QP, e sarà intieramente piegato l'elastro ed il corpo Q proseguirà il cammino per la retta LM = PL = $\sqrt{3}$. Facciasi il triangolo rettangolo LFM, sicchè la normale LF sia 1, e l'altro lato sia $\sqrt{2}$. colla velocità 1 sarà piegato l'elastro M, e intanto Q si avanzerà per MN = FM = $\sqrt{2}$. Fatto il terzo triangolo isoscele MRN, di cui amendue i lati sian 1, sarà piegato il terzo elastro N. In fine proseguendo la palla per la retta NO = NR = 1 piegherà l'ultimo elastro O, onde poi perdute le forze sarà la palla ridotta alla quiete. Se si cerca di misurar la forza della palla Q, non è da dubitare, che avendo ella piegato quattro elastri eguali non debba esser eguale 4. Ma la velocità era 2. Dunque velocità 2 importerà forza 4, ed in conseguenza ancora ne' moti obbliqui saranno le forze come i quadrati delle velocità.

Collo stesso metodo può dimostrarsi come una velocità 3 potrà flettere elastri 9, e 4 potrà flettere 16, e così seguitando si ascenderà sempre al quadrato.

RISPOSTA.

MA se da' moti diretti non seguita, come abbiamo notato, la legge Leibniziana, molto men dagli obbliqui. Onde non senza ragione il Sign. de Mayran rifiuta cotesto metodo, come incerto, e fallace, potendosi in modi infiniti discomporre la data velocità con triangoli obbliqui, onde la somma delle forze avanti l'urto or sia eguale, or minore, ed or maggiore della somma dopo l'urto. Basta riflettere come secondo il principio di Meccanica del dottissimo Varignon non solo un peso può far equilibrio ad innumerabili pesi, perchè sia facile il conoscere che ciò che conviene alle forze morte può convenire ancora alle vive.

[1] *Fig.* 8. *T.* 26. 2.

In secondo luogo da tali discomposizioni di forze non v'è maggior ragione di dedurre il Leibniziano, che il Cartesiano principio. [1] Imperocchè sia la palla C = 1, e la celerità CL = 1, la perpendicolare = $\frac{1}{2}$, e potrà la palla C muovere quattro palle eguali a 1 colla velocità $\frac{1}{2}$. Dunque se la velocità 2 move quattro palle con velocità 1, come nel primo esempio, e velocità 1 move quattro palle con velocità $\frac{1}{2}$ nel secondo, sarà dunque col metodo Cartesiano la forza prima alla forza seconda come 4 : $\frac{4}{2}$ cioè come 2 : 1, ch'è la ragion delle velocità, e non de' quadrati.

Terzo non si vede come tal ipotesi si prenda per la velocità agente il 2, e non piuttosto il 4, essendo 4 le velocità, che agiscono nella formazione de' quattro triangoli. Così nell' esempio secondo la velocità agente è propriamente 2, non 1; onde le somme delle forze dopo l'urto sono come $\frac{4}{2}$: 4 cioè come le velocità agenti.

ARGOMENTO V.

UN altro argomento lo prendono i Leibniziani da diverse sperienze o di gravi cadenti da diverse altezze sopra molli materie, o di corpi elastici cadenti sopra superficie elastiche, nelle quali si veggiono sempre gli effetti proporzionali al quadrato della velocità, e non alla velocità.

Imperocchè siano, come fu primo a sperimentare il dottissimo Signor March. Poleni due sfere A e B, delle quali siano eguali i diametri, e diseguali i pesi, e posto il peso A al peso B come 4 : 1 [2] si faccia cadere A sull' argilla molle da un' altezza 1, e B da un' altezza 4, ed è da osservarsi che amendue formeranno eguali fosse, e ciò sempre seguirà, quando i pesi delle sfere cadenti saranno in ragione reciproca delle altezze, da cui discendono. Ma ciò non potrebbe accadere secondo il principio de' Cartesiani. Imperocchè secondo il loro metodo la forza di A a quella di B sarebbe come 4 : 2, ed in conseguenza l'effetto di A sarebbe duplo di quello

[1] *Fig.* 9. *T.* 26. 2. [2] *Fig.* 10. *T.* 26. 2.

lo di B. Ma moltiplicando le maſſe per lo quadrato delle velocità ſecondo il metodo del Leibnizio ſi trova, che le forze d' amendue ſono eguali, onde naſcono effetti eguali, come ſi vede colla ſperienza.

Ciò maggiormente ſi conferma nella caduta de' corpi elaſtici ſopra ſuperficie elaſtiche. Imperocchè ſia una palla d' avorio, ovvero d' acciajo, che cada ſopra una tavola di marmo ſparſa di poca polve, o velata con tenue ſuperficie di cera, e ſi troveranno le impreſſioni fatte nella medeſima tavola in proporzione delle altezze, da cui la palla diſcende, e ſe due palle ſaranno in ragion reciproca delle altezze, da cui diſcendono, ſi faranno ſempre le impreſſioni eguali, il che non potrebbe farſi, ſe le forze delle palle non foſſero, come le altezze, cioè come i quadrati delle celerità, ſecondo il Leibnizio.

Nè da tali ſperienze ſono differenti quelle del P. Merſeno, del P. Lana, e del Signor s' Graveſande per mezzo de' peſi cadenti ſull' eſtremo d' una bilancia, che non fanno equilibrio a' peſi attaccati all' altro eſtremo, ſe non quando gli ſpazj percorſi da' gravi ſono in ragione reciproca delle maſſe.

R I S P O S T A.

MA per riſpondere a coteſti argomenti è da vedere, ſe tali effetti ſono prodotti in tempi eguali, o ineguali.

Sia perciò la maſſa di A = 4, e la ſua velocità = 1, e la maſſa di B = 1, e la ſua velocità = 2. Poichè le preſſioni ſono in ragion compoſta diretta delle maſſe agenti, e diretta delle velocità, ed inverſa delle reſiſtenze, eſſendo in tali ipoteſi le reſiſtenze eguali, ſe le reſiſtenze ſi dicono r la preſſione di A alla preſſione di B ſarà come $\frac{4}{r} : \frac{2}{r} = 2 : 1$. Ma gli effetti ſono come le preſſioni moltiplicate negli elementi del tempo; dunque poſte le preſſioni 2p, e p, i tempi T, e t, e gli effetti E ed e, ſi averà $2pdT = pdt$, e perciò $2T = t$, onde ſi deduce, che il tempo dell' azione di B è duplo del tempo dell' azione di A. Ed in tal modo maggiormente appariſce l' analogia delle comunicazioni del moto, e della aſcendenza de' gravi, la qual analogia uno de' primi ad oſſervare fu lo ſteſſo Giovanni Bernulli, e perciò paragonò la gravità ad un elaſtro infinito, che agiſce contro un corpo con una preſſione coſtante, e così l' Ermano quando paragona le perdite delle velocità de' corpi in moto colle perdite delle velocità de' gravi cadenti.

Poſti

Poſti dunque i tempi delle azioni in ragion eguale ai tempi
della cadute, non è da maravigliarſi, ſe in tempo 2 forza 2 fac-
cia lo ſteſſo effetto, che forza 4 in tempo 1, e in reſiſtenze, e-
guali. Lo ſteſſo vale per gli altri Fenomeni, onde non ſenza
fondamento pare, che tanti ſi ſieno ſerviti di tale principio, tra'
quali il dottiſſimo Signor Crouſatz (*Eſſay de mouvement Art.*
5. *&* 6.) e il Signor Mayran nella ſua ingegnoſa memoria del
1728. e tale ſi ſcopre eſſere il ſentimento del famoſo Jurino.

Aggiungaſi, che quando i Leibniziani ſi oppongono a tale dottrina, non determinano però il contrario, e meno quale ſia la ragione de' tempi.

Egli è vero, che a tale dottrina molto ſi oppone il dottiſſimo Signor Co: Jacopo Riccato, e trovò un ingegnoſo obbietto inſerito nella diſſertazione del Signor March. Poleni, che in lingua Italiana così noi traſporteremo.

„ Perchè [1] chiaramente ſi dimoſtri l' aſſurdo, che ſegue dall' arbitraria ipoteſi, cui ſi appoggia l' argomento e la riſpoſta del Signor de Crouſatz, fingiamo che il globo meno grave A cada dall' altezza AC, e faccia la foſſa CD. Paſſi per lo punto A la retta orizzontale GAF, e la parte AE di tal linea rappreſenti il tempo, che ſi conſuma dallo ſteſſo globo A per formar la foſſa CD. Dal comun vertice C ſi deſcrivano due parabole CHE, CIF, che paſſino per gli punti determinati E, ed F. Si prenda un globo B più grave, ma di diametro eguale al diametro del corpo A; e ſia in guiſa collocato, che la ſublimità BC ſia alla ſublimità AC nella ſteſſa ragione, in cui è la maſſa del globo A alla maſſa del globo B, e ſia formata la prima foſſa CD. Il globo B cadendo dal punto B farà la ſteſſa foſſa eguale alla prima, come lo ſperimento Poleniano dimoſtra, e 'l chiariſſimo de Crouſatz ammette.

Sia nella parabola CIF l' ordinata BI corriſpondente all' altezza BC, dico che ſe la riſpoſta è vera, dall' ordinata BI ſarà rappreſentato il tempo conſumato dal globo B nel formar la foſſa CD. Imperocchè, come ad eſſo piace, i tempi impiegati da due globi A e B in compiere le foſſe eguali, ſono nella ſteſſa ragione delle velocità, che acquiſtano gli ſteſſi globi cadendo, il primo dall' altezza AC, il ſecondo dall' altezza BC. Ma queſte velocità ſono in ragione ſudduplicata di quelle altezze, dunque anche i tempi ſaranno nella ſteſſa ſudduplicata ragione. E perchè la retta AF rappreſenta il tempo impiegato dal corpo A in far la ſua foſſa, e per natura

(1) *Fig.* 11. *T.* 26. 2.

tura della parabola $\sqrt{AC} : \sqrt{BC} = AF : BI$, segue che l' applicata BI esprimerà il tempo impiegato dal globo B nel far la sua fossa, purchè sia vera l' ipotesi del Sig. Crousatz.

Tali cose poste dal vertice D coll' asse DA, si descriva la terza parabola DKG eguale, o per meglio dire la stessa, che la parabola CHE, e solo differente di posizione. E' chiaro, che rappresentando le ordinate AE, BH i tempi delle discese per AC, BC, se i globi A, e B continuassero a discendere per lo spazio vacuo CD senza incontrar alcuna resistenza, e chiaro dico, che la retta AG rappresenterebbe il tempo della discesa per BD. Dunque sottratti i tempi AE, BH impiegati nelle discese per AC, BC, l' intercetta GE esprimerà il tempo impiegato dal globo A, che cadendo dal punto A percorrerà nel vacuo con moto accelerato lo spazio CD, e l' intercetta KH esprimerà il tempo impiegato dal globo B che cadendo dal punto B percorrerà nel vacuo con moto accelerato lo stesso spazio CD.

Si determini ora nell' asse il punto B, sicchè l' intercetta KH diventi eguale all' ordinata BI, il che si otterrà in questo modo. Sia l' ordinata AE, e l' ordinata AF quella ragione, che v' è tra qualunque quantità n, e l' unità, e si faccia $x + 2n : nn = DC : CB$, e sarà B il punto cercato. Dunque se l' ordinata BI esprime il tempo, in cui il globo B cadendo dal punto di quiete B forma la fossa CD, l' intercetta KH esprimerà il tempo, in cui il globo B cadendo dal punto B percorrerà nel vacuo lo stesso spazio CD senza incontrar alcuna resistenza. Ma poichè per la costruzione i tempi BI, KH sono eguali, seguirà che nell' uno e nell' altro il globo B farà lo spazio CD in tempi eguali, e quando discenderà per lo vacuo con moto libero, ed accelerato, e quando discenderà con moto ritardato per la resistenza della soggetta materia, il che è un manifestissimo assurdo.

Ma per risolvere questa obbiezione, resta prima da stabilire come vengono da' Cartesiani stabiliti codesti tempi. Imperocchè se si suppongono i tempi dell' azioni minori come si voglia de' tempi delle cadute, non è da dubitare dell' obbietto. Ma se i tempi sono maggiori, o minori cessa l' assurdo. Posti dunque i tempi eguali a quelli delle cadute sarà la parabola CIF la stessa che la parabola EHC, ed allora l' intercetta HK non può mai essere eguale, e maggiore dell' ordinata BI. Imperocchè sia $BH = z$, $HK = y$, $BC = x$, $CD = u$; sarà $BD = a + x$, $BK = z + y$. E per natura della parabola (posto il paramento 1) $zz = x$, e $zz + 2yz + yy = a + x$. Sottraendo dunque i tempi eguali zz, e x, si avrà $2yz + yy = u$, dove si trova $y = \sqrt{a + zz} - z$.

Nella qual espressione facilmente si conosce, che y dee sempre esser minore di z. Perchè se fosse eguale si avrebbe $2z = \sqrt{a + zz}$, e perciò $z = \sqrt{\frac{a}{3}}$, il che è impossibile. Nè parimente può esser maggiore, perchè se fosse per esempio $2z$, si avrebbe $8zz = a$, e perciò $z = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{2}}$ il che parimente è impossibile.

Che se i tempi si prendano maggiori, molto meno l' obbietto conclude. Resta dunque, che con tale argomento non si dimostri assurda la proposizione de' Cartesiani.

CONCLUSIONE.

Dalle cose dette si può dunque concludere, che le Forze Vive solo in questo sono diverse dalle Morte, che le morte sono una *pura Possanza* di produrre in un corpo una velocità, e le vive sono il moto attuale, e la velocità nel corpo stesso prodotta; che la misura delle prime è la stessa che quella delle seconde, con questo divario, che nelle prime le misure sono le velocità da prodursi, e nelle seconde le velocità prodotte. Che se nell' azion delle forze vive non appariscono gli effetti in tal proporzione, questo nasce perchè nella comunicazione de' moti molte variazioni nascono, e dalle resistenze de' corpi, che sono mossi, e dalle diverse direzioni, e da' tempi in cui si fanno le azioni. Che se i tempi siano negletti, può farsi equivoco nella proporzione delle forze, perciò il Geometra fa la loro comparazione in tempi eguali.

I. Se le forze sono come i quadrati è da spiegare come una forza maggiore non superi la minore, ma restino in equilibrio; e perchè ne' corpi molli se $M = 1$, $U = 2$, $m = 2$, $u = -1$, dove la forza di $M = 4$, e quella di $m = 2$, la forza maggiore non supera la minore; ma amendue si elidono, e non v' è moto.

II. Perchè se una massa 1 con velocità 3 può comunicar velocità 1 a masse 5 . 3 . 1, quando la massa mobile è *9*, ella comunica solo $\frac{6}{5}$, ed è ribattuta con $\frac{12}{5}$.

III. Se la costanza prima dell' urto, e dopo l' urto dee servir d' argomento per istabilire le forze, i Leibniziani potranno porre per la loro forza il quadrato, ma anche i Cartesiani il loro moto posi-

positivo, e l' Hughenio, quando vuole la sua velocità respettiva, che ha più jus d' ogni altro principio.

VI. Quando due quantità sono in ragione composta di due ragioni, potranno sempre assegnarsi le due ragioni componenti. Se $F : f = UU : uu$. Dunque $F : f = U : u$, ed $U : u$. Bisogna dunque assegnar tali ragioni.

V. Osserva il celebre Signor Mariotte, che le forze de' fiumi sono, come le masse, e le velocità, e perciò come $MU : mu$, Ma perchè le masse sono come le velocità saranno tali forze come $UU : uu$. Se le forze fossero secondo i Leibniziani come $UU : uu$, dunque, come nota il Signor Eustachio Manfredi, le forze de' fiumi sarebbero come $U^3 : u^3$, il che è contrario all' esperienza.

Per le quali cose ogni un può vedere, quanto sia difficile in tale materia il determinarsi. E forse per tal ragione l' ingegnosissimo Bulfingero dopo di aver ben esaminato per ogni parte gli obbietti, pare piuttosto inclinato a conciliare i partiti, che ad accendere le discordie. Io espongo la forza morta per una sola dimensione, qual è la massa M, il momento della forza morta per due qual è MC. Ma il momento della forza viva ha bisogno di tre dimensioni, la terza delle quali è la flussione elementare di questo momento, che essendo come la velocità forma il valore MCC, ch' è la forza viva. [1] *Patet denique adeo non dissentire mensuram virium Leibnitianam a vera mortuarum aestimatione, ut potius altera sequatur ex altera.*

I PRO-

[1] *Com. Petrob. Seff.* 11. *part.* 6.

I PROBLEMI ARITMETICI DI DIOFANTO ALESSANDRINO

ANALITICAMENTE DIMOSTRATI.

Ora la prima volta pubblicati.

LIBRO PRIMO.

PROBLEMA PRIMO.

Dato un numero, dividerlo in due parti che abbiano una data differenza. Il numero dato sia 100; la differenza 40. Si abbiano a trovare le sue parti.

Il primo numero sia x

Il secondo sarà $x + 40$;

Per la supposizione $2x + 40 = 100$.

Dunque $x = 30$. Sicchè il primo sarà 30, il secondo 70.

Universalmente.

Sia la differenza a; il numero dato b; il primo numero ricercato sia x; il secondo sarà $x + a$

Dunque $2x + a = b$; e $x = \frac{b - a}{2}$

PROBLEMA II.

Proposto un numero, dividerlo in due parti che abbiano una data ragione. Si abbia da dividere 60 in due parti che abbiano la ragione tripla.

La prima parte sia x; la seconda sarà $3x$; e per la supposizione $4x = 60$; dunque $x = 15$.

Sicchè le parti saranno 15, e 45.

Universalmente.

La prima parte sia x; la seconda mx: onde $x + mx = a$; dunque $x = \frac{a}{1+m}$

PROBLEMA III.

Proposto un numero, dividerlo in due parti che abbiano una data ragione, e una data differenza. Sia da dividersi 80 in due parti, cosicchè la maggiore sia tripla dalla minore più 4.

La prima sia x; la seconda sarà $3x + 4$: Ma per la supposizione $4x + 4 = 80$; dunque $x = 19$.

Le parti dunque saranno 19, e 61.

Uni

Univerſalmente.

La prima parte ſia x; la ſeconda $mx+a$: Ma $mx+x+a=b$; Dunque $x=\frac{b-a}{m+1}$

P R O B L E M A IV.

Trovare due numeri che abbiano una data ragione ed una data differenza. Il maggiore ſia il quintuplo del minore; e la loro differenza ſia 20.

Il primo ſia x; il ſecondo ſarà $5x$

Ma per la ſuppoſizione $5x=x+20$; dunque $x=5$.

Sicchè i numeri ſaranno 5, e 25.

Univerſalmente.

Il primo ſia x; il ſecondo mx. Ma $mx=x+a$

Dunque $x=\frac{a}{m-1}$

P R O B L E M A V.

Propoſto un numero, dividerlo in due di modo che ſommando inſieme le parti aliquote date d'amendue, che non ſieno le medeſime, ſi abbia un nuro dato. Sia da dividerſi il numero 100 in due numeri di modo che la terza parte del primo e la quinta del ſecondo ſommate inſieme facciano 30.

Il primo numero ſia x; il ſecondo ſarà $100-x$.

Ma $\frac{x}{3}+\frac{100-x}{5}=30$; dunque $x=75$.

Sicchè i numeri ricercati ſaranno 75, e 25.

Univerſalmente.

Il primo ſia x; il ſecondo $a-x$. Ma $\frac{x}{m}+\frac{a-x}{n}=b$; Dunque

$x=\frac{bmn-am}{n-m}$

P R O B L E M A VI.

Propoſto un numero, dividerlo in due coſicchè una data parte del primo ſuperi una data parte del ſecondo d'un dato numero. Sia da dividerſi 100 in due numeri di modo che la quarta parte del primo ſuperi la ſeſta parte del ſecondo di 20.

Siano i numeri x, e y

Per la ſuppoſizione $x+y=100$; e $\frac{x}{4}=\frac{y}{6}+20$.

Dunque $x=100-y$; e $\frac{x}{4}=25-\frac{y}{4}$

Ma $25-\frac{y}{4}=\frac{y}{6}+20$

Dunque $y=12$; e $x=88$.

Univerſalmente.

$x+y=a$. $\frac{x}{m}=\frac{y}{n}+b$; e ſi ha

$y=\frac{an-bmn}{m+n}$

P R O B L E M A VII.

Trovare un numero, da cui ſottraendo due numeri dati i reſidui abbiano tra loro una data ragione. S'abbia da trovare un numero da cui ſottraendoſi 100; e 20, il reſiduo maggiore ſia il triplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per la ſuppoſizione $x-100 . x-20 :: 1 . 3$.

Sicchè $3x-300=x-20$; dunque $x=140$.

Univerſalmente.

$x-a . x-b :: m . 1$. Dunque $mx-mb=x-a$

E ſi ha $x=\frac{bm-a}{m-1}$

P R O B L E M A VIII.

Trovare un numero, il quale aggiunto a due numeri dati i compoſti abbiano tra sè una data ragione. Si abbia a trovare un numero che aggiunto a 100, e a 20 il compoſto maggiore ſia il triplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per

Per la ſuppoſizione $x + 100 . x + 20 :: 3 . 1$

Dunque $x + 100 = 3x + 60$

Sicchè $x = 20$.

Univerſalmente.

$x + a . x + b = m . 1$

Dunque $x + a = mx + bm$

E ſi ha $x = \frac{a - bm}{m - 1}$

PROBLEMA IX.

Trovare un numero, il quale ſottratto da due numeri dati dia due reſidui che abbiano tra sè una data ragione. Si abbia a trovare un numero che ſottratto da 20, e da 100, il reſiduo maggiore ſia il ſeſtuplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per la ſuppoſizione $100 - x . 20 - x :: 6 . 1$

Onde $100 - x = 120 - 6x$

Così ſi ha $x = 4$.

Univerſalmente.

$a - x . b - x = m . 1$

Onde $a - x = bm - mx$

E ſi ha $x = \frac{bm - a}{m - 1}$

PROBLEMA X.

Dati due numeri trovare un numero, il quale aggiunto al minore d'eſſi, e ſottratto dal maggiore, il compoſto abbia al reſiduo una data ragione. Dati i numeri 20, e 100; s'abbia a trovare un numero che aggiunto a 20, e ſottratto da 100, il compoſto ſia il quadruplo del reſiduo.

Sia x il numero che ſi cerca.

Per la ſuppoſizione $100 - x . 20 + x = 1 . 4$

Onde $400 - 4x = 20 + x$

E ſi ha $x = 76$.

Uni-

Univerſalmente.

$a - x . b + x :: 1 . m$

Onde $am - mx = b + x$

Dunque $x = \frac{am - b}{m + 1}$

PROBLEMA XI.

Trovare un numero che aggiunto ad uno di due numeri dati, e ſottratto dall'altro, i generati abbiano tra sè una data ragione. S'abbia a trovare un numero il quale aggiunto a 20, e ſottratto da 100; il maggiore de' generati ſia il triplo del minore.

Sia x il numero ricercato.

Per l'ipoteſi $x + 20 . x - 100 :: 3 . 1$.

Onde $x + 20 = 3x - 300$.

Sicchè $x = 160$

Univerſalmente.

$x + a . x - b = m . 1$.

Dunque $x + a = mx - bm$

E ſi ha $x = \frac{bm + a}{m - 1}$

PROBLEMA XII.

Propoſto un numero, dividerlo due volte in due numeri tali, che uno della prima diviſione ad uno della ſeconda abbia una data ragione; e l'altro della ſeconda all'altro della prima abbia pure una data ragione. Sia propoſto da dividere due volte il numero 100. dimodochè il numero maggiore della prima diviſione ſia il duplo del minore della ſeconda, e il maggiore della ſeconda ſia il triplo del minor della prima.

Parti della prima diviſione $2x$, $100 - 2x$.

Parti della ſeconda x, $300 - 6x$.

Per la ſuppoſizione $x + 300 - 6x = 100$

Onde $x = 40$.

Dunque le parti della prima ſaranno 80, e 20.

Le parti della ſeconda 40, e 60.

 Uni-

Univerſalmente.

Sia il numero da dividerſi a

Le parti della prima diviſione mx, $a - mx$

Le parti della ſeconda x, $na - mnx$

Ma $x + na - mnx = a$

Dunque $x = \frac{na - a}{mn - 1}$

PROBLEMA XIII.

Propoſto un numero, dividerlo tre volte in due numeri tali, che uno della prima diviſione ad uno della ſeconda diviſione abbia una data ragione; e l'altro della ſeconda all'uno della terza abbia pure una data ragione; e l'altro della terza all'altro della prima abbia parimenti una data ragione. Sia dato il numero 100 da dividerſi tre volte in due numeri; coſicchè il maggiore della prima diviſione ſia il triplo del minore della ſeconda; e il maggior della ſeconda ſia il duplo del minor della terza; e il maggior della terza ſia il quadruplo del minor della prima.

Siano le parti della prima $300 - 6x$, $6x - 200$

Le parti della ſeconda $2x$, $100 - 2x$

Le parti della terza $24x - 800$, x

Ma per la ſuppoſizione $25x - 800 = 100$

Dunque $x = 36$.

Le parti dunque della prima diviſione ſaranno	16, 84
Quelle della ſeconda	28, 72
Quelle della terza	36, 64.

PROBLEMA XIV.

Trovare due numeri, il prodotto de' quali ſia il triplo della loro ſomma.

Siano i numeri x, e y

Onde per la ſuppoſizione $xy = 3x + 3y$

Si ponga $y = 3x$

Dunque $3xx = 12x$

Dunque $x = 4$, e $y = 12$.

Univerſalmente.

Siano i numeri x, e y

Dunque $xy = mx + my$

Dunque $y = \frac{mx}{x - 1}$

PROBLEMA XV.

Trovare due numeri tali, che ciaſcuno prendendo dall'altro un numero dato, abbia a quello che reſta una data ragione. Il primo prendendo 30 unità dal ſecondo ſia il duplo di quello che reſta; e il ſecondo prendendo dal primo 50 unità ſia il triplo di quello che reſta.

Siano i numeri x, e y

Per la propoſizione $x + 30 . y - 30 :: 2 . 1$.

E $x - 50 . y + 50 :: 1 . 3$.

Per la prima proporzione $x + 30 = 2y - 60$

E per la ſeconda $y + 50 = 3x - 150$

Nella ſeconda $y = 3x - 200$

Onde nella prima $x + 30 = 6x - 460$

E traſportando $5x = 490$

Dunque $x = 98$, e $y = 94$.

Univerſalmente.

$x + a . y - a :: m . 1$.

$x - b . y + b :: 1 . n$.

Per la prima $x + a = my - am$

Onde $\frac{x + a + am}{m} = y$

Sicchè ſoſtituendo nella ſeconda

$x - b . \frac{x + a + am}{m} + b :: 1 . n$.

Onde $xn - bn = \frac{x + a + am}{m} + b$

E multiplicando $xmn - bmn = x + a + am + bm$

Onde $xmn - x = a + am + bm + bmn$

Dunque $x = \frac{a + am + bm + bmn}{mn - 1}$

PROBLEMA XVI.

Trovare tre numeri, che presi a due a due facciano tre numeri dati. I primo e il secondo sommati insieme facciano 20; il secondo e il terzo 30 il terzo e il primo 40.

Siano i numeri x, y, z.

Per la proposizione $x + y = 20$

$y + z = 30$

$z + x = 40$

Nella prima $x = 20 - y$

Onde sostituendo nella terza $z + 20 - y = 40$

Ma nella seconda $z = 30 - y$

Dunque sostituendo nella terza $30 - 2y + 20 = 40$

Sicchè $30 + 20 - 40 = 2y$

Dunque $y = 5$, $x = 15$, $z = 25$.

Universalmente.

$x + y = a$

$y + z = b$

$z + x = c$

Nella prima $x = a - y$

Onde nella terza $z + a - y = c$

Ma nella seconda $z = b - y$

Sicchè sostituendo nella terza $b - 2y + a = c$

E trasportando $2y = b + a - c$

Dunque $y = \dfrac{b + a - c}{2}$

PROBLEMA XVII.

Trovare quattro numeri, che presi a tre a tre facciano quattro numeri ricercati. Il primo e i due seguenti presi insieme facciano 20; il secondo e i due seguenti facciano 22; il terzo il quarto e il primo facciano 24; il quarto e i due primi facciano 27.

Siano i numeri x, y, z, u.

E $x + y + z + u = S$.

Per la proposizione $x + y + z = 20$

Dun-

Dunque $u = S - 20$

Così si trova $z = S - 22$

$y = S - 24$

$x = S - 27$

Ma tutti insieme $= S$

Dunque $4S - 93 = S$

E si ha $S = 31$

Ma $u = S - 20$

Dunque sostituendo $u = 31 - 20 = 11$

Così $z = 9$, $y = 7$, $x = 4$.

Universalmente.

$x + y + z + u = S$

Ma $x + y + z = a$

Dunque $u = S - a$

Così $x = S - b$

$y = S - c$

$z = S - d$

Dunque $S = 4S - a - b - c - d$.

E si ha $S = \dfrac{a + b + c + d}{3}$

PROBLEMA XVIII.

Trovare tre numeri che presi a due a due eccedano l'altro di un dato numero. Il primo e il secondo superino il terzo di 20 unità; il secondo e il terzo superino il primo di 30; il terzo e il primo superino il secondo di 40 unità.

Siano i numeri x, y, z

Per la proposizione $x + y = z + 20$

$y + z = x + 30$

$z + x = y + 40$

Nella prima $x = z + 20 - y$

Onde sostituendo nella seconda $y + z = z + 30 - y$

E nella terza $2z - y = y + 20$

Sicchè $2z = 2y + 20$

e $z = y + 10$

Onde nella seconda sostituendo $2y = 50$

Dunque $y = 25$, $z = 35$, $x = 30$.

Uni-

Universalmente.

$x + y = z + a$
$y + z = x + b$
$z + x = y + c$
Nella prima $x = z + a - y$
E nella terza $2z + a - y = y + c$
E nella seconda $y + z = z + a - y + b$
Dunque $y = \frac{a+b}{2}$, $z = \frac{b+c}{2}$, $x = \frac{a+c}{2}$

PROBLEMA XIX.

è lo stesso.

PROBLEMA XX.

Trovare quattro numeri, che presi a tre a tre eccedano l'altro d' un dato numero. Il primo e i due seguenti presi insieme superino il quarto di 20 unità; il secondo e i due seguenti superino il primo di 30; il terzo il quarto e il primo superino il secondo di 40; il quarto e i due primi superino il terzo di 50.

Siano i numeri x, y, z, u.
Per la proposizione $x + y + z = u + 20$
$y + z + u = x + 30$
$z + u + x = y + 40$
$u + x + y = z + 50$
Nella prima $x = u + 20 - y - z$
Onde nella seconda $2y + 2z = 50$
E nella terza $2u - 2y = 30$
E nella quarta $2u - 2z = 30$
Di più nella seconda $2y = 50 - 2z$
Onde sostituendo nella terza $2u + 2z = 70$
E nella quarta $70 - 4z = 30$
Cioè trasportando $4z = 40$
Dunque $z = 10$, $u = 25$, $y = 15$, $x = 20$

PROBLEMA XXI.

è lo stesso.

PROBLEMA XXII.

Proposto un numero, dividerlo in tre numeri tali, che qualsivoglia degli estremi preso con quello di mezzo abbia all'altro estremo una data ragione. Sia da dividersi 100 in tre numeri, dimodochè il primo e il secondo siano il triplo del terzo; il secondo e il terzo siano il quadruplo del primo.

Siano i numeri x, y, z.
Per la proposizione $x + y + z = 100$,
E $x + y = 3z$
E $y + z = 4x$
Nella prima $x = 100 - y - z$
Onde sostituendo nella seconda $100 = 4z$
Dunque $z = 25$, $y = 55$, $x = 20$

Universalmente.

$x + y + z = a$
$x + y = mz$
$y + z = nx$
Nella prima $x = a - y - z$
E nella seconda $mz + z = a$
Dunque $z = \frac{a}{m+1}$

PROBLEMA XXIII.

Trovare tre numeri, il più grande de' quali superi quello di mezzo della terza parte del più piccolo; quello di mezzo superi il più piccolo della terza parte del più grande; e il più piccolo superi la terza parte di quello di mezzo di 10 unità.

Siano i numeri x, y, z
Per la proposizione $x = y + \frac{z}{3}$
$y = z + \frac{x}{3}$
$z = \frac{y}{3} + 10$

Nella seconda $y = z + \frac{y}{3} + \frac{z}{9}$

E moltiplicando $9y = 10z + 3y$

Dunque $y = \frac{5z}{3}$, e $\frac{y}{3} = \frac{5z}{9}$

Nella terza $z = \frac{5z}{9} + 10$

Onde $4z = 90$

Dunque $z = \frac{45}{2}$, $y = \frac{75}{2}$, $x = \frac{90}{2}$

Universalmente.

$z = y + \frac{z}{n}$

$y = z + \frac{x}{n}$

$z = \frac{y}{n} + a$

Nella seconda $y = z + \frac{y}{n} + \frac{z}{nn}$

E multiplicando $nny = nnz + ny + z$

Onde dividendo $y = \frac{nnz + z}{nn - n}$

Nella terza $z = \frac{nnz + z}{n^3 - n^2} + a$

E multiplicando $n^3z - n^2z = nnz + z + an^3 - an^2$

Onde dividendo $z = \frac{an^3 - an^2}{n^3 - 2n^2 - 1}$

P R O B L E M A XXIV.

è lo stesso.

P R O B L E M A XXV.

Trovare tre numeri, ciascuno de' quali dando a quello che gli vien dietro una sua data parte, si abbiano tre numeri uguali. Il primo dia al secondo la sua terza parte; il secondo dia al terzo la sua quarta, il terzo al primo la sua quinta parte, e per tale scambievole contribuzione divengano uguali tra sè.

Siano i numeri 12, x, y.

Per

Per la proposizione $12 - \frac{12}{3} + \frac{y}{5} = x - \frac{x}{4} + \frac{12}{3}$ [illegible] $\frac{y}{5} + \frac{x}{4}$

Cioè $8 + \frac{y}{5} = \frac{3x}{4} + 4 = \frac{4y}{5} + \frac{x}{4}$

Nella prima $4 + \frac{y}{5} = \frac{3x}{4}$

E multiplicando $16 + \frac{4y}{5} = 3x$

Dunque $x = \frac{16}{3} + \frac{4y}{15}$

Nella seconda $8 + \frac{y}{5} = \frac{4y}{5} + \frac{16}{12} + \frac{4y}{60}$ cioè $= \frac{4y}{5} + \frac{4}{3} + \frac{y}{15}$

Onde multiplicando e trasportando $120 - 20 = 12y + y - 3y$

Cioè $100 = 10y$

Dunque $y = 10$, e $x = 8$

P R O B L E M A XXVI.

Trovare quattro numeri, ciascuno de' quali dando a quello, che gli vien dietro una sua data parte, divengano eguali. Il primo dia al secondo la sua terza parte; il secondo dia al terzo la sua quarta parte; il terzo dia al quarto la sua quinta parte, e il quarto dia al primo la sua sesta parte; e per tale scambievole contribuzione divengano uguali.

Siano i numeri 12, x, y, z.

Per la proposizione $12 - \frac{12}{3} + \frac{z}{6} = x - \frac{x}{4} + \frac{12}{3} = y - \frac{y}{5} + \frac{x}{4} = z - \frac{z}{6} + \frac{y}{5}$ cioè

$8 + \frac{z}{6} = \frac{3x}{4} + 4 = \frac{4y}{5} + \frac{x}{4} = \frac{5z}{6} + \frac{y}{5}$

Nella prima $4 + \frac{z}{6} = \frac{3x}{4}$

E multiplicando $16 + \frac{2z}{3} = 3x$

Onde $x = \frac{16}{3} + \frac{2z}{9}$

Nella seconda $8 + \frac{z}{6} = \frac{4y}{5} + \frac{16}{12} + \frac{2z}{36} = \frac{4y}{5} + \frac{4}{3} + \frac{z}{18}$

E moltiplicando

$144 + 3z = \frac{72y}{5} + 24 + z$

 E tra-

E trasportando e dividendo $144 + 3z - 24 - z \times 5 = 72y$

Cioè $720 + 15z - 120 - 5z = 72y$

Dunque $y = \frac{300 + 5z}{36}$

Nella terza $8 + \frac{z}{6} = \frac{5z}{6} + \frac{300 + 5z}{36 \times 5}$ cioè $= \frac{5z}{6} + \frac{60 + z}{36}$

Onde multiplicando $288 + 6z = 30z + 60 + z$

E trasportando $288 - 60 = 31z - 6z$ ovvero $228 = 25z$

Dunque $z = \frac{228}{25}$, $y = \frac{2160}{9 \times 25}$, $x = \frac{1656}{9 \times 25}$,

Ovvero $z = \frac{228 \times 9}{9 \times 25}$, $y = \frac{2160}{9 \times 25}$, $x = \frac{1656}{9 \times 25}$, E $12z = \frac{12 \times 9 \times 52}{9 \times 25}$.

PROBLEMA XXVII.

Trovare tre numeri tali, che ciascuno prendendo dagli altri due sommati insieme una loro data parte diano numeri uguali. Il primo prenda dagli altri due la loro terza parte; il secondo dagli altri due la loro quarta parte; il terzo dagli altri due la loro quinta parte; e dopo restino uguali.

Siano i numeri x, y, z; e si ponga $y + z = 3$

Dunque $x + y + z = x + 3$

Per la proposizione $x + \frac{y + z}{3} = y + \frac{x + z}{4} = z + \frac{x + y}{5}$

Nella prima $x + 1 = y + \frac{x + 3 - y}{4}$

E multiplicando $4x + 4 = 4y + x + 3 - y$

Dunque $3x + 1 = 3y$

Dunque $y = x + \frac{1}{3}$

Nella seconda $x + 1 = z + \frac{2x}{5} + \frac{1}{15}$

E multiplicando $15x + 15 = 15z + 6x + 1$

Dunque $15x - 6x + 15 - 1 = 15z$

Dunque $z = \frac{9x + 14}{15}$, ovvero $= \frac{3x}{5} + \frac{14}{15}$

Ma

Ma $x + y + z = x + 3$

Ovvero sostituendo $x + x + \frac{1}{3} + \frac{3x}{5} + \frac{14}{15} = x + 3$

E multiplicando, e riducendo $24x = 26$

Dunque $x = \frac{13}{12}$, $y = \frac{13}{12} + \frac{1}{3}$, $z = \frac{39}{60} + \frac{14}{15}$

Cioè $\frac{13}{12}$, $\frac{17}{12}$, $\frac{19}{12}$

PROBLEMA XXVIII.

Trovar quattro numeri tali, che ognuno prendendo dagli altri tre sommati insieme una data parte divengano uguali. Il primo prenda dagli altri tre sommati insieme la loro terza parte; il secondo dagli altri la quarta parte; il terzo dagli altri la quinta; il quarto dagli altri la sesta; e dopo divengano uguali.

Siano i numeri x, y, z, u.

Si ponga $y + z + u = 3$

Dunque $x + y + z + u = x + 3$

Per la proposizione.

$x + \frac{y + z + u}{3} = y + \frac{x + z + u}{4} = z + \frac{x + u + y}{5} = u + \frac{x + y + z}{6}$

Nella prima $x + 1 = y + \frac{x + z + u}{4}$

E multiplicando $4x + 4 = 4y + x + z + u$.

Onde $4y = 3x + 4 - z - u$

E $3y = 3x + 4 - u - z - y$

E $3y = 3x + 1$

Dunque $y = x + \frac{1}{3}$

Nella seconda $x + 1 = z + \frac{u + x + y}{5}$

Dunque $5x + 5 = 5z + u + x + y$

E $5x + 5 - u - x - y = 5z$

E $5x + 5 - u - x - y - z = 4z$

Onde $x + \frac{1}{2} = z$

Rr ij

Nel-

Nella terza $x + 1 = u + \frac{x + y + z}{6}$

Dunque $6x + 6 = 6u + x + y + z$

E $5x + 6 - y - z = 6u$

E $5x + 6 - y - z - u = 5u$

Onde $x + \frac{3}{5} = u$

Ma $x + y + z + u = x + 3$

Dunque $x + x + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{2} + x + \frac{3}{5} = 4x + 3$

Dunque $x + 3 + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{2} + x + \frac{3}{5} = x + 3$,

Dunque $3x = \frac{47}{30}$, $y = \frac{47}{30} + \frac{1}{3}$, $z = \frac{47}{30} + \frac{1}{2}$, $y = \frac{47}{30} + \frac{3}{5}$

Ovvero

$x = \frac{47}{90}$, $y = \frac{77}{90}$, $z\ \frac{92}{90}, = u\ \frac{101}{90}$

PROBLEMA XXIX.

Trovare un numero, che multiplicato nel maggiore di due numeri dati formi un quadrato, e multiplicato nel minore formi il lato dal quadrato medesimo.

I numeri dati sieno 200, e 5. Il numero cercato sia x.

I prodotti saranno $200x$, e $5x$

Ma per la proposizione $200x = 25x^2$

Dunque $200 = 25x$

Dunque $x = 8$.

Universalmente.

Siano i numeri dati a, e b. Il cercato sia x

I prodotti saranno ax, e bx. Ma $bbx^2 =$

Dunque $x = \frac{a}{bb}$

PROBLEMA XXX.

Trovare due numeri tali, che la loro somma, e il loro prodotto siano uguali a due numeri dati: la somma sia 20, il prodotto 96.

Il

Il primo sia x; l'altro sarà $20 - x$;

E per la proposizione $20x - x^2 = 96$

Ovvero $xx - 20x = -96$

E per compiere il quadrato aggiungendo 100 si ha

$x^2 - 20x + 100 = 100 - 96 = 4$

Onde $x - 10 = 2$

Dunque $x = 12$, e $20 - x = 8$.

Universalmente.

Sia il primo numero x, il secondo $a - x$

Onde $ax - x^2 = b$

E $x^2 - ax = -b$

Dunque $x^2 - ax + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} - \frac{b}{4}$

Dunque $x = \sqrt{\frac{aa}{4} - b} + \frac{a}{2}$

Bisogna dunque che $\frac{aa}{4} - b$ faccia un quadrato.

PROBLEMA XXXI.

Trovare due numeri tali, che la somma loro, e la somma de' loro quadrati facciano due numeri dati. La somma de' numeri sia 20; la somma de' quadrati sia 208.

Il primo numero sia x, il secondo sarà $20 - x$

Per la proposizione $2xx + 400 - 40x = 208$

Dunque $xx + 200 - 20x = 104$

E trasportando $xx - 20x = 104 - 200 = 96$

Ed operando come nel precedente

Si ha $x = 12$, e $20 - x = 8$.

Universalmente.

Siano i numeri x, $a - x$

La somma di quadrati $a^2 - 2ax + 2x^2 = b$

Dunque $xx - ax = \frac{b - a^2}{2}$

Onde $x^2 - ax + \frac{aa}{4} = \frac{b - aa}{2} + \frac{aa}{4}$

Dun-

Dunque $x = \sqrt{\frac{b}{2} - \frac{aa}{2} + \frac{aa}{4}} + \frac{a}{2}$, ovvero

$x = \sqrt{\frac{2b - aa}{4}} + \frac{a}{2}$

Bisogna dunque che $\frac{2b - aa}{4}$ sia un quadrato

P R O B L E M A XXXII.

Trovare due numeri tali, che la loro somma, e la differenza de'loro quadrati facciano due numeri dati. Sia la somma de' numeri 20; la differenza de'quadrati sia 80.

Sia il primo $10 + x$, l'altro $10 - x$

I quadrati saranno $100 + 20x + x^2$, $100 - 20x + x^2$

La loro differenza sarà $40x$;

Ma per la proposizione $40x = 80$, dunque $x = 2$

I numeri dunque saranno $10 + 2$, cioè 12; e $10 - 2$, cioè 8.

Universalmente.

Siano i numeri $a + x$, $a - x$

La differenza de'loro quadrati $4ax$

Onde $4ax = b$, e si ha $x = \frac{b}{4a}$

P R O B L E M A XXXIII.

Trovare due numeri tali, che la loro differenza, e il loro prodotto facciano due dati numeri. Sia la differenza 4; il prodotto 96.

Sia il primo x, l'altro sarà $x + 4$.

Dunque per la proposizione $xx + 4x = 96$

E compiendo il quadrato $xx + 4x + 4 = 96 + 4 = 100$

Onde $x + 2 = 10$

Dunque $x = 8$, e $x + 4 = 12$

Universalmente.

Sia il primo x, l'altro $x + a$

Onde $xx + ax = b$, e $xx + ax + \frac{aa}{4} = \frac{aa}{4} + b$

Onde $x = \sqrt{\frac{aa}{4} + b} - \frac{a}{2}$

Bisogna dunque che $\frac{aa}{4} + b$ sia un quadrato.

PRO-

P R O B L E M A XXXIV.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la somma de' loro quadrati abbia alla somma de' numeri stessi una data ragione. Il maggiore sia il triplo del minore, e la somma de' quadrati sia il quintuplo della somma de' numeri

Siano i numeri x, $3x$.

La somma de' quadrati sarà $10xx$;

Per la proposizione $10xx = 20x$

Onde dividendo per x, $10x = 20$

Dunque $x = 2$, e $3x = 6$

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

La somma de' quadrati sarà $aaxx + xx$

Onde $aaxx + xx = mx + amx$

E si ha $x = \frac{m + am}{aa + 1}$

P R O B L E M A XXXV.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la somma de' loro quadrati abbia una data ragione alla loro differenza de' numeri. Il maggiore sia il triplo del minore; e la somma de' quadrati sia il decuplo della loro differenza.

Siano i numeri x, e $3x$. 4. 36

Per la proposizione $10xx = 20x$

Onde $10x = 20$ 4. 9

Dunque $x = 2$, e $3x = 6$

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

La differenza $ax - x$

Onde $xx + aaxx = abx - bx$; e si ha $x = \frac{ab - b}{aa - 1}$

P R O B L E M A XXXVI.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la differenza de' loro quadrati abbia alla somma de' numeri una data ragione. Il mag-

maggiore sia il triplo del minore, e la differenza de' quadrati sia il sestuplo della somma de' numeri.

Siano i numeri x, $3x$.

La differenza de' quadrati è $8xx$

E per la proposizione $8xx = 24x$

Onde dividendo per x, $8x = 24$

Dunque $x = 3$, $3x = 9$

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

La differenza de' quadrati è $aaxx - xx$

Onde $xaxx - xx = bx + abx$, e si ha $x = \frac{b+ab}{aa-1}$

PROBLEMA XXXVII.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che la differenza de' loro quadrati abbia una data ragione alla differenza de' numeri. Il maggiore sia il triplo del minore, la differenza de' quadrati sia duodecupla della differenza de' numeri.

Siano i numeri x, $3x$

Per la proposizione $8xx = 24x$: Dunque $x = 3$, $3x = 9$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax.

Dunque $aaxx - xx = abx - bx$;

E si ha $x = \frac{ba - b}{aa - 1}$

PROBLEMA XXXVIII.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione al numero maggiore. Il maggiore sia il triplo del minore; e il quadrato del minore sia il sestuplo del numero maggiore.

Siano i numeri x $3x$.

Per la proposizione $xx = 18x$

Dunque $x = 18$; e $3 = 54x$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

Ma $xx = abx$; Dunque $x = ab$

PROBLEMA XXXIX.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione allo stesso minor numero. Il maggiore sia il triplo del minore; e il quadrato del minore sia il sestuplo del medesimo numero minore.

Siano i numeri x, $3x$.

Per la proposizione $xx = 6x$,

Dunque $x = 6$, $3x = 18$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

Dunque $xx = bx$ Dunque $x = b$

PROBLEMA XL.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione alla somma di tutte due. Il maggiore sia il triplo del minore; e il quadrato del minore sia il duplo della somma di tutti due i numeri.

Siano i numeri x, $3x$.

Per la proposizione $xx = 8x$

Dunque $x = 8$, $3x = 24$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

$xx = mx + amx$; e si ha $x = m$ ma

PROBLEMA XLI.

Trovare due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del minore abbia una data ragione alla loro differenza. Il maggiore sia il triplo del minore, e il quadrato del minore sia il sestuplo dalla loro differenza.

Siano i numeri x, $3x$.

Per la proposizione $xx = 12x$

Dunque $x = 12$, $3x = 36$.

Universalmente.

Siano i numeri x, ax

Per la proposizione $xx = amx - mx$;

Dunque $x = am - m$

PROBLEMA XLII.

Collo stesso metodo si trovano due numeri tali, che abbiano tra se una data ragione, e che il quadrato del maggiore abbia una data ragione al numero minore; o allo stesso numero maggiore; o alla somma; o alla differenza de' numeri istessi.

PROBLEMA XLIII.

Dati due numeri, trovare un altro numero tale, che di tutti tre prendendone due qualisivoglia e multiplicati per l'altro producano tre numeri che abbiano differenze uguali.

Siano i numeri dati, 3, e 5, il numero ricercato sia x.

Per la proposizione $5x + 15$, $3x + 15$, $8x$, sono in proporzione aritmetica.

Ma la somma degli estremi è dupla del somma del mezzo:

Onde $13x + 15 = 6x + 30$

Dunque $x = \frac{15}{7}$

Che se si prenda per mezzo un altro, si averà un altro valore.

Universalmente.

Siano i numeri dati, a, b, il numero ricercato sia x

Saranno $ax + bx$, $ab + ax$, $ab + bx$ aritmeticamente proporzionali

Onde $ax + 2bx + ab = 2ab + 2ax$;

Dunque $x = \frac{ab}{2b - a}$

Fine del Primo Libro.

LIBRO SECONDO.

I primi quattro Problemi sono gli stessi che il 34. 37. 35. 36. del Libro primo.

PROBLEMA V.

Trovare due numeri tali, che la differenza de' loro quadrati abbia una data ragione alla somma de' numeri stessi. La differenza de' quadrati sia sestupla della somma de' numeri.

Siano i numeri ricercati x, $2x$

La differenza de' loro quadrati è $3xx$

Ma per la supposizione $3xx = 18x$

Dunque dividendo per x, $3x = 18$, e $x = 6$; e $2x = 12$.

Universalmente.

Siano i numeri ricercati x, ax : la ragione sia m

Per la proposizione $aaxx - xx = mx + max$

Dunque $x = \frac{m + am}{aa - 1}$

PROBLEMA VI.

Trovare due numeri tali, che abbiano una data differenza, e la differenza de' loro quadrati superi la differenza de' numeri stessi d'un dato numero. La differenza de' numeri sia 2; la differenza de' quadrati superi la differenza de' numeri di 20. unità.

Siano i numeri ricercati x, $x + 2$

La differenza de' loro quadrati è $4x + 4$

Per la supposizione $4x + 4 = 22$

Dunque $4x = 18$

Dunque $x = \frac{9}{2}$; e $x + 2 = \frac{13}{2}$

Universalmente.

Siano i numeri x, x [illegible]

La differenza de' quadrati $2ax + aa = b$

Dunque $x = \frac{b - aa}{2a}$

PROBLEMA VII.

Trovare due numeri tali, che la differenza de' loro quadrati superi la differenza de' numeri d'un numero dato, ed abbia alla stessa differenza de' numeri una data ragione. La differenza de' quadrati sia tripla della differenza de' numeri più 20 unità.

Siano i numeri ricercati x, $x+2$.

La differenza de' quadrati è $4x + 4$

Per la supposizione $4x + 4 = 6 + 20$

Onde $4x = 22$

Dunque $x = \frac{11}{2}$; e $x + 2 = \frac{15}{2}$

Universalmente.

Siano i numeri ricercati x, $x+a$; la ragione sia m; b il numero dato

La differenza de' quadrati è $2ax + aa$

Per la supposizione $2ax + aa = ma + b$

Dunque $x = \frac{ma + b - aa}{2a}$

PROBLEMA VIII.

Proposto un numero quadrato dividerlo in due numeri quadrati. Sia da dividersi 16 in due quadrati.

Siano i quadrati xx, $16 - xx$

Bisogna che $16 - xx$ sia un quadrato.

Sia un quadrato formato dal lato $2x - 4$

Sarà $16 - xx = 4xx - 16x + 16$

Onde $16 = 5x$

E $x = \frac{16}{5}$

Dunque $xx = \frac{256}{25}$; $16 - xx = \frac{144}{25}$

Uni-

Universalmente.

Sia da dividersi aa in due quadrati. Il primo sia xx, l'altro $aa - xx$.

Dunque $aa - xx = aa - 4ax + 4xx$

Dunque $x = \frac{4a}{5}$

PROBLEMA IX.

è lo stesso.

PROBLEMA X.

Proposto un numero composto di due quadrati, dividerlo in altri due quadrati. Sia da dividersi il numero 13 composto de' due quadrati 4, e 9, in altri due quadrati.

I quadrati ricercati sieno composti da' lati $2 + x$, $2x - 3$: sarà la somma de' quadrati $5xx - 8x + 13 = 13$

Onde $x = \frac{8}{5}$.

Dunque i quadrati ricercati saranno $\frac{324}{25}$, $\frac{1}{25}$

Universalmente.

Sia il numero $aa + bb$ da dividersi in due quadrati.

Sieno i lati de' quadrati ricercati $a + x$, $mx - b$;

La somma de' quadrati è $mmxx + xx - 2bmx + 2ax + aa + bb = aa + bb$

Dunque $x = \frac{2bm - 2a}{mm - 1}$

PROBLEMA XI.

Trovare due numeri quadrati che abbiano una data differenza. La loro differenza data sia 60.

Il primo quadrato sia xx; l'altro $xx + 6x + 9$

Per la supposizione la loro differenza $6x + 9 = 60$

Dunque $x = \frac{51}{6}$.

I quadrati dunque saranno $72\frac{1}{4}$, e $132\frac{1}{4}$

Uni-

Universalmente.

Sia il primo quadrato xx, l'altro $xx + 2ax + aa$:

La loro differenza $2ax + aa = b$

Dunque $x = \frac{b - aa}{2a}$

PROBLEMA XII.

Trovare un numero che aggiunto a due numeri dati gli faccia diventare due quadrati. I numeri dati sieno 2, e 3.

Il numero da aggiungersi sia $xx - 2$, e così s'è soddisfatto alla prima domanda.

Ma bisogna che aggiunto a 3 faccia un quadrato.

Dunque $xx + 1 = Q$

Sia $xx + 1 = xx - 8x + 16$

Dunque $x = \frac{15}{8}$

Dunque il numero da aggiungersi sarà $\frac{97}{64}$

Universalmente.

Sia il numero da aggiungersi $xx - a$

Ma bisogna che anche $xx - a + b = Q$

Sia dunque $xx - a + b = xx - 2mx + mm$.

Dunque $x = \frac{mm + a - b}{2m}$

PROBLEMA XIII.

Trovare un numero che sottratto da due numeri dati faccia che i loro residui sieno due quadrati. Siano i numeri dati 9, e 21, da' quali sottratto uno stesso numero, i loro residui sieno quadrati.

Sia il numero ricercato $9 - xx$, e si è soddisfatto alla prima domanda.

Ma bisogna che questo istesso numero sottratto da 21, faccia un quadrato.

Onde $21 - 9 + xx$, ovvero $12 + xx = Q$

Sia $xx + 12 = xx - 8x \quad 16$

Dunque $x = \frac{1}{2}$

Dun-

Dunque il numero ricercato sarà $\frac{35}{4}$.

Universalmente.

Sia il numero ricercato $a - xx$

Sottratto da b, si ha $b - a + xx$, il quale bisogna che $= Q$.

Onde $b - a + xx = xx - 2mx + mm$:

E si ha $x = \frac{mm + a - b}{2m}$

PROBLEMA XIV.

Trovare un numero, dal quale sottratti due numeri dati, i loro residui sieno due quadrati. Siano 6, e 7 da sottrarsi da uno stesso numero, e i loro residui facciano due quadrati.

Sia il numero ricercato $xx + 6$, e si è soddisfatto alla prima domanda.

Ma bisogna che da esso sottraendosi 7, s'abbia un quadrato.

Onde $xx + 6 - 7$ ovvero $xx - 1 = Q$.

Sia $xx - 1 = xx - 4x + 4$

Dunque $x = \frac{5}{4}$.

Il numero dunque ricercato sarà $\frac{121}{16}$

Universalmente.

Sia il numero ricercato $xx + a$

Ma bisogna che $xx + a - b$ sia un quadrato

Sia $xx + a - b = xx - 2mx + mm$

Dunque $x = \frac{mm - a + b}{2m}$

PROBLEMA XV.

Dividere un numero dato in due numeri, e trovare un quadrato che prendendo ciascheduna delle due parti faccia un quadrato. Il numero da dividersi sia 20.

Si prendano due numeri tali, che la somma de' loro quadrati sia minore di 20; per esempio 2, e 3; e si facciano due quadrati da $2 + x$, $3 + x$.

I quadrati saranno $xx + 4x \quad 4$; $xx + 6x + 9$.

La

La prima parte ricercata ſia $4x + 4$; l'altra $6x + 9$: poichè amendue prendendo il quadrato xx fanno un quadrato.

Ma per la propoſizione queſte parti hanno da comporre 20.

Onde $4x + 4 + 6x + 9 = 20$

Dunque $x = \frac{7}{10}$

Le parti ricercate ſaranno $6 + \frac{4}{5}$, $13 + \frac{1}{5}$

Univerſalmente.

Siano i due quadrati $xx + 2ax + aa$; $xx + 2bx + bb$

Le parti ricercate $2ax + aa$, $2bx + bb$

Dunque $2ax + aa + 2bx + bb = c$

E ſi ha $x = \frac{c - aa - bb}{2a + 2b}$.

PROBLEMA XVI.

Dividere un numero propoſto in due numeri, e trovare un quadrato, dal quale ſottraendo ciaſcuno de' due numeri reſti un quadrato. Sia 20 il numero dato.

Sia il quadrato $xx + 4x + 4$

Se da queſto ſi ſottragga $4x + 4$, reſta il quadrato xx; e ſe ſi ſottragga $2x + 3$ reſta $xx + 2x + 1$, che è parimenti un quadrato.

Siano le parti ricercate $4x + 4$, $2x + 3$; e ſi è ſoddisfatto a due condizioni.

Reſta che $4x + 4 + 2x + 3 = 20$, Ovvero traſportando $6x = 13$

Dunque $x = \frac{13}{6}$;

Le parti ricercate ſaranno $\frac{76}{6}$, $\frac{44}{6}$; il quadrato $\frac{625}{36}$

Univerſalmente.

Sia il quadrato $xx + 6ax + 9aa$

Le parti ricercate $6ax + 9ax$, $4ax + 8aa$; imperciocchè da amendue s'è ſottrato un quadrato;

Reſta che $10ax + 17a = b$

E ſi ha $x = \frac{b - 17aa}{10a}$

PRO-

PROBLEMA XVII.

Trovare due numeri tali, che abbiano una data ragione, e che amendue con un quadrato propoſto facciano due quadrati. Il maggiore ſia il triplo del minore; e tutti due prendendo il quadrato 9, facciano due numeri quadrati.

Sia il quadrato $xx + 6x + 9$

E il primo numero ſia $xx + 6x$; e s'è ſoddisfatto a una delle condizioni.

Ma poichè il ſecondo è il triplo, egli ſarà $3xx + 18x$;

Onde $3xx + 18x + 9$ dee eſſere un quadrato.

Sia dunque $3xx + 18x + xx\,9 = 4 - 12x + 9$

E ſi ha $x = 30$

Dunque i numeri ſaranno 1080, 3240.

Univerſalmente.

Sia il quadrato $xx + 2ax + aa$, e il numero primo $xx + 2ax$,

L'altro ſarà $mxx + 2amx$;

Onde $mxx + 2axx + aa$ deve eſſer un quadrato.

Sia dunque $mxx + 2amx + aa = aa + 4ax + 4xx$,

E ſi ha $x = \frac{4a - 2am}{m - 4}$

PROBLEMA XVIII. XIX. E XX.

Trovare tre quadrati tali, che la differenza del maſſimo e del medio abbia una data ragione alla differenza del medio e del minimo. La differenza ſia tripla.

Sia il minimo quadrato xx

Il medio ſia $xx + 2x + 1$

Il maſſimo ſarà $xx + 8x + 4$, il quale deve eſſer quadrato.

Sia dunque $xx + 8x + 4 = xx + 6x + 9$

E ſi ha $x = \frac{5}{2}$

I quadrati dunque ſaranno $\frac{25}{4}$, $\frac{49}{4}$, $\frac{121}{4}$.

Uni-

Universalmente.

Sia il minimo quadrato xx

Il medio $xx + 2ax + aa$

Il massimo sarà $xx + 2max + maa$

Si faccia $xx + 2max + maa = xx - 2bx + bb$

E si ha $x = \frac{bb - maa}{2ma + 2b}$

PROBLEMA XXI.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno aggiuntovi l'altro numero faccia un quadrato.

Sia il primo x.

Se al suo quadrato xx si aggiunga $2x + 1$; si fa un quadrato;

Onde l'altro numero sia $2x + 1$, e s'è adempiuto alla prima condizione.

Resta che il quadrato del secondo aggiuntovi il primo faccia un quadrato.

Onde $4xx + 5x + 1 =$ ad un quadrato

Sia dunque $4xx + 5x + 1 = 4xx - 8x + 4$

E si ha $x = \frac{3}{13}$

I numeri dunque saranno $\frac{3}{13}$, $\frac{19}{13}$

PROBLEMA XXII.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno sottratovi l'altro numero faccia un quadrato.

Sia il primo $x + 1$; il suo quadrato sarà $xx + 2x + 1$.

Si ponga l'altro $2x + 1$, e si è soddisfatto alla prima condizione.

Resta che il quadrato del secondo, sottrattovi il primo numero sia un quadrato.

Onde $4xx + 4x + 1 - x - 1$,

Ovvero $4xx + 3x$ sia un quadrato.

Sia dunque $4xx + 3x = 9xx$;

E $\frac{3}{5}$ e si ha $x = \frac{3}{5}$. I numeri, dunque saranno $\frac{8}{5}$, e $\frac{11}{5}$.

PRO-

PROBLEMA XXIII.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno aggiuntavi la somma de' numeri faccia un quadrato.

Sia il primo x, e perchè $xx + 2x + 1$ è quadrato, sia la somma di tutti due $2x + 1$, e s'è soddisfatto alla prima condizione.

Ma il primo essendo x l'altro sarà $x + 1$; il cui quadrato, aggiuntavi la somma di tutti due, è $xx + 4x + 2$, il quale deve essere un quadrato.

Sia dunque $xx + 4x + 2 = xx - 4x + 4$

E si ha $x = \frac{1}{4}$

I numeri dunque saranno $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{4}$.

PROBLEMA XXIV.

Trovare due numeri tali, che il quadrato d'ognuno sottrattavi la somma de' numeri faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$

La somma di tutti due sia $2x + 1$

Il primo $x + 1$; l'altro x.

Sottratta la somma de' numeri dal quadrato del primo resta il quadrato xx.

Ma bisogna che levata la somma de' numeri anche dal quadrato del secondo si abbia un quadrato.

Dunque $xx - 2x - 1 =$ a un quadrato;

Sia $xx - 2x - 1 = xx - 6x + 9$,

E si ha $x = \frac{5}{2}$;

I numeri dunque saranno $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$.

PROBLEMA XXV.

Trovare due numeri tali, che il quadrato della loro somma aggiuntovi l'uno o l'altro d'essi numeri faccia un quadrato.

Sia il quadrato della somma xx; e il primo sia $3xx$; l'altro $8xx$:

La somma di questi è $11xx = x$

E si avrà $x = \frac{1}{11}$

I numeri dunque sono $\frac{3}{121}$, $\frac{8}{121}$

PROBLEMA XXVI.

Trovare due numeri tali, che il quadrato della loro somma sottratto l'uno o l'altro de' numeri faccia un quadrato.

Sia la somma $4x$, il cui quadrato è $16xx$.

I numeri ricercati sieno $7xx$; $12xx$;

Sottratto l'uno o l'altro resta un quadrato;

Ma la loro somma è $19xx = 4x$; e si ha $x = \frac{4}{19}$

I numeri dunque sono $\frac{192}{361}$, $\frac{112}{361}$

PROBLEMA XXVII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto aggiuntovi o l'uno o l'altro d'essi numeri faccia due quadrati; e la somma de' lati de' quadrati faccia un numero dato. La somma de' lati faccia 6.

Il prodotto sia $4xx - x$;

Se si supponga il primo x, si è adempiuto alla prima condizione:

L'altro dunque sarà $4x - 1$: ma bisogna che il prodotto aggiuntovi anche il secondo faccia un quadrato; onde $4xx + 3x - 1$ faccia un quadrato.

Ma poichè la somma de' lati $= 6$; sarà un lato $6 - 2x$:

Dunque $4xx + 3x - 1 = 36 - 24x + 4xx$; e si ha $x = \frac{37}{27}$

I numeri dunque saranno $\frac{37}{27}$, $\frac{121}{27}$

Universalmente.

Sia il prodotto $aaxx - x$; il primo x, il secondo $aax - 1$

Bisogna che $aaxx - x + aax - 1 =$ un quadrato, il cui lato sia $b - ax$

Onde $aaxx - x + aax - 1 = bb - 2abx + aaxx$

E si ha $x = \frac{bb + 1}{aa + 2ab - 1}$

PROBLEMA XXVIII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto sottrato l'uno o l'altro faccia due quadrati; e i lati de' quadrati facciano un numero dato; il qual numero dato sia 5.

Sia il prodotto $4xx + x$; da cui sottratto x resta il quadrato $4xx$

Sia dunque x il primo, e s'è adempiuto alla prima condizione.

L'altro dunque sarà $4x + 1$.

Resta che $4xx - 3x - 1$ sia uguale ad un quadrato

Ma poichè la somma de' lati deve essere uguale a 5, sarà un lato $5 - 2x$

Onde $4xx - 3x - 1 = 25 - 20x + 4xx$:

E si ha $x = \frac{26}{17}$.

I numeri dunque saranno $\frac{26}{17}$, $\frac{121}{17}$

PROBLEMA XXIX.

Trovare due numeri quadrati tali, che il loro prodotto aggiuntovi o l'uno o l'altro faccia un quadrato.

Siano i due numeri $aaxx$, bb

Il loro prodotto sarà $aabbxx$

Per la prima condizione $aabbxx + aaxx$ deve esser un quadrato, e dividendo per $aaxx$, $bb + 1$ deve essere un quadrato.

Bisogna dunque trovare un quadrato, il quale aggiuntavi l'unità faccia un quadrato.

Sia $\frac{16}{9}$; onde $bb = \frac{16}{9}$

E si ha il prodotto $\frac{16}{9}\, aaxx$.

Aggiuntovi dunque il secondo si ha $\frac{16}{9}\, aaxx + \frac{16}{9} =$ un quadrato; e se si fa $aa = \frac{9}{16}$; sarà $xx + \frac{16}{9} =$ a un quadrato.

Sia

Sia $xx + \frac{16}{9} = xx - 4x + 4$;

E si ha $x = \frac{5}{9}$.

I numeri dunque saranno $\frac{25}{144}$, $\frac{16}{9}$.

PROBLEMA XXX.

Trovare due numeri quadrati tali, che il loro prodotto sottratto o l'uno o l'altro faccia due quadrati.

Siano i due quadrati $aaxx$, bb

Il loro prodotto sarà $aabbxx$

Onde $aabbxx - aaxx =$ ad un quadrato; e così $bb - 1 =$ ad un quadrato.

Sia $bb = \frac{25}{9}$.

Bisogna che anche $aabbxx - bb$ sia $=$ ad un quadrato, cioè $\frac{25}{9}aaxx - \frac{25}{9}$.

Sia $aa = \frac{9}{25}$, e si ha $xx - \frac{25}{9} =$ ad un quadrato, il cui lato sia $x - 1$; e $xx - \frac{25}{9} = xx - 2x + 1$,

E si ha $x = \frac{1}{2} + \frac{25}{18} = \frac{17}{9}$

Onde i numeri sono $\frac{2601}{2025}$, $\frac{25}{9}$

PROBLEMA XXXI.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto, aggiuntavi, o sottrattavi la loro somma faccia un quadrato.

Poichè (per il Lemma) Segue se alla somma di due quadrati s'aggiunga, e si sottragga il prodotto duplo delle radici, si ha sempre un quadrato, sia il prodotto de' numeri ricercati $aaxx + bbxx$; a cui aggiungasi, o sottraggasi $2abxx$, si ha un quadrato.

Sia dunque la somma de' numeri ricercati $2abxx$, e poichè il loro prodotto è $aaxx + bbxx$, i numeri saranno $aax + bbx$, e x, la somma de' quali è $aax + bbx + x$:

Ma

Ma lo era anche $2abxx$;

Dunque $aax + bbx + x = 2abxx$:

E si ha $\frac{aa + bb + 1}{2 - b} = x$:

Sia $a = 2$, $b = 3$, sarà $x = \frac{7}{6}$,

E i numeri ricercati saranno $\frac{91}{6}$, $\frac{7}{6}$.

PROBLEMA XXXII.

Trovare due numeri tali, che sieno eguali ad un quadrato, e che il loro prodotto, aggiuntavi o sottrattavi la loro somma faccia un quadrato.

Sia di nuovo il prodotto $aaxx + bbxx$, e la somma $2abxx$, e si sono adempiute due condizioni.

Ma poichè la somma deve essere eguale ad un quadrato sia $b = 2a$; e si ha la somma $4aaxx$, e il prodotto $5aaxx$.

Poichè dunque il prodotto è $5aaxx$, i producenti saranno $5aax$, e x;

La somma de' quali è $5aax + x$:

Ma ella era anche $4aaxx$:

Dunque $5aax + x = 4aaxx$;

E si ha $x = \frac{5aa + 1}{4aa}$

Sia $a = 1$, sarà $x = \frac{3}{2}$

E i numeri saranno $\frac{3}{2}$, $\frac{15}{2}$.

PROBLEMA XXXIII.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato di qualsivoglia di loro aggiuntovi il numero che gli seguita dopo faccia un quadrato.

Sia il primo x,

Se al suo quadrato xx si aggiunga $2x + 1$ si fa il quadrato $xx + 2x + 1$;

Sia dunque il secondo $2x + 1$; al cui quadrato $4xx + 4x + 1$ se si aggiunga $4x + 3$, si ha il quadrato $4xx + 8x + 4$;

Sia dunque il terzo $4x + 3$.

Ma

Ma biſogna che il ſuo quadrato $16xx + 24x + 9$ aggiuntovi il primo ſia quadrato:

Onde $16xx + 25x + 9$ deve eſſere = ad un quadrato.

Sia dunque $16xx + 25x + 9 = 16xx - 32x + 16$

E ſi ha $x = \frac{7}{17}$:

Onde i numeri ſaranno $\frac{7}{57}$, $\frac{71}{57}$, $\frac{99}{57}$.

P R O B L E M A XXXIV.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato di qualſivoglia di eſſi ſottratto il numero che gli vien dopo, faccia un quadrato.

Sia il numero primo $x+1$ il cui quadrato $xx+2x+1$:

Onde il ſecondo ſia $2x+1$; e ſi è adempiuto alla prima condizione.

Il quadrato del ſecondo è $4xx+4x+1$;

Sia dunque il terzo $4x+1$:

Ma il ſuo quadrato $16xx+8x+1$ ſottrato il primo è $16xx+7x$; il quale deve eſſere parimenti un quadrato.

Sia dunque $16xx+7x=25xx$:

E ſi ha $x = \frac{7}{9}$.

I tre numeri dunque ſono $\frac{16}{9}$, $\frac{23}{9}$, $\frac{37}{9}$.

P R O B L E M A XXXV.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno aggiuntavi la ſomma di tutti tre faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx+2x+1$:

Se la ſomma di tutti tre ſia $2x+1$ e ſi ponga il primo x, ſi adempie alla prima condizione

La ſomma dunque degli altri due ſarà $x+1$.

Sia il ſecondo z, e ſarà $zz+2x+1=$ al quadrato $zz+4z+4$;

E ſi ha $z = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$.

Il

Il terzo dunque ſarà $\frac{x}{2} + \frac{7}{4}$: il cui quadrato è $\frac{xx}{4} + \frac{7x}{4} + \frac{49}{16}$; il quale aggiuntavi la ſomma di tutti tre $2x+1$ deve eſſere un quadrato.

Dunque $\frac{xx}{4} + \frac{7x}{4} + \frac{49}{16} + 2x + 1$ è uguale ad un quadrato formato dal lato $\frac{x}{2} - 3$;

E ſi ha $x = \frac{79}{12}$

Onde i numeri ſaranno $\frac{158}{24}$, $\frac{61}{24}$, $\frac{121}{24}$.

Altrimenti.

L E M M A.

Se $a - b$ ſi quadri, ſi fa $\frac{aa-2ab+bb}{4}$.

Vi ſi aggiunga ab, ſi ha $\frac{aa}{4} + \frac{ab}{2} + \frac{bb}{4}$, il quale è parimente un quadrato.

Dunque ſe ſi quadri la ſemidifferenza di due numeri, e le ſi aggiunga il prodotto degli ſteſſi numeri ſi ha un quadrato.

Si prenda dunque qualſivoglia numero per eſempio 12, i cui multiplicanti ſieno 3, 4; 2, 6; 1, 12: ſaranno $\frac{1}{4} + 12$; $4 + 12$; $14 + 12$, tre quadrati.

Siano dunque i numeri ricercati $\frac{x}{2}$, $2x$, $\frac{11x}{2}$;

Sia la ſomma de' numeri $12xx$; ognuno de' quadrati aggiuntavi la ſomma ſarà quadrato.

Ma la ſomma de' numeri è $8x$.

Dunque $12xx = 8x$

E ſi ha $x = \frac{2}{3}$

Onde i numeri ricercati ſaranno $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{11}{3}$.

PRO-

PROBLEMA XXXVI.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno, sottrattavi la somma di tutti, faccia un quadrato.

LEMMA.

Se $\frac{a+b}{2}$ si quadri, si ha $\frac{aa}{4}+\frac{ab}{2}+\frac{bb}{4}$:

Si levi ab: si ha di nuovo il quadrato $\frac{aa}{4}-\frac{ab}{2}+\frac{bb}{4}$

Dunque se si quadri la semisomma di due numeri, e da essa si levi il prodotto degli stessi numeri si ha un quadrato.

Si prenda dunque qualunque numero, per esempio 12, che è prodotto da 3, 4; 2, 6; 1, 12; e saranno $\frac{49}{4}-12$, $16-12$, e $\frac{169}{4}-12$ ognuno un quadrato.

Fine del Libro Secondo.

PRENOZIONI

Per l'intelligenza de' Libri seguenti.

Della Equalità duplicata.

Equalità duplicata dicesi quando due Equazioni si hanno da eguagliar ad un quadrato come se si dia $x+2$ da uguagliarsi ad un quadrato, e parimenti $x+3$ da eguagliarsi ad un quadrato.

Sei casi si distinguono di servirsi della equalità duplicata

Primo quando tutti due i membri costano di soli numeri e di radici, ma i numeri sono ineguali, e i coefficienti della radice sono eguali.

Come $x+2$

$x+3$

Ovvero $10x+6$

$10x+54$

Ovvero $x-6$

$x-7$

Ovvero $9-x$

$21-x$

Ovvero $x+6$

$x-12$

L'altro caso è quando non vi si trova se non radici e numeri, ma i coefficienti sono ineguali, e i numeri sono quadrati.

Come $10x+9$

$5x+4$

Ovvero $8x+4$

$6x+4$

Ovvero $36-6x$

$16-x$

Ovvero $36-x$

$16+9x$

Il terzo modo è quando nè i coefficienti sono eguali, nè i numeri sono quadrati, ma i coefficienti sono piani simili.

Come $65 - 6x$

$65 - 24x$

Ovvero $\frac{42}{10} + \frac{52x}{10}$

$\frac{3}{10} + \frac{13x}{10}$

Questo modo si riduce al primo se la ragione di un piano e dell'altro s'esponga pe' suoi quadrati, e i termini d'una delle equazioni si multiplichino per lo quadrato maggiore, e i termini dell'altra per lo quadrato minore.

Così perchè i coefficienti nel primo esempio sono 6, 24; la ragione de'quali è $1 : 4$, si multiplichino i termini della prima equazione per 4, e que' della seconda per 1. e si ha

$$\begin{array}{l} 260 - 24x \\ 65 - 24x \end{array} = \text{ad un quadrato.}$$

Nel secondo esempio poichè i coefficienti sono come $4 : 1.$, ovvero come $100 : 25$, si multiplichino i termini della prima equazione per 25; e i termini della seconda per 100 [per togliere le frazioni] e si ha

$$\begin{array}{l} 30 + 130x \\ 105 + 130x \end{array} = \text{ad un quadrato}$$

Il quarto modo è quando i coefficienti sono diversi, ma i quadrati delle unità sono gli stessi; il qual modo si può ridurre al secondo.

Il quinto modo è, quando nè i coefficienti sono eguali, nè l'unità sono come i quadrati.

Come $2x + 13$

$x + 7$

Ovvero $6x + 25$

$2x + 3$

I quali però sono certi casi speciali, de' quali vedi il Bacheto nel lib. 4. di Diofanto Probl. 25.

Il sesto modo è quando i numeri proposti si compongono diversamente da numeri quadrati, e da unità; e in questo caso si ricercano due condizioni.

La prima, che o i cofficienti de' quadrati, o le unità istesse sieno quadrate.

La seconda che la differenza de' proposti sia Binomia, o Monomia.

Tali sono $$\begin{array}{l} 4xx + 3x - 1 \\ 4xx + 4x - 1 \end{array} = Q.$$

La

La differenza de' quali è x

Ovvero $xx - 12$

$\frac{73x}{2} - 12$

La differenza de' quali è $xx - \frac{73x}{2}$

Ovvero $4xx - x - 4$

$4xx + 15x$

La differenza de' quali è $16x + 4$

Ovvero $xx + x - 1$

$xx - 1$

La differenza de' quali è x.

Quando viene proposta una Equalità duplicata da risolversi, il metodo comune è di prendere la differenza de' proposti, investigare i fattori dalla differenza, e o eguagliare il quadrato della semisomma de' fattori al membro maggiore, o eguagliare il quadrato dalla semidifferenza degli stessi fattori al membro minore, e si ha la radice cercata.

Sia per esempio $$\begin{array}{l} x + 2 \\ x + 3 \end{array} = Q.$$

La differenza è 1; i fattori $\frac{1}{2}$, e 2

La semisomma di fattori $\frac{1}{4} + 1$

Il quadrato della semisomma $\frac{1}{16} + \frac{1}{2} + 1$

Onde $x + 3 = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} + 1$;

E si ha $x = -2 + \frac{9}{16}$

Ovvero perchè la semidifferenza de' fattori è $\frac{3}{4}$, sarà $x + 2 = \frac{9}{16}$

E di nuovo si ha $x = \frac{9}{16} - 2$

Analisi di questo metodo.

Sia la differenza de' quadrati $aa - bb$

Poichè i fattori sono $a + b$, ed $a - b$

La somma de' fattori è $2a$, e la semisomma, a il cui quadrato è aa

La differenza poi de' fattori è $2b$; la semidifferenza b, il cui quadrato è bb.

Sco-

Scolio.

Se nella risoluzione volgare escano numeri negativi, come nell' esempio addotto di sopra, nota il Fermat, che bisogna reiterare l' operazione, e sostituire invece di x una nuova radice accresciuta del valore ritrovato per avere nuovi termini, alla resoluzione de' quali gioverà la nuova Radice.

Così nell' esempio addotto di sopra si faccia $y - \frac{23}{16} = x$

E saranno
$$\begin{array}{l} y + \frac{9}{16} \\ \qquad\qquad = Q \\ y + \frac{25}{16} \end{array}$$

La differenza è 1, i cui fattori sono $\frac{1}{3}$, 3

La semisomma de' fattori $\frac{10}{6}$

Onde $y + \frac{25}{16} = \frac{100}{36}$; onde $y = \frac{100}{36} - \frac{25}{16}$

E $x = \frac{100}{36} - \frac{1}{8}$

Che se in luogo di y si sostituisce $z + \frac{100}{36} + \frac{25}{16}$ si hanno nuove equazioni e nuove radici in infinito, il che s' osserva in tutti i casi.

Della Equalità triplicata.

Dove non bastano l' equalità duplicate, bisogna ricorrere alle triplicate, che è invenzione del Fermat.

Sia
$$\begin{array}{l} x + 4 \\ 2x + 4 = Q \\ 5x + 4 \end{array}$$

Si metta nella prima $yy + 4y = x$

E si ha il quadrato $yy + 4y + 4$

La seconda diventa $2yy + 16y + 4$
E la terza $5yy + 20y + 4$ $= Q$

Che è una equalità duplicata, la quale perchè possa risolversi bisogna che ne' termini d' ogni equazione si dia qualche quadrato.

Siano

Siano
$$\begin{array}{l} 1 + x \\ 1 + 2x = Q \\ 1 + 5x \end{array}$$

Si avrà $x = yy + 2y$

E l' Equazioni sono
$$\begin{array}{l} yy + 2y + 1 \\ 2yy + 4y + 1 = Q \\ 5yy + 10y + 1 \end{array}$$

Ma perchè il primo Trinomio è quadrato, gli altri due si dovranno egguagliare ad un quadrato, e si avrà una equalità duplicata, nella quale secondo il metodo di Diofanto si ha $y = -6$; onde $x = 24$.

Se i quadrati dell' unità sono diversi, lo stesso metodo serve; come se si dicono
$$\begin{array}{l} 1 + x \\ 4 + 3x = Q \\ 9 + 2x \end{array}$$

Ma per averne la soluzione bisogna ridurre le unità allo stesso quadrato, multiplicando ognuno de' quadrati per gli altri due, e si avranno
$$\begin{array}{l} 36 + 36x \\ 36 + 27x = Q \\ 36 + 8x \end{array}$$

Si può anche risolvere l' equalità triplicata quando l' equazioni costano di soli quadrati, e di radici, purchè il coefficiente de' quadrati sia quadrato

Sieno per esempio
$$\begin{array}{l} xx + 2x \\ xx + x = Q \\ xx + 5x \end{array}$$

Si faccia $y = \frac{1}{x}$

E saranno
$$\begin{array}{l} \frac{1}{yy} + \frac{2}{y} \\ \frac{1}{yy} + \frac{1}{y} = Q \\ \frac{1}{yy} + \frac{5}{y} \end{array}$$

Ovve-

Ovvero $2y + 1$

$y + 1 = Q$

$5y + 1$

Che è il primo caso.

Ma poichè y è 24, sarà $x = \frac{1}{24}$

Così se siano $4xx + 2x$

$4xx + 6x = Q$

$4xx + 9x$

Si faccia $y = \frac{1}{x}$

E saranno $2y + 4$

$6y + 4 = Q$

$9y + 4$

In questi col metodo volgare si trova $y = \frac{2080}{2209}$

Onde $x = \frac{2209}{2080}$

Siano in terzo luogo $9xx + 9x$

$9xx + 24x = Q$

$9xx + 72x$

Si ponga $x = \frac{1}{3y}$

E sarano $3y + 1$

$8y + 1 = Q$

$24y + 1$

Ovvero si faccia $9xx = yy$

E saranno $yy + 3y$

$yy + 8y = Q$

$yy + 24y$

Scolio I.

Sia $\left.\begin{array}{l} xx - 2x + 1 \\ 4x + 1 \end{array}\right\} = Q$

Per lo metodo di Diofanto s'ha $x = 2$, e $x = \frac{3}{4}$

Per aver nuove radici si faccia col metodo del Fermat $y + 2 = x$

E saranno $4y + 9$

$yy + 2y + 9 = Q$

E si ha $y = \frac{17}{4}$

Onde $x = \frac{17}{4} + 2$

Di nuovo si faccia $y + \frac{3}{4} = x$

E saranno $4y + 4$

$yy - \frac{y}{2} + \frac{1}{16} = Q$

Dove $y = \frac{72}{280}$; e $x = \frac{72}{280} + \frac{3}{4}$

Se si fa $x + \frac{72}{280} + \frac{3}{4} = x$ nasceranno nuovi termini, e nuove radici.

Ma dee avvertirsi in questo metodo, che la differenza al più dee essere binomia, e se è binomia, non doversi comporre d'unità e d'incognite, ma solamente d'incognite

Siano $\left.\begin{array}{l} 9xx - 21x + 15 \\ 9xx - 48x + 24 \end{array}\right\} = Q$

La differenza è $27x - 9$ che dal metodo del Fermat viene esclusa

Il qual inconveniente spesso si può schifare.

Imperciocchè siano $\left.\begin{array}{l} xx + x + 2 \\ xx + 3x + 3 \end{array}\right\} = Q$

Per lo metodo di Diofanto $x = -2$

Onde se col metodo del Fermat si faccia $y - 2 = x$

Saranno $\left.\begin{array}{l} yy - 3y + 4 \\ yy - y + 1 \end{array}\right\} = Q$

La differenza di questi è $2y - 3$, ovvero $3 - 2y$

Ma per mezzo di queste differenze indarno si cerca una nuova radice

Poichè dunque le unità sono quadrate; si multiplichino i termini della seconda equazione per 4, e si avranno

$\left.\begin{array}{l} yy - 3y + 4 \\ 4yy - 4y + 4 \end{array}\right\} = Q$

La differenza de' quali è $3yy - y$

Di nuovo sieno $xx - 8x + 16$
$$\left.\begin{array}{l} xx - 8x + 16 \\ 3xx - 48x + 64 \end{array}\right\} = Q$$

Per lo metodo di Diofanto $x = 16$

Onde si avrà $y + 16 = x$

E faranno
$$\left.\begin{array}{l} yy + 24y + 256 \\ 3yy + 144y + 1600 \end{array}\right\} = Q$$

La differenza de' quali è $2yy + 120y + 1344$ che è inutile.

Si riducano dunque le unità allo stesso quadrato multiplicando i termini dalla prima equazione per $\frac{1600}{256}$, e si avranno
$$\left.\begin{array}{l} \frac{25yy}{4} + 150y + 1600 \\ 3yy + 144y + 1600 \end{array}\right\} = Q$$

Scolio II.

Nella soluzione dell' Equalità duplicate il Fermat alle volte usa metodi particolari

Sia
$$\left.\begin{array}{l} 25xx + 4x - 6 \\ 9xx + 20x - 6 \end{array}\right\} = Q$$

Il metodo volgare è di ridurre i coefficienti xx all' eguaglianza multiplicando i termini della seconda equazione per $\frac{25}{9}$

Il Fermat prende la differenza che è $16xx - 16x$, di poi stabilisce due fattori tali che la semisomma contenga $5x$, quali sono $8x$, e $2x - 2$, la semisomma de' quali è $5x - 1$, il cui quadrato $= 25xx + 4x - 6$, e si avrà il valore di x

Di nuovo sia da risolversi l' equalità duplicata

$169xx + 5746x + 169$

$xx + 10x + 169$

Secondo il metodo volgare in due maniere si può risolvere questa quistione

Primo, prendendo la differenza de' numeri, che è $168xx + 5736x$, e scegliendo due produttori, uno de' quali contenga 26, cioè il duplo della radice 13.

Secondo, riducendo i coefficienti all' eguaglianza, ciò che si fa multiplicando i termini della seconda per 169, e si hanno

$169xx + 574x + 169$

$169xx + 1690x + 169$

Giu-

Giusta il metodo del Fermat si prende la differenza $168xx + 5736x$, i cui fattori debbono eleggersi

$14x$, e $12x + \frac{2868}{7}$

La semisomma de' quali sarà $13x + \frac{2868}{14}$

Il cui quadrato da eguagliarsi $169xx + 5746x + 169$

Della Equazione quadratica.

Equazione quadratica dicesi quella, nella quale la quantità incognita è elevata ad un quadrato. Come se si dia $xx = 3$: ovvero $xx + 6x = 3$

Tutte l' Equazioni quadratiche si ponno ridurre a quattro formule

I. $xx + 3x + 6 = 0$ II. $xx + 3x - 6 = 0$

III. $xx - 3x + 6 = 0$ IV. $xx - 3x - 6 = 0$

Ovvero universalmente.

$xx + ax + b = 0$

$xx + ax - b = 0$

$xx - ax + b = 0$

$xx - ax - b = 0$

Il quadrato xx dicesi primo termine; il piano ax, il secondo; b il terzo.

Il numero dato a, che multiplica l' incognita x nel secondo termine, dicesi il coefficiente del secondo termine, e il numero dato b, che è libero da ogni incognita, dicesi omogeneo

Per risolvere la prima equazione

Sia $xx + ax = -b$

Aggiungasi da una parte e dall' altra il quadrato aa fatto dalla metà del coefficiente

E si ha $xx + ax + \frac{aa}{4} = b$, ed estratta da una parte e dall'altra la radice s' ha $x + \frac{a}{2} = \pm\sqrt{\frac{aa}{4} - b}$

E finalmente $x = \pm\sqrt{\frac{aa}{4} - b} - \frac{a}{2}$

Se $\frac{aa}{4} - b$ è quadrato, s' ha x rationale; se non è quadrato, x è irrazionale; e se $\frac{aa}{4}$ è minore dell' omogeneo b, allora la radice è immaginaria, e il Problema è impossibile.

La

La regola dunque generale per risolvere tutte l' equazioni quadratiche è, che i due primi termini s' uguaglino all' omogeneo, e s' aggiunga da una parte dall' altra il quadrato del semicoefficiente, ed estratta la radice da amendue le parti s' avrà il valore dell' incognita x.

Sia dunque $xx - 4x + 3 = 0$, sarà $xx - 4x = -3$

Onde $xx - 4x + 4 = 4 - 3$, e $x - 2 \pm 1$

Finalmente $x = \pm 1 + 2$

Cioè $x = 3$, ovvero 1.

Sia in secondo luogo $x + 6x + 18 = 0$

Sarà $xx + 6x = -18$

Onde $xx + 6x + 9 = -9$

E $x + 3 = \pm\sqrt{-9}$

Onde x è immaginaria

Dove anche il primo termine ha il suo coefficiente, si dividano per esso tutti i termini dall' equazione, e l' equazione si ridurrà alle formule sopraddette.

Sia $6xx + 36x + 48 = 0$

Dividendo i termini per 6, sarà $xx + 6x + 8 = 0$

Onde $xx + 6x = -8$

E $xx + 6x + 9 = 1$

Onde si ha $x = \pm 1 - 3$

Si supponga dunque universalmente

$mxx - ax + b = 0$

Sarà $xx - \frac{ax}{m} + \frac{b}{m} = 0$

E $xx - \frac{ax}{m} = -\frac{b}{m}$

Onde $xx - \frac{ax}{m} + \frac{aa}{4mm} = \frac{aa}{4mm} - \frac{b}{m}$

Ovvero riducendo la frazione $\frac{b}{m}$ alla stessa denominazione

$\frac{xx}{m} - \frac{ax}{4mm} + aa = \frac{aa - 4bm}{4mm}$

Perchè dunque x sia razionale, bisogna che $\frac{aa - 4bm}{4mm}$ sia un quadrato, e

per-

perchè il denominatore è quadrato, bisogna che sia quadrato il numeratore.

Dunque $aa - 4bm$ deve esser quadrato:

Ovvero dividendo per 4, $\frac{aa}{4} - bm$ sarà quadrato.

Si faccia dunque un quadrato della metà del coefficiente del secondo termine, dal quale sottraggasi bm, cioè il prodotto dell' omogeneo per lo coefficiente del primo termine; e se il residuo è quadrato, si ha x razionale.

Se l' omogeneo b è affetto del segno contrario, il piano mb deve aggiugnersi al quadrato $\frac{aa}{4}$.

Le quali cose siano dette perchè s' intenda il metodo di Diofanto nella soluzione dell' equazioni quadratiche.

Sia dunque $7xx - 3x - 4 = 0$

E sarà $7xx - 3x = 4$

Onde $28 + \frac{9}{4}$ deve essere un quadrato, perchè x sia razionale.

E sa $\frac{121}{4}$.

Ma se si ha $6xx - 3x - 4 = 0$

Poichè $24 + \frac{9}{4}$ non è quadrato, x non è razionale.

LIBRO TERZO.

PROBLEMA PRIMO.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno di eſſi ſottratto dalla ſomma di tutti tre i numeri faccia un quadrato.

Sia la ſomma di tutti tre $5xx$, dalla quale ſe ſi ſottragga xx, ovvero $4xx$, il reſiduo è ſempre quadrato. Il primo numero dunque ſarà x, il ſecondo $2x$.

Biſogna dunque trovare il terzo, il cui quadrato ſottratto da $5xx$ laſci un quadrato.

Dividaſi dunque 5 in due quadrati che ſiano

$yy + 2y + 1$

$4yy - 8y + 4$

Onde $5yy - 6y + 5 = 5$

E ſi ha $y = \frac{6}{5}$

Onde ſoſtituendo queſto valore, il primo de' due quadrati ſarà $\frac{121}{25}$; la cui radice è $\frac{11}{5}$; il ſecondo ſarà $\frac{4}{25}$; la cui radice è $\frac{2}{5}$.

Sia dunque il terzo $\frac{2x}{5}$

La ſomma di tutti è $\frac{17x}{5} = 5xx$

Onde $x = \frac{17}{25}$

Dunque i numeri ſono $\frac{85}{125}$, $\frac{170}{125}$, $\frac{34}{125}$.

PROBLEMA II.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato della loro ſomma aggiunto a qualſivoglia d'eſſi faccia un quadrato.

Sia il quadrato della ſomma xx

I numeri ricercati $3xx$, $8xx$, $15xx$

La

La ſomma di queſti è $26xx$

Ma lo è anche x

Dunque $26xx = x$

E ſi ha $x = \frac{1}{26}$

Dunque i numeri ricercati ſono $\frac{3,\ 8,\ 15}{676}$

PROBLEMA III.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato della loro ſomma, ſottrattovi qualſivoglia d'eſſi, faccia un quadrato

Sia il quadrato della ſomma $16xx$

I numeri ricercati ſiano $7xx$, $12xx$, $15xx$

La ſomma di queſti è $34xx$;

Ma lo è anche $4x$

Dunque $34xx = 4x$

E ſi ha $x = \frac{2}{17}$

Dunque i numeri ricercati ſono $\frac{28,\ 48,\ 60}{289}$

PROBLEMA IV.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato della loro ſomma ſottratto da qualſivoglia d'eſſi faccia un quadrato.

Sia il quadrato dalla ſomma xx

I numeri ricercati ſieno $2xx$, $10xx$, $5xx$

La ſomma di queſti è $17xx$

Ma lo è anche x

Dunque $17xx = x$

E ſi ha $x = \frac{1}{17}$

Dunque i numeri ricercati ſono $\frac{2,\ 10,\ 5}{289}$

PROBLEMA V.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, i quali preſi a due a due ſuperino l'altro d'un numero quadrato.

Sia

Sia la somma di tutti tre $xx + 2x + 1$

E si ponga il terzo $\frac{xx}{2} + x$: Imperciochè così il primo e il secondo supereranno il terzo dell'unità

La somma dunque del primo e del secondo è $\frac{xx}{2} + x + 1$:

Se il primo si chiami y, il secondo z; sarà $y + z = \frac{xx}{2} + x + 1$

Ma per condizione del problema il secondo e il terzo superano il primo d'un quadrato $\frac{xx}{2} + x + z = y + xx$

Dunque $z = y + \frac{xx}{2} - x$:

Ma si aveva prima $y + z = \frac{xx}{2} + x + 1$;

Dunque $z = \frac{xx}{2} + x + 1 - y$

E perciò $y + \frac{xx}{2} + x = \frac{xx}{2} + x + 1 - y$

E si ha $y = x + \frac{1}{2}$

E in conseguenza $z = \frac{xx}{2} + \frac{1}{2}$

Resta che il primo e il terzo superino il secondo di un quadrato.

Lo superano di $2x$: si faccia dunque $2x$ eguale al quadrato 16, e sarà $x = 8$.

Dunque i numeri ricercati saranno $8\frac{1}{2}$, $32\frac{1}{2}$, 40.

P R O B L E M A VI.

è lo stesso.

P R O B L E M A VII.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, che presi a due a due facciano un quadrato.

Siano tutti tre insieme $xx + 2x + 1$

La somma del primo e del secondo sia xx

Onde

Onde il terzo sarà $2x + 1$

Sia il secondo col terzo $xx - 2x + 1$

E poichè tutti tre insieme sono $xx + 2x + 1$, sottraendo il quadrato di sopra da questo, resta il primo numero $4x$.

Il secondo dunque sarà $xx - 4x$

Resta che il primo col terzo siano uguali ad un quadrato.

Onde $6x + 1$ è uguale ad un quadrato

Sia dunque $6x + 1 = 121$.

E si ha $x = 20$

Dunque i numeri ricercati sono 80, 320, 41.

P R O B L E M A VIII.

è lo stesso.

P R O B L E M A IX.

Trovare tre numeri d'ugual differenza, che presi a due a due facciano un quadrato.

Siano i numeri ricercati a, $a + m$, $a + 2m$.

Saranno per la condizion del Problema

$2a + m$, $2a + 2m$, $2a + 3m$ ognuno uguale ad un quadrato.

Bisogna dunque trovare tre quadrati aritmeticamente proporzionali, i quali siano 961, 1681, 2401

Sottraendo il primo dal secondo si ha $m = 720$, e sottraendo m dal primo si ha $2a = 241$.

Dunque i numeri ricercati saranno

$\frac{241}{2}$, $\frac{241}{2} + 720$, $\frac{241}{2} + 1440$

P R O B L E M A X.

Dato un qualche numero trovarne tre altri tali, che presi a due a due aggiuntovi il numero dato facciano un quadrato, ma che anche la somma de' tre aggiuntovi il numero dato faccia un quadrato.

Sia il numero dato 3

La somma de' due primi sia $xx + 4x + 1$

La somma del secondo e del terzo sia $xx + 6x + 6$

La somma di tutti tre $xx + 8x + 13$

E aggiuntovi 3 a qualunque ſomma ſi ha un quadrato.

Se dalla ſomma di tutti tre ſi ſottragga la ſomma del primo e del ſecondo, reſterà il terzo numero $4x + 1$

Se ſi ſottragga la ſomma del ſecondo e del terzo reſterà il primo $2x + 1$

Sottratto il primo dalla ſomma del primo e del ſecondo reſterà il ſecondo $xx + 2x - 6$.

Reſta che il primo col terzo faccia un quadrato.

Ma fa $6x + 22$: è dunque $6x + 22 = 100$

E ſi ha $x = 13$.

Dunque i numeri ricercati ſaranno 33, 189, 64.

PROBLEMA XI.

Dato un qualche numero trovarne altri tre tali, che preſi a due a due e ſottrattone il numero dato facciano un quadrato; ma che anche la ſomma di tutti tre ſottrattone il numero dato faccia un quadrato.

Sia di nuovo il numero dato 3.

Sia la ſomma de' due primi $xx + 3$

La ſomma del ſecondo e del terzo $xx + 2x + 4$

La ſomma di tutti tre $xx + 4x + 7$

Se dalla ſomma di tutti tre ſi ſottragga la ſomma del primo e del ſecondo reſta il terzo $4x + 4$

Se dalla ſomma del ſecondo e del terzo ſi ſottragga il terzo reſta il ſecondo $xx - 2x$

Finalmente ſe dalla ſomma del primo e del ſecondo ſi ſottragga il ſecondo reſta il primo $2x + 3$

Reſta che il primo col terzo ſottratto 3 faccia un quadrato.

Ma fa $6x + 4$: onde $6x + 4 = 64$

E ſi ha $x = 10$

Dunque i numeri ricercati ſono 23, 80, 44.

PROBLEMA XII.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi un numero dato, faccia un quadrato.

Il numero dato ſia 12.

Sia

Sia il prodotto del primo e del ſecondo aa

Il prodotto del ſecondo e del terzo bb

Se il primo ſi dica aax, ſarà il ſecondo $\frac{1}{x}$, e il terzo bbx

Biſogna dunque trovare due quadrati aa, bb, i quali aggiuntovi 12 facciano un quadrato, e ſono $\frac{1}{4}$, 4

Sarà dunque $aa = \frac{1}{4}$, $bb = 4$

Onde i numeri ricercati ſaranno $\frac{x}{4}$, $\frac{1}{x}$, $4x$

Reſta che il primo e il terzo aggiuntovi 12 facciano un quadrato.

Onde $xx + 12 =$ ad un quadrato, il cui lato ſia $x + 3$.

E ſi ha $x = \frac{1}{2}$

Dunque i numeri ſono $\frac{1}{8}$, 2, 2.

PROBLEMA XIII.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due, e ſottratovi un numero dato, faccia un quadrato.

Sia il numero dato 10.

Sia il prodotto del primo e del ſecondo aa, e il primo ſia aax, l'altro $\frac{1}{x}$

Ma biſogna che $aa - 10$ ſia un quadrato

Onde ſia $aa - 10 = aa - 4a + 4$, e ſi ha $a = \frac{7}{2}$

Il primo numero dunque ſarà $\frac{49x}{4}$, il ſecondo $\frac{1}{x}$

Sia il terzo z:

E poichè il prodotto del ſecondo e del terzo ſottrattovi 10 deve eſſere un quadrato ſia $\frac{z}{x} - 10 = bb$, e ſi ha $z = bbx + 10x$

Reſta che il prodotto del primo per il terzo ſottrattovi 10 ſia quadrato:

Onde $aabbxx + 10aaxx - 10 =$ al quadrato bb

Si ponga $bb + 10 =$ ad un quadrato

E

E sia $bb - 10b + 25$

E sarà $b = \frac{3}{2}$

Sia finalmente $aabbxx + 10aaxx = bb + 10$

E si ha $x = \frac{1}{a}$

I numeri ricercati dunque saranno $a, a, \frac{49}{4a}$

Cioè $\frac{7}{2}\ \frac{7}{2}\ \frac{7}{2}$

Che se $aabbxx + 10aaxx = 4.\overline{bb + 10}$

Allora si fa $x = \frac{2}{a} = \frac{4}{7}$

Onde i numeri sarebbero $\frac{49}{7}, \frac{7}{4}, \frac{49}{7}$

PROBLEMA XIV.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi l'altro numero faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 6x + 9$

Se si ponga il terzo numero 9, sarà $xx + 6x$ il prodotto del primo e del secondo.

Sia dunque il primo x

Sarà il secondo $x + 6$.

Ma bisogna che il prodotto del secondo e del terzo aggiuntovi 9 sia quadrato.

Onde $10x + 54 = Q$.

Bisogna che anche il prodotto del primo e del terzo aggiuntovi il secondo sia un quadrato:

Onde $10x + 6 = Q$. E nasce una duplicata equalità.

La differenza è 48

I fattori 4, 12

La semidifferenza de' fattori 4

Sia dunque $10x + 6 = 16$, e si ha $x = 1$

Dunque i numeri sono 1, 7, 9

PRO-

PROBLEMA XV.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due sottrattavi l'altro numero, faccia un quadrato.

Sia il primo x, il secondo $x + 4$

Il loro prodotto sarà $xx + 4x$

Onde se il terzo sia $4x$, s'adempie una condizione.

Il prodotto del secondo e del terzo è $4xx + 16x$

Il prodotto del primo e del terzo è $4xx$

Bisogna dunque che $4xx + 15xx$ sia un quadrato, e che parimenti $4xx - x - 4$ sia un quadrato; e nasce una duplicata equalità.

La differenza de' quadrati è $16x + 4$

I fattori 4, e $4x + 1$

La semisomma de' fattori $2x + \frac{5}{2}$

Il cui quadrato è

$4xx + 10x + \frac{25}{4} = 4xx + 15x$

E si ha $x = \frac{5}{4}$

Dunque i numeri sono $\frac{5}{4}, \frac{21}{4}, 5$

PROBLEMA XVI.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi il quadrato dall'altro numero, facciano un quadrato.

Sia il numero primo x, l'altro $4x + 4$, il terzo 1

Il prodotto del primo e del secondo è $4xx + 4x$, e aggiuntovi 1, quadrato del terzo si ha un quadrato.

Il prodotto del secondo e del terzo è $4x + 4$, e aggiuntovi xx, quadrato del primo, si ha un quadrato.

Resta che il prodotto del primo e del terzo aggiuntovi il quadrato del secondo sia un quadrato.

Dunque $16xx + 33x + 16 =$ ad un quadrato formato dal lato $4x - 5$;

E

E si ha $x = \frac{9}{73}$.

I numeri dunque saranno 9, 328, 73.

PROBLEMA XVII.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntavi la loro somma faccia un quadrato.

Perchè per il Lemma il prodotto di due quadrati che siano imediatamente prossimi, aggiuntavi la somma di amendue fa un quadrato; siano due numeri 4, e 9, e si adempie alla prima condizione: Imperciocchè 36 + 13 sarà un quadrato.

Sia il terzo numero x;

Bisogna che $10x + 9$ sia un quadrato, e parimenti $5x + 4$, e nasce una duplicata equalità.

La differenza è $5x + 5$

I fattori $x + 1$, e 5:

La semisomma de' fattori $\frac{x}{2} + 3$:

Sarà dunque $\frac{xx}{4} + 3x + 9 = 10x + 9$

E si ha $x = 28$.

Dunque i numeri saranno 4, 9, 28.

PROBLEMA XVIII.

è lo stesso.

PROBLEMA XIX.

Trovare tre numeri, il prodotto de' quali multiplicati a due a due sottrattavi la somma di ambedue facciano un quadrato.

Sia il primo 2, l'altro 3, e la prima condizione è adempiuta.

Sia il terzo x

Dunque $x - 2 = Q$

E $2x - 3 = Q$

La differenza è $x - 1$

I fattori sono 1, e $x - 1$:

La semisomma de' fattori $\frac{x}{2}$;

Onde $\frac{xx}{4} = 2x - 3$

La quale equazione sciolta si ha $x = 6$

Dunque i numeri sono 2, 3, 6.

PROBLEMA XX.

Trovare due numeri il prodotto de' quali aggiuntovi l'uno o l'altro, o aggiuntavi la somma faccia un quadrato.

Sia il prodotto $4xx - x$. Il primo numero sia x per adempiere alla prima condizione.

Il secondo sarà $4x - 1$.

Allora restano da compirsi due de' postulati, cioè che il loro prodotto, aggiuntovi il secondo e tutti due insieme, faccia un quadrato.

Dunque $4xx + 3x - 1 = Q$

E $4xx + 4x - 1 = Q$

La loro differenza è x

I fattori $\frac{1}{4}$, e $4x$

E si ha $x = \frac{65}{224}$

I numeri dunque sono $\frac{65}{224}$, $\frac{36}{224}$.

PROBLEMA XXI.

Trovare due numeri, il prodotto de' quali, sottrattovi l'uno o l'altro, o la somma di ambedue faccia un quadrato.

Sia il prodotto $4xx + 4x$, e sia il secondo $4x$.

Sottratto dunque il secondo si ha un quadrato, e s'è adempiuto alla prima condizione.

Diviso il prodotto per $4x$ si ha il primo $x + 1$.

Ma bisogna che il prodotto sottrattovi il primo, e ambedue facciano un quadrato.

Onde $4xx + 3x - 1 = Q$

E $4xx - x - 1 = Q$

La loro differenza è $4x$,

I fattori sono 1, e $4x$

La semisomma $2x + \frac{1}{2}$;

E si ha $x = \frac{5}{4}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{9}{4}$, 5.

PROBLEMA XXII.

al Libro VI.

PROBLEMA XXIII.

Dato un numero, dividerlo in due numeri, e trovare un quadrato, il quale sottrattavi ciascuna delle due parti del numero diviso faccia un quadrato.

Sia il numero dato 10.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$

Se da questo si sottragga tanto $4x$, quanto $2x + 1$ resta un quadrato.

Siano dunque le parti $4x$, $2x + 1$; la somma delle quali $6x + 1 = 10$;

E si ha $x = \frac{3}{2}$

Dunque le parti sono 6, e 4; e il quadrato 25

PROBLEMA XXIV.

Dato un numero, dividerlo in due numeri, e trovare un quadrato, il quale, aggiuntavi ciascuna delle due parti del numero diviso, faccia un quadrato.

Sia il numero dato 20.

Si

Si ponga il quadrato $xx + 2x + 1$, a questo aggiungasi o $2x + 3$, o $4x + 8$ si ha un quadrato

Si prendano dunque le parti $2x + 3$, $4x + 8$; la somma delle quali $6x + 11 = 20$;

E si ha $x = \frac{3}{2}$

Dunque le parti sono 6, e 14: e il quadrato $\frac{25}{4}$

Fine del Libro Terzo.

LIBRO QUARTO.

PROBLEMA PRIMO.

DAto un numero, dividerlo in due cubi, la somma de' lati de' quali sia data. Sia da dividersi 370 in due cubi, la somma de' lati de' quali faccia 10.

Siano i lati de' cubi $5 + x$, $5 - x$: saranno i cubi

$x^3 + 15xx + 75x + 125$

$x^3 + 15xx - 75x + 125$

La somma de' quali è $30xx + 250 = 370$

E si ha $x = 2$

Dunque i lati de' cubi sono 7, e 3.

Universalmente.

Sia da dividersi a in due cubi, i cui lati facciano b.

Un lato sia $\frac{1}{2}b$; l'altro $\frac{1}{2}b - x$.

I cubi insieme saranno

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{8}b^3 + 3b^2x + 3bx^2 \pm x^3 \\ \frac{1}{8}b^3 - 3b^2x + 3bx^2 - x^3 \end{array}\right\} = \frac{2}{8}b^3 + \frac{bx^2}{2} = \frac{1}{4}b^3 + 3bx^2 = a$$

Dunque $x_2 = \frac{a - \frac{1}{4}b^3}{36}$ che dee essere un quadrato, perchè il Problema si possa sciogliere

PROBLEMA II.

Trovare due numeri d'una data differenza, e i cubi nati da essi abbiano pure una differenza data.

Sia la differenza de' numeri 6;

La differenza de' cubi sia 504.

Siano i lati de' cubi $x + 3$, $x - 3$, e resta la loro differenza 6.

I cubi sono

$x^3 + 9xx + 27x + 27$

$x^3 - 9xx + 27x - 27$

La

La differenza de' quali $18xx + 54 = 504$

E si ha $x = 5$.

Dunque i lati de' cubi sono 8, e 2.

Universalmente.

Sia la differenza de' numeri $2a$, e quella de' cubi b.

Siano i lati $x + a$, $x - a$

I cubi sono $x^3 + 3axx + 3aax + a^3$

$x^3 - 3axx + 3aax - a^3$

La differenza de' quali $6axx + 2a^3 = b$

E' si ha $x = \frac{\sqrt{b - 2a^3}}{6a}$

PROBLEMA III.

Multiplicare un istesso numero per un numero quadrato e per il suo lato e fare che il prodotto del numero per il lato sia un cubo; il prodotto del numero per il quadrato il lato del cubo

Sia il quadrato xx, il cui lato è x

Il numero ricercato sia z.

Dunque $zxx = \sqrt{zx}$, e $z^3x^6 = zx$

Sia $z = \frac{a^3}{x}$;

Sarà $a^6x^3 = a^3$

E si ha $x = \frac{1}{aa}$.

Si ponga dunque $a = 2$

Sarà $x = \frac{1}{4}$, e $z = 32$.

PROBLEMA IV.

Aggiungere un istesso numero a un quadrato, e al suo lato, e fare le stesse cose

Sia il quadrato xx, il cui lato è x.

Il numero ricercato sia z:

Dunque $xx + z = Q$

E $x + z = \sqrt{xx + z}$

Sia $z = 3xx$; e si è adempiuto alla prima condizione.

Si ha anche $3xx + x = \sqrt{4xx} = 2x$

 Dun-

Dunque $x = \frac{1}{3}$

Il quadrato dunque sarà $\frac{1}{9}$, il cui lato è $\frac{1}{3}$

E il numero da aggiugnersi sarà $\frac{1}{3}$.

PROBLEMA V.

Aggiungere a un quadrato e al suo lato un istesso numero, e fare le stesse cose con ordine inverso.

Sia il quadrato xx, la cui radice è x.

Il numero da aggiungersi sia z.

Dunque $xx + z = \sqrt{x + z}$

Sia $z = 4xx - x$;

Sarà $4xx - x = \sqrt{4xx} = 2x$

E si ha $x = \frac{3}{5}$:

Dunque il quadrato sarà $\frac{9}{25}$

E il numero da aggiungersi $\frac{21}{25}$

PROBLEMA VI.

Aggiungere un istesso numero quadrato a un cubo, e ad un quadrato e fare le stesse cose.

Sia il cubo x^3;

Il quadrato $9xx$:

Il numero da aggiungersi $16xx$

Il quale aggiunto al quadrato fa il quadrato $25xx$;

E si è adempiuto alla prima condizione.

Ma bisogna che aggiunto al cubo faccia un cubo.

Onde $x^3 + 16xx = 8x^3$

E si ha $x = \frac{16}{7}$

Dunque il cubo sarà $\frac{4096}{343}$;

Il quadrato $\frac{2304}{49}$:

Il numero da aggiungersi $\frac{4096}{49}$

PROBLEMA VII.

Aggiungere un istesso quadrato a un cubo, e ad un quadrato, e fare le stesse cose con ordine inverso.

Sia il cubo x^3;

Il quadrato x^2

Il quadrato da aggiugnersi $4x^2$.

Per la proposizione $x^2 + 4xx = x^3$:

Onde $x = 1 + 4 = 5$.

Il cubo dunque è 125;

Il quadrato 25.

Il quadrato da aggiugnersi 100.

Il quadrato che si fa dal cubo 125 e dal quadrato 100, è 225; il cui lato è 15.

PROBLEMA VIII.

è lo istesso.

PROBLEMA IX.

Aggiugnere un istesso numero a un cubo e al lato; e fare le cose stesse.

Sia il cubo x^3; il lato x:

Il numero da aggiungersi y,

$x^3 + y = \overline{x+y}^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ per lo Problema IV.

$1 = 3x^2 + 3xy + y^2$ che deve essere un quadrato.

Si faccia un quadrato di $y - 2x$.

Dunque $3x^2 + 3xy + y^2 = y^2 - 4xy + 4xx$;

Dal che nasce $3y + 4y = x^1$;

Onde $y = \frac{1}{7} x$;

Dunque $x = \frac{1}{3}$

Il quadrato dunque ſarà $\frac{1}{9}$, il cui lato è $\frac{1}{3}$

E il numero da aggiugnerſi ſarà $\frac{1}{3}$.

P R O B L E M A V.

Aggiungere a un quadrato e al ſuo lato un iſteſſo numero, e fare le ſteſse coſe con ordine inverſo.

Sia il quadrato xx, la cui radice è x.

Il numero da aggiungerſi ſia z.

Dunque $xx + z = \sqrt{x+z}$

Sia $z = 4xx - x$;

Sarà $4xx - x = \sqrt{4xx} = 2x$

E ſi ha $x = \frac{3}{5}$:

Dunque il quadrato ſarà $\frac{9}{25}$

E il numero da aggiungerſi $\frac{21}{25}$

P R O B L E M A VI.

Aggiungere un iſteſſo numero quadrato a un cubo, e ad un quadrato e fare le ſteſſe coſe.

Sia il cubo x^3;

Il quadrato $9xx$:

Il numero da aggiungerſi $16xx$

Il quale aggiunto al quadrato fa il quadrato $25xx$;

E ſi è adempiuto alla prima condizione.

Ma biſogna che aggiunto al cubo faccia un cubo.

Onde $x^3 + 16xx = 8x^3$;

E ſi ha $x = \frac{16}{7}$

Dunque il cubo ſarà $\frac{4096}{343}$;

Il quadrato $\frac{2304}{49}$:

Il numero da aggiungerſi $\frac{4096}{49}$

P R O B L E M A VII.

Aggiungere un iſteſſo quadrato a un cubo, e ad un quadrato, e fare le ſteſſe coſe con ordine inverſo.

Sia il cubo x^3;

Il quadrato x^2

Il quadrato da aggiugnerſi $4x^2$.

Per la propoſizione $x^2 + 4xx = x^3$:

Onde $x = 1 + 4 = 5$.

Il cubo dunque è 125;

Il quadrato 25.

Il quadrato da aggiugnerſi 100.

Il quadrato che ſi fa dal cubo 125 e dal quadrato 100, è 225; il cui lato è 15.

P R O B L E M A VIII.

è lo iſteſſo.

P R O B L E M A IX.

Aggiugnere un iſteſſo numero a un cubo e al lato; e fare le coſe ſteſſe.

Sia il cubo x^3; il lato x:

Il numero da aggiungerſi y,

$x^3 + y = \overline{x+y}^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ per lo Problema IV.

$1 = 3x^2 + 3xy + y^2$ che deve eſſere un quadrato.

Si faccia un quadrato di $y - 2x$.

Dunque $3x^2 + 3xy + y^2 = y^2 - 4xy + 4xx$;

Dal che naſce $3y + 4y = x$;

Onde $y = \frac{1}{7}x$;

Il qual valore sostituito nell'equazione $1 = 3x^2 + 3xy + y^2$ dà,

$1 = 3x^2 + \frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{49}x^2 = \frac{169x^2}{49}$

Onde $x = \frac{7}{13}$ e $y \frac{5}{13}$.

Il cubo dunque è $\frac{349}{2197}$

Il lato $\frac{7}{13}$

Il numero da aggiungnersi $\frac{1}{13}$, che aggiunto al lato si ha $\frac{8}{13}$, che multiplicato tre volte in sè stesso si fa $\frac{1}{3} \times \frac{343}{2197}$

P R O B L E M A X.

Aggiugnere un istesso numero ad un cubo e al lato, e fare lo stesso con ordine inverso.

Sia il cubo x^3, il lato x

Il numero da aggiugnersi $y^3 - x$

Per la proposizione $y^3 + x - x$ dee essere un cubo fatto dal lato $x^3 + y^3 - x$

Onde $y = x^3 + y^3 - x$;

Ovvero $y + x = y^3 + x^3$

Ovvero $1 = \frac{y^3 + x^3}{y + x}$

Sia $y + x = 2$;

Onde $y = 2 - x$

E $y^3 = 8 - 12x + 6x^2 - x^3$

E $\frac{x^3 + y^3}{y + x} = \frac{8 - 12x + 6x^2}{2} = 4 - 6x + 3x^2$: la cui radice si finga $2 - 4x$.

Onde $4 - 6x + 3x^2 = 4 - 16x + 16x^2$

Dal che nasce $\frac{10}{13} = x$

Onde $y = 2 - x = 2 - \frac{10}{13} = \frac{26 - 10}{13} = \frac{16}{13}$

Onde $x \,.\, y :: \frac{10}{13} \,.\, \frac{16}{13} :: 10 \,.\, 16 :: 5 \,.\, 8$.

E' dunque $5y = 8x$; e $y = \frac{8x}{5}$

$y^3 + x^3 = \frac{512x^3}{125}$

$y^3 + x^3 - x = \frac{637x^3 - 125x}{125} = y = \frac{8x}{5}$

$637x^2 = \frac{8}{5}\,125 + 125 = 8\times25 + 125 = 325$

$x^2 = \frac{325}{637} = \frac{25}{49}$; $x = \frac{5}{7}$

$y^3 - x = \frac{512}{125} \times \frac{125}{343} - \frac{5}{7} = \frac{512}{343} - \frac{5}{7}$

$= \frac{512 - 5\times49}{49\times7} = \frac{512 - 245}{343} = \frac{267}{343}$

P R O B L E M A XI.

Trovare due cubi eguali a' loro lati.

Siano i cubi x^3, y^3: i lati x, y:

Per la proposizione $x^3 + y^3 = x + y$

Ovvero $1 = \frac{x^3 + y^3}{x + y}$

Per lo precedente $y = \frac{8x}{5}$

Onde $y^3 = \frac{512x^3}{125}$

$y^3 + x^3 = \frac{512x^3 + 125x^3}{125} = \frac{637x^3}{125}$

$y^3 + x^3 = y + x = \frac{8}{5}x + x = \frac{13x}{5} = \frac{637x^3}{125}$

Onde $\frac{13}{5} = \frac{637x^2}{125}$,

$13\times25 = 637x^2 = 13\times49x^2$;

$\frac{25}{49} = x^2$;

$\frac{5}{7} = x$

$\frac{8\times5}{5\,7} = y = \frac{8}{7}$

P R O B L E M A XII.

Trovare due cubi, la differenza de' quali sia eguale alla differenza de' lati.

Siano i cubi x^3, y^3 : i lati x, y

Per

Per la proposizione $x^3 - y^3 = x - y$:

Si ponga $x = y + 1$

Onde $y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 = y + 1 - y$, cioè $3y^2 + 3y + 1 = 1$, che dee essere un quadrato.

Si ponga la radice $1 - 2y$:

Dunque $3y^2 + 3y + 1 = 1 - 4y + 4y^2$

Dal che nasce $7 = y$, $8 = x$:

Onde $y = \frac{7}{8}x$

$y^3 = \frac{343x^3}{512}$

$x^3 - y^3 = x^3 - \frac{343x^3}{512} = \frac{169x^3}{512} = x - \frac{7x}{8} = \frac{1}{8}x$;

Onde $\frac{169x^2}{512} = \frac{1}{8}$

$\frac{169 \times 8x^2}{64 \times 8} = 1 = \frac{169x^2}{64}$:

Dal che nasce $\frac{64}{169} = x^2$;

E finalmente $\frac{8}{13} = x$;

$y = \frac{7 \times 8}{13 \times 8} = \frac{7}{13}$

La differenza de' quali è $\frac{1}{13}$, come de' cubi $\frac{512}{2297}$, $\frac{343}{219}$, la differenza de' quali è $\frac{169}{2197} = \frac{13 \times 13}{13 \times 13 \times 3}$

Che è lo stesso che $\frac{1}{13}$

PROBLEMA XIII.

Trovare due numeri tali, che il cubo del maggiore aggiuntovi il minore sia eguale al cubo del minore aggiuntovi il maggiore.

Siano i numeri x, y.

Per la proposizione $x^3 + y = y^3 + x$

Onde $x^3 - y^3 = x - y$,

Dal che è manifesto essere l'istesso che il problema antecedente.

PRO-

PROBLEMA XIV.

Trovare due numeri tali, che ciascheduno d'essi aggiuntavi l'unità faccia un quadrato; come pure la loro somma aggiuntavi l'unità faccia un quadrato; e parimenti la loro differenza aggiuntavi l'unità faccia un quadrato.

Sia il quadrato $9xx + 6x + 1$

E si ponga il primo numero $9xx + 6x$

E soddisfatto alla prima condizione

Sia l'altro $zz - 1$, e s'è soddisfatto alla seconda.

Ma bisogna che $zz - 1 + 9xx + 6x + 1$ sia un quadrato

Onde $zz + 9xx + 6x = Q$

Si cerchi un quadrato, a cui aggiungendovi $9xx + 6x$ faccia un quadrato;

E sia $16xx + 24x + 9$, e si ha $zz = 16xx + 24x + 9$

Onde il secondo numero è $16xx + 24x + 8$

Resta che la differenza de' numeri aggiuntavi l'unità faccia un quadrato.

Ma fa $7xx + 18x + 9$:

Onde $7xx + 18x + 9 = Q$, il cui lato sia $3 - 3x$,

E si ha $x = 18$.

Dunque i numeri ricercati saranno 3024, 5624.

PROBLEMA XV.

Trovare tre numeri la somma de' quali sia eguale alla somma delle loro differenze.

Siano i tre quadrati yy, xx, zz

Dunque $yy + xx + zz = yy - xx + yy - zz + xx - zz = 2yy - zz$.

Dunque la somma di tutti tre è eguale a due volte la differenza del primo e del terzo

Sia dunque il primo $ss + 2s + 1$, il terzo 1;

La differenza è $ss + 2s$

Dunque la somma di tutti tre è $= 2ss + 4s$

Ma la somma del primo è del terzo è $ss + 2s + 2$:

Dunque il secondo sarà $ss + 2s - 2$, il quale bisogna eguagliare ad un quadrato.

Sia

Sia il quadrato del lato $s - 4$

E si ha $s = \frac{9}{5}$

Dunque i quadrati ricercati sono $\frac{196}{25}$, $\frac{125}{25}$, 1

P R O B L E M A XVI.

Trovare tre numeri tali, che presi a due a due e multiplicati nel terzo facciano i numeri dati.

Si voglia che la somma del primo e del secondo nel terzo faccia 35; la somma del secondo e del terzo nel primo faccia 27; la somma del primo e del terzo nel secondo faccia 32.

Siano i numeri ricercati x, y, z

Dunque $\overline{x+y} \cdot z = 35$

$\overline{y+z} \cdot x = 27$

$\overline{x+z} \cdot y = 32$

Dunque $x + y = \frac{35}{z}$

E $y = \frac{35}{z} - x$

Si ponga $x = \frac{a}{z}$

Sarà $y = \frac{35 - a}{z}$

Dunque nella seconda equazione sarà

$\overline{\frac{35 - a}{z} + z} \cdot \frac{a}{z} = 27$

E nella terza

$\frac{35a - aa}{zz} + 35 - a = 32$, ovvero

$\frac{35a - aa}{zz} + 30 - a = 27$

Onde $\overline{\frac{35 - a}{z} + z} \cdot \frac{a}{z} = \frac{35a - aa}{zz} + 30 - a$

E si ha $a = 15$

I nu-

I numeri dunque sono $\frac{15}{z}$, $\frac{20}{z}$, z

E perchè $\frac{35a - aa}{zz} + 30 - a = 27$

Si ha $z = 5$.

Dunque i numeri sono 3, 4, 5.

P R O B L E M A XVII.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, così che il quadrato di ognuno, aggiuntovi il numero che gli vien dietro, faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx - 2x + 1$

Se ad esso si aggiunga $4x$ si fa un quadrato

Si ponga dunque il primo $x - 1$, l'altro $4x$

Sia di nuovo il quadrato $16xx + 8x + 1$

E poichè $16xx$ aggiuntovi $8x + 1$ fa un quadrato.

Sia il numero terzo $8x + 1$

Di nuovo perchè la somma dee essere eguale a un quadrato.

Sia $13x = \overline{13}^2 xx$;

E si ha $x = 13xx$

Si pongano dunque i numeri $13xx - 1$, $52xx$, e $104xx + 1$.

Resta che il quadrato del terzo, aggiuntovi il primo, faccia un quadrato.

Fa $10816x^4 + 221xx$

Ovvero $10816xx + 221$;

Il quale s' uguagli al quadrato del lato $104x + 1$, e si ha $x = \frac{55}{12}$.

Onde i numeri sono $\frac{36621}{3704}$, $\frac{157300}{2704}$, $\frac{317304}{2704}$.

Altrimenti secondo il Fermat.

Sia il primo x, l'altro $2x + 1$, e s'è soddisfatto alla prima condizione:

Se al quadrato del secondo $4xx + 4x + 1$ si aggiunga $4x + 3$, si fa un quadrato.

Sia dunque il terzo $4x + 3$

Re-

Reſta che la ſomma di tutti tre, e il quadrato del terzo aggiuntovi il primo faccia un quadrato.

Onde $7x + 4$

E $16xx + 25x + 9$ $= Q$

La quale è una duplicata equalità.

P R O B L E M A XVIII.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, così che il quadrato d'ognuno, ſottrattovi quello che gli vien dietro, faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$, dal quale ſottrattovi $4x$ ſi fa un altro quadrato.

Sia dunque il primo $x + 1$, il ſecondo $4x$.

Di nuovo ſia il quadrato $16xx - 8x + 1$;

E ſia il terzo $8x - 1$; imperciocchè ſottratto da $16xx$ fa un quadrato.

Ma poichè la ſomma di tutti tre deve eſſere un quadrato

Sia $13x = \overline{13}\,xx$,

E ſi ha $x = 13xx$:

Onde i tre numeri ſaranno $13xx + 1$, $52xx$, $104xx - 1$

Reſta che il quadrato del terzo, ſottrattovi il primo, faccia un quadrato.

Onde $\overline{104}\,x^4 - 221xx = Q$, ovvero $\overline{104}\,xx - 221$

Sia il quadrato dal lato $104x - 1$,

E ſi ha $x = \frac{111}{104}$.

Dunque i numeri ſaranno $\frac{170989,\ 640692,\ 1270568}{10816}$

Altrimenti ſecondo il Fermat.

Sia il primo $x + 1$, l'altro $2x + 1$, il terzo $4x + 1$, e s'è ſoddisfatto a due condizioni. Reſta che

$7x + 3$

E $4xx + 5x + 2$ $= Q$

La quale è una duplicata equalità.

P R O B L E M A XIX.

Trovare due numeri tali, che il cubo del primo aggiuntovi il ſecondo faccia un cubo; e il quadrato del ſecondo aggiuntovi il primo faccia parimenti un quadrato.

Sia il primo x, l'altro $a^3 - x^3$, e ſi è ſoddisfatto alla prima condizione.

Reſta che $a^6 - 2a^3x^3 + x^6 + x$ ſia un quadrato

Sia un quadrato dal lato $a^3 + x^3$

E ſi ha $x = 4a^3x^3$, e $\frac{1}{4xx} = a^3$

Biſogna dunque che a^3 ſia un quadrato cubo

Sia 1, e $x = \frac{1}{2}$

E i numeri ricercati ſaranno $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$.

P R O B L E M A XX.

Trovare tre numeri indefinitamente, che i prodotti di due per due, aggiuntavi l'unità, facciano un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$, e il prodotto del primo e del ſecondo ſia $xx + 2x$, perchè ſi ſoddiſfi alla prima condizione.

Il primo ſia $x + 2$, l'altro ſarà x

Sia di nuovo il quadrato $4xx + 4x + 1$;

E il prodotto del ſecondo nel terzo ſia $4xx + 4x$;

Sarà dunque il terzo $4x + 4$.

Ma poichè il prodotto del primo e del terzo, aggiuntavi l'unità, è $4xx + 12x + 9$, che è quadrato, ſegue che ſi poſſano aver infiniti numeri, e x può prenderſi ad arbitrio.

Sia $x = 1$,

I numeri ſaranno 3, 1, 8.

P R O B L E M A XXI.

Trovar quattro numeri tali, i prodotti de' quali multiplicati a due a due, aggiuntavi l'unità, facciano un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$,

E sia il prodotto del primo e del secondo $xx + 2x$.

Si ponga il primo x, sarà il secondo $x + 2$.

Sia parimenti il quadrato $4xx + 4x + 1$

E il prodotto del primo e del terzo sia $4xx + 4x$

Sarà il terzo $4x + 4$.

Sia in terzo luogo il quadrato $9xx + 6x + 1$,

E il prodotto del primo e del quarto sia $yxx + 6x$,

Sarà il quarto $9x + 6$

Succede che il prodotto del secondo nel terzo, e del terzo nel quarto, aggiuntavi l'unità, sia un quadrato.

Resta dunque che il prodotto del secondo nel quarto aggiuntavi l'unità faccia lo stesso.

Ma è $9xx + 24x + 13$.

Sia dunque eguale a $9xx - 24x + 16$.

E si ha $x = \frac{1}{16}$.

Onde i numeri sono $\frac{1}{16}$, $\frac{33}{16}$, $\frac{68}{16}$, $\frac{105}{16}$.

Altrimenti, secondo il Fermat.

Si cerchino tre numeri tali, che multiplicati a due per due i prodotti loro aggiuntavi l'unità facciano un quadrato; quali sono 3, 1, 5.

Si ponga il quarto x.

Dunque $3x + 1$

$x + 1 = Q$.

$5x + 1$

La quale è una triplicata equalità.

P R O B L E M A XXII.

Trovare tre numeri proporzionali tali, che la differenza di due qualsivoglia sia un numero quadrato.

Siano i numeri x, $x + aa$, $x + aa + bb$

Perchè però la differenza del primo e del terzo sia un quadrato, bisogna che $aa + bb$ sia un quadrato.

Sia dunque $aa = 9$, $bb = 16$, e saranno i numeri x, $x + 9$, $x + 25$.

E

E perchè sono geometricamente proporzionali sarà $xx + 25x = xx + 18x + 81$:

E si ha $x = \frac{81}{7}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{81}{7}$, $\frac{144}{7}$, $\frac{256}{7}$

P R O B L E M A XXIII.

Trovare tre numeri tali, che il solido contenuto sotto d'essi, aggiuntovi qualunque d'essi, faccia un quadrato.

Sia il solido de' tre numeri $xx - 2x$

E sia il primo 1, l'altro $2x$, e due condizioni sono adempiute.

Diviso il solido de' tre per lo prodotto del primo e del secondo $2x$, si ha il terzo $\frac{x}{2} - 1$.

Resta che lo stesso solido, aggiuntovi il terzo, faccia un quadrato.

Dunque $xx - \frac{3x}{2} - 1 = Q$, il cui lato sia $x - 3$,

E si ha $x = \frac{20}{9}$.

I numeri dunque sono 1, $\frac{40}{9}$, $\frac{1}{9}$.

P R O B L E M A XXIV.

Trovare tre numeri tali, che il solido contenuto sotto d'essi, sottrattovi qualunque d'essi, faccia un quadrato.

Sia il solido de' tre $xx + x$

Si ponga il primo x, e la prima condizione s'è adempiuta.

Diviso il solido per x, si averà il prodotto del secondo e del terzo $x - 1$.

Sia dunque il secondo 1, sarà il terzo $x + 1$

Ma bisogna che $xx + x - 1$ sia un quadrato, e lo sia parimenti $xx - 1$:

Onde nasce una duplicata equalità. La differenza è x

I fattori sono $\frac{1}{2}$, $2x$.

La

La semisomma de' fattori è $x + \frac{1}{4}$:

Onde $xx + x - 1 = xx + \frac{x}{2} + \frac{1}{16}$

E si ha $x = \frac{17}{8}$.

I numeri dunque sono $\frac{17}{8}$, 1, $\frac{25}{8}$.

PROBLEMA XXV.

Dato un numero, dividerlo in due numeri tali, che multiplicati tra loro il prodotto sia un cubo sottrattovi il suo lato. Sia il numero dato 6.

Sia il primo numero x, l'altro $6 - x$:

Il prodotto sarà $6x - xx$.

Si faccia un cubo, il cui lato sia $ax - 1$

E il cubo sarà $a^3x^3 - 3aaxx + 3ax - 1$

Da cui se si sottragga il suo lato $ax - 1$

Resta $a^3x^3 - 3aaxx + 2ax = 6x - xx$

Si ponga $6x = 2ax$

E si ha $a = 3$, $x = \frac{26}{27}$

Dunque i numeri sono $\frac{26}{27}$, $\frac{136}{27}$

PROBLEMA XXVI.

Dato un numero, dividerlo in tre numeri tali, che il solido nato da essi sia un cubo, il cui lato sia la somma delle differenze che hanno tra loro presi a due a due. Sia il numero dato 4.

Siano i numeri x, y, z

Dunque $x + y + z = 4$

Sia il solido a^3x^3, il cui lato è ax

Ma poichè la somma di tutte le differenze è dupla della differenza del primo e del terzo, sarà ax la differenza dupla del primo e del terzo.

Sia dunque il primo ax, sarà il terzo $\frac{ax}{2}$.

E poichè diviso il solido per lo prodotto de' due s'ha l'altro, sarà quel di mezzo $2ax$

Ma tutti sono $\frac{7ax}{2} = 4$

Cn-

Onde $x = \frac{8}{7a}$

Posto $a = 8$, si ha $x = \frac{1}{7}$,

E i numeri sono $\frac{8}{7}$, $\frac{16}{7}$, $\frac{4}{7}$

PROBLEMA XXVII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto aggiuntovi qualsivoglia d'essi, faccia un cubo

Sia il primo numero a^3x, il secondo $xx - 1$

Sarà il loro prodotto $a^3x^3 - a^3x$.

Onde aggiuntovi il primo si ha un cubo.

Ma bisogna che s'abbia anche aggiuntovi il secondo.

Dunque $a^3x^3 - a^3x + xx - 1 =$ ad un cubo,

Sia il cubo dal lato $3x - 1$,

E posto $a = 2$, si ha $x = \frac{14}{13}$

I numeri dunque sono $\frac{112}{13}$, $\frac{27}{169}$

PROBLEMA XXVIII.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto, sottrattovi l'uno o l'altro, faccia un cubo.

Sia il prodotto $a^3x^3 + xx$

Sia il secondo xx, sarà il primo $a^3x + 1$,

E sottrattovi il secondo il prodotto è cubo.

Ma deve esserlo anche sottrattovi il primo.

Dunque $a^3x^3 + xx + a^3x - 1 =$ a un cubo, il cui lato sia $ax - 1$,

E si ha $x = \frac{a^3 + 3a}{3aa + 1}$

Posto $a = 2$, si ha $x = \frac{14}{13}$

I numeri dunque sono $\frac{112}{13}$, $\frac{27}{169}$.

P R O B L E M A XXIX.

Trovare due numeri tali, che il loro prodotto, aggiuntovi, o ſottrattavi la loro ſomma, faccia un cubo.

L E M M A.

Diviſo qualunque quadrato in due parti, una dalle quali ſia il ſuo lato, il prodotto di queſte parti, aggiuntavi la loro ſomma, è un cubo.

Imperciocchè ſia xx, le cui parti ſono x, e $xx - x$

Il loro prodotto è $x^3 - x^2$, a cui aggiuntavi la ſomma xx, ſi fa il cubo x^3.

Sia dunque la ſomma de' numeri xx, e i numeri x, e $xx - x$, e s'è ſoddisfatto alla prima condizione.

Reſta che dal loro prodotto ſottratta la ſomma ſi abbia un cubo

Onde $x^3 - 2xx = a^3x^3$

E ſi ha $x = \frac{2}{1 - a^3}$

Si ponga $a = \frac{1}{8}$, ſi ha $x = \frac{1024}{511}$

Onde i numeri ſono $\frac{523264,\ 525312}{261121}$

P R O B L E M A XXX.

è lo iſteſſo.

P R O B L E M A XXXI.

Trovare quattro numeri quadrati, la ſomma de' quali unita alla ſomma de' lati faccia un numero dato. Sia il numero dato 12.

Sia
$$\left.\begin{array}{l} xx + x \\ zz + z \\ yy + y \\ ss + s \end{array}\right\} = 12$$

Poichè ognuno di queſti binomj, aggiuntavi $\frac{1}{4}$ fa un quadrato, ſarà

xx

$$\left.\begin{array}{l} xx + x + \frac{1}{4} \\ zz + z + \frac{1}{4} \\ yy + y + \frac{1}{4} \\ ss + s + \frac{1}{4} \end{array}\right\} = 13$$

Biſogna dunque dividere 13 in quattro quadrati; e poichè ſi divide in due 4, e 9, ſi divida di nuovo [per il Problema VIII, del lib. 2.] 4 in due, e 9 in due, e ſaranno $\frac{64,\ 36,\ 144,\ 81}{25}$, i quali ſono eguali il primo a $xx + x + \frac{1}{4}$, e così gli altri ſucceſſivamente ciaſcheduno al ſuo corriſpondente.

I lati di queſti ſono $\frac{8,\ 6,\ 12,\ 9}{5}$: i quali ſono eguali il primo $ax + \frac{1}{2}$, e così gli altri ſucceſſivamente ciaſcheduno al ſuo corriſpondente;

Onde ſe da ogni alto ſi ſottragga $\frac{1}{2}$ ſi hanno i numeri ricercati

$x = \frac{11}{10}$, $z = \frac{7}{10}$, $y = \frac{19}{10}$, $s = \frac{13}{10}$.

P R O B L E M A XXXII.

Trovare quattro numeri quadrati, la ſomma de' quali, ſottrattavi la ſomma de' lati, faccia un numero dato. Sia il numero dato 4.

Sia
$$\left.\begin{array}{l} xx - x \\ zz - z \\ yy - y \\ ss - s \end{array}\right\} = 4$$

Dunque
$$\left.\begin{array}{l} xx - x + \frac{1}{4} \\ zz - z + \frac{1}{4} \\ yy - y + \frac{1}{4} \\ ss - s + \frac{1}{4} \end{array}\right\} = 5$$

Si

Si divida dunque 5 in quattro quadrati, e sono

$\frac{9,\ 16,\ 64,\ 36}{25}$

I cui lati sono $\frac{3,\ 4,\ 8,\ 6}{5}$

Ad ogni lato vi si aggiunga $\frac{1}{2}$, si avranno i numeri ricercati

$\frac{11,\ 13,\ 21,\ 17}{10}$

PROBLEMA XXXIII.

Dividere l'unità in due numeri tali, che ognuno aggiuntovi un numero dato, e il loro prodotto faccia un quadrato.

I numeri da aggiungersi sieno 3, e 5.

Sia la prima parte x, l'altra $1 - x$

Se alla prima s'aggiunga 3, si ha $x + 3$;

E alla seconda se si aggiunga 5, si ha $6 - x$:

Il loro prodotto sarà $3x + 18 - xx$ da eguagliarsi ad un quadrato.

Sia eguale ad $aaxx$

E si ha $aaxx + xx - 3x = 18$

Per risolvere l'equazione bisogna, che $72aa + 81 = Q$

Sia dunque eguale a un quadrato dal lato $8a + 9$,

E si ha $a = 18$

Onde $3x + 18 - xx = 324xx$,

E si risolve razionalmente, e si ha $x = \frac{78}{325} = \frac{6}{25}$

Dunque i numeri sono $\frac{6}{25}$, $\frac{19}{25}$

PROBLEMA XXXIV.

è lo stesso.

PROBLEMA XXXV.

Dato un numero, dividerlo in tre numeri tali, che il prodotto del primo nel secondo, aggiuntovi o sottrattovi il terzo, faccia un quadrato. Sia il numero dato 6.

Sia

Sia il terzo x, il secondo y, il primo $6 - x - y$

Il prodotto del primo nel secondo è $6y - xy - yy$

Bisogna dunque che
$$\left.\begin{array}{ll} & 6y - yy - xy - x \\ \text{e} & 6y - yy - xy + x \end{array}\right\} = Q$$

E nasce una duplicata equalità.

Ma per risolverla i coefficienti x deggiono essere in ragione de' quadrati

Ma sono $1 - y$, e $-1 - y$

Si faccia dunque $1 - y : -1 - y = 1 : 4$

E si ha $y = \frac{5}{3}$

Si pongano dunque i numeri $\frac{13}{3} - x$, $\frac{5}{3}$, x

Il prodotto del primo nel secondo aggiuntovi il terzo è $\frac{65}{9} - \frac{2x}{3}$

E lo stesso prodotto, sottrattovi il terzo, è $\frac{65}{9} - \frac{8x}{3}$

Onde
$$\left.\begin{array}{ll} & \frac{65}{9} - \frac{2x}{3} \\ \text{e} & \frac{65}{9} - \frac{8x}{3} \end{array}\right\} = Q$$

E multiplicando tutto per 9 s'averà
$$\left.\begin{array}{l} 65 - 6x \\ 65 - 24x \end{array}\right\} = Q$$

E multiplicando la prima equazione per 4, si hanno
$$\left.\begin{array}{l} 260 - 24x \\ 65 - 24x \end{array}\right\} = Q$$

La loro differenza è 195

I cui fattori sono 13, 15.

La semidifferenza de' fattori è 1.

Onde $65 - 24x = 1$

E si ha $x = \frac{8}{3}$.

I numeri ricercati dunque sono $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{3}$

PROBLEMA XXXVI.

Trovare due numeri tali, che se uno prenda dall' altro la stessa parte, o le

stesse

ſteſſe parti, la ragione al reſtante ſia una ragione data. Si voglia che il primo prendendo dal ſecondo qualche parte, o parti ſia tripla del reſtante. E il ſecondo prendendo dal primo la ſteſſa parte, o le ſteſſe parti ſia il quintuplo del reſtante.

Siano i numeri x, e y, e la parte ſimile m

Dunque $x + \frac{y}{m} = 3y - \frac{3y}{m}$

e $y + \frac{x}{m} = 5x - \frac{5x}{m}$

Nella prima $y = \frac{mx}{3m-4}$

Onde nella ſeconda $\frac{mx}{3m-4} = 5x - \frac{6x}{m}$

E levando le frazioni, e dividendo per x

$mm = 15mm - 38m + 24$

Onde $14mm - 38m + 24 = 0$

La riſoluzione di queſta equazione dà $m = \frac{12}{7}$

Si ponga dunque $y = 12$, ſarà $x = 8$.

P R O B L E M A XXXVII.

Trovare due numeri tali indefinitamente che il loro prodotto colla loro ſomma faccia un numero dato. Il numero dato ſia 8.

Siano i numeri x, e y, e ſarà

$xy + x + y = 8$

Onde $y = \frac{8-x}{x+1}$

Sia $x = 3$.

I numeri ſaranno 3; e $\frac{5}{4}$.

P R O B L E M A XXXVIII.

Trovare tre numeri, multiplicati a due a due il cui prodotto aggiuntavi la loro ſomma, faccia tre numeri dati.

Si voglia che il prodotto del primo nel ſecondo aggiuntavi la loro ſomma faccia 8; il prodotto del ſecondo nel terzo aggiuntavi la loro ſomma faccia 15. Finalmente il prodotto del primo nel terzo aggiuntavi la loro ſomma faccia 24.

Siano i numeri x, y, z

Dunque $xy + x + y = 8$

$yz + y + z = 15$

$xz + x + z = 24$

Per la prima $x = \frac{8-y}{y+1}$

Per la ſeconda $x = \frac{15-y}{y+1}$

Dunque la terza è

$$\frac{8-y}{y+1} \times \frac{15-y}{y+1} + \frac{8-y}{y+1} + \frac{15-y}{y+1} = Q$$

E levando le frazioni ſi ha

$25yy + 50y = 119$

Onde $yy + 2y = \frac{119}{25}$

La cui ſoluzione dà $y = \frac{7}{5}$

E perciò $x = \frac{33}{12}$

$z = \frac{17}{3}$

P R O B L E M A XXXIX.

Trovare due numeri indefinitamente, coſicchè il loro prodotto, ſottrattavi la loro ſomma, faccia un numero dato. Il numero dato ſia 8.

Sia il primo x, l'altro ax

Dunque $axx - ax - x = 8$

E $a = \frac{8+x}{xx-x}$

I numeri dunque ſaranno x, e $\frac{8+x}{x-1}$

Onde ſe $x = 2$, i numeri ſaranno 2, 10.

P R O B L E M A XL.

Trovare tre numeri che ſcambievolmente multiplicati, i loro prodotti, ſottrattavi la loro ſomma facciano tre numeri dati.

Si voglia che il prodotto dal primo nel ſecondo, ſottrattavi la loro ſomma, faccia 8; il prodotto del ſecondo nel terzo, ſottrattavi la loro ſomma, faccia 15; & il prodotto del primo nel terzo, ſottrattavi la loro ſomma faccia 24.

Siano i tre numeri x, y, z.

Dunque $xy - x - y = 8$

$yz - y - z = 15$

$xz - x - z = 24$

Per la prima $x = \frac{8 + y}{y - 1}$

Per la ſeconda $z = \frac{15 + y}{y - 1}$

Dunque la terza è

$$\frac{8+y}{y-1} \times \frac{15+y}{y-1} - \frac{8-y}{y-1} - \frac{15-y}{y-1} = Q$$

La ſoluzione della qual equazione dà $y = \frac{17}{5}$

Onde i numeri ſono $\frac{285,\ 204,\ 460}{60}$

PROBLEMA XLI.

Trovare due numeri indefinitamente coſicchè il loro prodotto abbia una data ragione alla loro ſomma. Sia il prodotto triplo dalla ſomma.

Sia il primo x, l'altro ax

Dunque $axx = 3x + 3ax$

E ſi ha $a = \frac{3}{x - 3}$

Onde i numeri ſono $x, \frac{3x}{x - 3}$

Sia $x = 4$; l'altro ſarà 12.

PROBLEMA XLII.

Trovare tre numeri, i prodotti de'quali multiplicati a due a due abbiano alla loro ſomma una data ragione. Sia il prodotto del primo nel ſecondo triplo della loro ſomma; il prodotto del ſecondo nel terzo ſia quadruplo della loro ſomma; e il prodotto del primo nel terzo ſia quintuplo della loro ſomma.

Siano i numeri x, y, x

Dun-

Dunque $xy = 3x + 3y$

$yz = 4y + 4z$

$xz = 5x + 5z$

Per la prima $x = \frac{3y}{y - 3}$

Per la ſeconda $z = \frac{4y}{y - 4}$

Onde la terza ſarà

$$\frac{12yy}{y-3 \cdot y-4} = \frac{15y}{y-3} + \frac{20y}{y-4}$$

Onde ſi ha $y = \frac{120}{23}$

Dunque $x = \frac{360}{51}$

E $z = \frac{480}{28}$

PROBLEMA XLIII.

Trovare tre numeri, che multiplicati ſcambievolmente i prodotti abbiano una data ragione alla ſomma di tutti tre

Siano i numeri, $x, y\ z$. La ſomma S.

E ſia $xy = 3S$

$yz = 4S$

$xz = 5S$

Dunque $y = \frac{3S}{x}$

$z = \frac{4x}{3}$

Dunque $\frac{3S}{x} + \frac{7x}{3} = S$

E ſi ha $7xx - 3Sx = -9S$

Dunque $xx - \frac{3Sx}{7} + \frac{9SS}{196} = \frac{9SS - 252S}{196}$

Per riſolvere l'equazione biſogna dunque che

$9SS - 252S = Q$

On-

Onde sia $9SS - 252\,S = SS$

E si ha $S = 31\,\frac{1}{2}$

Sarà dunque $\frac{189}{2x} + \frac{7x}{3} = \frac{63}{2}$

E risolta l'equazione si ha $x = 9$

I numeri dunque sono 9, $\frac{21}{2}$, 12

La somma de' quali è $\frac{63}{2}$

PROBLEMA XLIV.

Trovare tre numeri tali, che la loro somma multiplicata nel primo faccia un triangolo; multiplicata nel secondo faccia un quadrato; multiplicata nel terzo faccia un cubo.

LEMMA.

Ogni triangolo multiplicato per 8, e aggiuntavi l'unità fa un quadrato.

Sia n il numero d'una serie naturale, ogni triangolo sarà $\frac{nn + n}{2}$. Dunque $\frac{8nn + 8n}{2} + 1 = Q$.

Sia la somma di tre numeri xx

Il primo numero qualsisia triangolo diviso per xx; il secondo qualsisia quadrato, il terzo qualsisia cubo, e siano $\frac{6}{xx}$, $\frac{4}{xx}$, $\frac{8}{xx}$

e tre condizioni sono adempiute.

Ma bisogna che $\frac{18}{xx} = xx$;

Onde $18 = x^4$;

Perciò dee trovarsi un quadrato che abbia per lato un quadrato e che sia composto d'un triangolo, d'un quadrato, e d'un cubo.

Sia il quadrato y^4;

Il quadrato da sottrarsi sia $y^4 - 2yy + 1$.

Fatto dalle radice $y^2 - 1$;

E sottraendolo da y^4 resta $2yy - 1$

Il quale dee contenere un triangolo ad un cubo:

Si sottragga da questa somma qualunque cubo, per esempio 8, resta dunque il triangolo $2yy - 9$.

Ma per il Lemma questo triangolo multiplicato per 8, e aggiuntavi l'unità fa un quadrato.

Dunque $16yy - 71 = Q$; il cui lato sia $4y - 1$;

E si ha $y = 9$.

Onde il triangolo da prendersi sarà 153, il quadrato 6400, il cubo 8

Onde invece de' numeri $\frac{6,\ 4,\ 8}{xx}$

Si pongono dunque i numeri $\frac{153}{xx}$, $\frac{6400}{xx}$, $\frac{8}{xx}$

La somma de' quali $\frac{6561}{xx} = xx$

E si ha $x = 9$

I numeri dunque ricercati sono $\frac{153,\ 6400,\ 8}{81}$

PROBLEMA XLV.

Trovare tre numeri tali, che la differenza del maggiore e del mezzo abbia una data ragione alla differenza del mezzo e del minore; e di più presi a due a due facciano un quadrato. Sia la differenza del maggiore e del mezzo tripla della differenza del mezzo e dal minore.

Siano i numeri $x - a$, x, $x + 3a$; e si sono adempiute tre condizioni.

Ma bisogna che
$$\left.\begin{array}{l} 2x - a \\ 2x + 2a \\ 2x + 3a \end{array}\right\} = Q$$

Sia dunque $2x - a = bb$

E sarà $2x = bb + a$

Onde sostituendo nella seconda e nella terza equazione

$$\left.\begin{array}{l} bb + 3a \\ bb + 4a \end{array}\right\} = Q$$

E nasce una duplicata equalità.

 La

La differenza è a

I fattori sono $\frac{a}{2b}$, e $2b$.

La semisomma de' fattori $\frac{a}{4b}$, e b, il cui quadrato $\frac{aa}{16bb} + \frac{ab}{2b} + bb = bb + 4a$

Posto $bb = \frac{1}{49}$, si ha $a = \frac{8}{7}$

E poichè $2x = bb + a$;

Sarà $x = \frac{bb + a}{2} = \frac{113}{98}$

E i numeri saranno $\frac{1}{98}$, $\frac{113}{98}$, $\frac{449}{98}$

P R O B L E M A XLVI.

Trovare tre numeri tali, che l'eccesso del quadrato del massimo sopra il quadrato del medio abbia una data ragione alla differenza del medio e del minimo; e di più presi a due a due facciano un quadrato. L'eccesso del quadrato del massimo sopra il quadrato del medio sia triplo della differenza del medio e del minimo.

Siano i numeri r, y, z

La somma $r + y = 16xx$

E poichè r è il massimo, sarà maggiore di $8xx$

Sia dunque $8xx + a$; sarà $y = 8xx - a$

Si ponga la somma $r + z = 9xx$

Il terzo dunque $= xx - a$

La differenza de' quadrati massimo e medio è $32axx$,

E la differenza del medio e del minimo è $7xx$

Onde $32axx = 21xx$; e si ha $a = \frac{21}{32}$

Si pongano dunque i numeri $8xx + \frac{21}{32}$, $8xx - \frac{21}{32}$, e $2x - \frac{21}{32}$.

Resta che il secondo col terzo faccia un quadrato.

Onde $9xx - 42 = Q$; il cui lato sia $3x - 6$

E si ha $x = \frac{597}{576}$.

I numeri dunque saranno $\frac{3069000,\ 2633544,\ 138681}{331776}$.

Fine del Libro Quarto.

P O R I S M I

Necessarj all'intelligenza delle cose, che seguono.

P O R I S M A P R I M O.

Fare un triangolo rettangolo di due qualsivoglia numeri.

L E M M A.

Se la differenza de' quadratii $aa - bb$ si quadri, e ad essa si aggiunga il quadrato $4aabb$ si farà il quadrato $a^4 + 2aabb + b^4$, la cui radice è $aa + bb$

Dunque se in un triangolo rettangolo un lato sia la differenza di due quadrati, il prodotto duplo de' lati, l'ipotenusa sarà la somma de' quadrati.

Dati dunque i numeri a e b, si esponga qualunque triangolo per questi lati:

L'Ipotenusa $aa + bb$

Il perpendicolo $aa - bb$

La base $2ab$

Siano dunque i numeri producenti, 1, e 2; sarà il triangolo 5, 4, 3.

Se i numeri siano 2, 3, il triangolo è 13, 5, 12.

P O R I S M A II.

Di due piani simili formare un triangolo.

L E M M A.

Se $mmab - ab$ si quadri, e se gli aggiunga il quadrato $4mmaabb$ si fa un quadrato, la cui radice è $mmab + ab$, cioè la somma de' piani.

Siano dunque piani simili $mmab$, ab, sarà

L'Ipotenusa $mmab + ab$

Il perpendicolo $mmab - ab$

La base $2mab$

Cioè l'ipotenusa è la somma de' piani, il perpendicolo la differenza, la base il duplo del mezzo proporzionale tra' piani.

Siano i piani	8, e 2
L'ipotenusa sarà	10
Il perpendicolo	6
La base	8

P O R I S M A III.

Di due triangoli non simili formarne altri due.

Siano i triangoli a, b, c, A, B, C, de' quali a ed A, sono l'ipotenuse, b e B, i perpendicoli, c e C le basi.

Si multiplichino le ipotenuse tra di loro, e il prodotto sia l'ipotenusa del nuovo triangolo.

Quindi il perpendicolo del primo si multiplichi nella base del secondo, e il perpendicolo del secondo nella base del primo; e la loro somma sia il perpendicolo del terzo.

Finalmente si multiplichino tra di sè i perpendicoli e le basi, e la differenza de' prodotti sarà la base, e si avrà il terzo triangolo.

L'Ipotenusa	Aa
Il perpendicolo	$Bc + bC$
La base	$Bb - Cc$

Si concepisca ora il primo triangolo essere a, c, b, dimodochè c sia il perpendicolo, b la base, sarà il secondo triangolo.

L'Ipotenusa	Aa
Il perpendicolo	$Cc + Bb$
La base	$Bc - Cb$

Dimostrazione.

Imperciocchè essendo $AA = BB + CC$

E $aa = bb + cc$

Sarà $AAaa = \overline{BB + CC} \cdot \overline{bb + cc}$

Ma i quadrati $\overline{Cc + Bb}^2 + \overline{Bc - Cb}^2$

Ovvero $\overline{Bc + bC}^2 + \overline{Bb - Cc}^2$

Sono $\overline{BB + CC} \times \overline{bb + cc}$

Dun-

Dunque $AAaa =$ alla somma di questi quadrati, e conseguentemente è l' Ipotenusa di tali triangoli

Siano dunque i due triangoli	5, 4, 3
	13, 12, 5
Saranno i triangoli ricercati	65, 56, 33
	65, 63, 16

P O R I S M A IV.

Trovare tre triangoli rettangoli tali, che il solido fatto da' perpendicoli al solido fatto dalle basi sieno in ragione d'un numero quadrato ad un numero quadrato.

Sia un triangolo a, b, p; e di a, b, e di a, p si formino due altri triangoli $aa + bb$, $2ab$, $aa - bb$; e $aa + pp$, $2ap$, $aa - pp$. Questi tre triangoli hanno la condizione ricercata. Perciocchè essendo $aa - bb = pp$; ed $aa - pp = bb$, come il solido de' perpendicoli a $4a^2p^2b$, così il solido delle basi è p^2b^3: onde i solidi sono in ragione di $4aap^2b$ a p^2b^3; ovvero dividendo per p^2b sono in ragione di $4a^2$ a b^2, che sono due quadrati.

L I-

LIBRO QUINTO.

PROBLEMA PRIMO.

Trovare tre numeri geometricamente proporzionali, che ognuno di essi sottrattovi un numero dato faccia un quadrato. Sia il numero dato 12.

Si cerchi prima un quadrato, da cui sottratto 12, resti un quadrato; e sia 16, da cui sottratto 12 resta 4.

Sia dunque il primo numero 4, il terzo xx; il medio sarà $2x$.

Ma bisogna, che $2x - 12$
E $xx - 12$ $= Q$

E nasce una duplicata equalità.

La differenza è $xx - 2x$.

I fattori $x - 2$, e x

La semidifferenza de' fattori 1:

Onde $2x - 12 = 1$;

E si ha $x = \frac{13}{2}$

Dunque i numeri saranno 4, 13, $\frac{169}{4}$

PROBLEMA II.

Trovare tre numeri geometricamente proporzionali, che ognuno di loro aggiuntovi un dato numero faccia un quadrato. Sia il numero dato 20.

Siano i numeri aa, ax, xx

E si ponga primieramente $aa + 20 = Q$.

Ma anche $ax + 20$
E $xx + 20$ $= Q$

Onde nasce una duplicata equalità

La differenza è $xx - ax$;

I cui fattori sono x, e $x - a$

La semidifferenza de' fattori è $\frac{a}{2}$

On-

Onde $\frac{aa}{4} = ax + 20$

Bisogna dunque che il quadrato aa, aggiuntovi 20, faccia un quadrato; e di più il suo quadrante deve essere maggiore di 20

Onde l'istesso aa sarà maggiore di 80

Si ponga dunque $a = 9 + y$

Sarà $aa = yy + 18y + 81$

E perchè aggiuntovi di nuovo 20 deve far un quadrato sarà

$yy + 18y + 101 = Q.$, il cui lato sia $y - 11$

E si ha $y = \frac{1}{2}$

Dunque $a = \frac{19}{2}$, e $aa = 90\frac{1}{4}$

Poichè dunque $\frac{aa}{4} = ax + 20$

Sarà $\frac{361}{16} = \frac{19x}{2} + 20$

E si ha $x = \frac{41}{152}$

Dunque i numeri ricercati sono, $90\frac{1}{4}$, $\frac{779}{304}$, $\frac{1681}{3004}$

PROBLEMA III.

Trovare tre numeri tali, che ognuno di loro e il prodotto, che nasce dalla multiplicazione di due per due, aggiuntovi il numero dato, faccia un quadrato. Il numero dato sia 5.

LEMMA.

Siano aa, bb quadrati continuamente prossimi, e si pongano tre numeri $aa - x$, $bb - x$, $2aa + 2bb - 4x - 1$. Dico che multiplicati a due a due aggiuntovi x fanno un quadrato.

La qual cosa perchè si veda, si ponga in vece di bb il quadrato $aa + 2a + 1$, e si multiplichino a due a due, e aggiungasi x.

Si ponga per esempio $a = 2$, $b = 3$, e $x = 2$; saranno i numeri 2, 7, 17; il prodotto de' quali multiplicati a due a due aggiuntovi 2 fa un quadrato.

Siano dunque due quadrati continuamente prossimi $xx + 6x + 9$; e $xx + 8x + 16$; i cui lati sono x 3, $x + 4$

Si

Si ſottragga 5 da amendue i quadrati, e s'ha $xx + 6x + 4$, e $xx + 8x + 11$, che ſaranno i due numeri ricercati.

Ma il terzo ſarà la loro ſomma dupla manco uno, cioè $4xx + 28x + 29$.

E così multiplicati a due a due aggiuntovi 5, per il Lemma, ſarà un quadrato.

Ma anche i due primi aggiuntovi 5 ſono quadrati per la coſtruzione.

Reſta che il terzo aggiuntovi 5 faccia un quadrato. Quindi

$4xx + 28x + 34 = Q$

Sia dunque il lato $2x - 6$; e ſi ha $x = \frac{1}{26}$

Dunque i numeri ſono $\frac{2861,\ 7645,\ 20336}{676}$

PROBLEMA IV.

Dato un numero trovare tre numeri che ognuno di loro e il prodotto, che naſce dalla multiplicazione di due per due, ſottrattovi un numero dato, faccia un quadrato. Sia *6* il numero dato

LEMMA.

Siano aa, bb due quadrati continuamente proſſimi, e ſi pongano tre numeri $aa + x$, $bb + x$, $2aa + 2bb + 21x + 1$:

Multiplicati a due a due e ſottrattovi x ſi faranno tre quadrati.

La dimoſtrazione è la ſteſſa che quella del Lemma antecedente.

Siano dunque due quadrati continuamente proſſimi xx, e $xx + 2x + 1$, a' quali aggiungaſi *6*, e ſi fa $xx + 6$, e $xx + 2x + 7$, che ſaranno i due primi numeri.

Sia il terzo la ſomma dupla de' quadrati ſottrattavi l'unità, cioè $4xx + 4x + 25$; e ſi ſoddisfa a cinque condizioni.

Reſta che il terzo ſottrattovi *6* faccia un quadrato, e ſarà $4xx + 4x + 19 = Q$, il cui lato ſia $2x - 6$

E ſi ha $x = \frac{17}{28}$.

Dunque i numeri ſono $\frac{4704,\ 6729,\ 21260}{784}$

PRO-

PROBLEMA V.

Trovare tre quadrati, che multiplicati a due a due, aggiuntavi o la ſomma de' due, o il terzo, facciano un quadrato.

LEMMA.

Se aa, bb ſono due quadrati continuamente proſſimi, e ſi pongano tre numeri aa, bb, $2aa + 2bb + 2$, il prodotto di due a due, aggiuntavi o la ſomma de' due, o il terzo, fa un quadrato.

Il che perchè ſi veda ſi ſoſtituiſca invece di bb il quadrato di $a + 1$.

Così ſe aa ſia 16, bb 25, i tre numeri 16, 25, 84 averanno le condizioni predette.

Sia dunque un quadrato $xx + 2x + 1$,

E un altro $xx + 4x + 4$, che ſiano i due primi numeri;

Si ponga il terzo $4xx + 12x + 12$, il quale ſia eguale ad un quadrato, o al quadrante di queſto;

E ſarà $xx + 3x + 3$ eguale ad un quadrato, il cui lato ſia $x - 2$

E ſi ha $x = \frac{2}{3}$

I numeri dunque ſono $\frac{26}{9}$, $\frac{64}{9}$, $\frac{196}{9}$

PROBLEMA VI.

Trovare tre numeri tali, che ognuno di loro ſottrattovi due, faccia un quadrato; e il prodotto della multiplicazione ſcambievole di due a due, ſottrattavi o la ſomma de' due, o il terzo, faccia un quadrato.

LEMMA.

Se ſiano due quadrati continuamente proſſimi aa, bb, e ſi pongano $aa + 2$, $bb + 2$, $2aa + 2bb + 4$, ogni prodotto di due a due, ſottrattavi o la ſomma de' due, o il terzo, fa un quadrato.

Si pongano dunque i numeri $xx + 2$, $xx + 2x + 3$, $4xx + 4x + 6$,

E ſi ha ciò che ſi domanda.

Reſta che $4xx + 4x + 4$;

Ovve-

Ovvero $xx + x + 1$ sia eguale ad quadrato, il cui lato sia $x - 2$

E si ha $x = \frac{3}{5}$

Onde i numeri ricercati sono $\frac{59,\ 114,\ 246}{25}$

P R O B L E M A VII.

L E M M A.

Trovare due numeri che multiplicati aggiuntovi il quadrato d'amendue, facciano una somma quadrata

Siano i numeri x, e y

Dunque $xy + yy + xx = Q$

Sia $y = 1$, e sarà $xx + x + 1 = Q$, il cui lato sia $x - 2$

E si ha $x = \frac{3}{5}$.

I numeri dunque saranno $1, \frac{3}{5}$: ovvero in intieri 5, 3.

P R O B L E M A VIII.

Trovare tre triangoli rettangoli, le cui cui aree sieno eguali.

Si cerchino per il Lemma antecedente due numeri, il prodotto de' quali colla somma de' quadrati faccia un quadrato; e siano a, e b; e sia $aa + bb + ab = xx$

Si formino tre triangoli il primo di a e x; il secondo di b e x; il terzo di $a + b$ e di x, e saranno

Il primo $ab + 2aa + bb$

$ab + bb$

$2ax$

Il secondo $ab + aa + 2bb$

$ab + aa$

$2bx$

Il terzo $2aa + 2ab + 2bb$

ab

$2ax + 2bx$

Le

Le aree de' quali saranno eguali.

Siano per esempio i numeri sopradetti 3, 5, il cui prodotto colla somma di quadrati è 49.

I triangoli ricercati saranno 40, 42, 58

27, 70, 74,

15, 112, 113;

La cui area è 840.

P R O B L E M A IX.

Trovare tre numeri tali, che il quadrato d'ognuno, aggiuntavi, o sottrattavi la somma di tutti tre, faccia un quadrato.

L E M M A.

Il quadrato dell'ipotenusa, aggiuntovi, o sottrattovi il quadruplo dall'area, è un quadrato.

Posti i lati a, e b il quadrato dell'ipotenusa è $aa + bb$, il quale, aggiuntovi, o sottrattovi $2ab$, resta un quadrato

Siano dunque i numeri ricercati tre ipotenuse di triangoli, che abbiano una stessa area, e sia la somma de' numeri il quadruplo dell'area istessa, ed il Problema è sciolto.

Poichè dunque tali sono l'ipotenuse de' triangoli sopradetti 58, 74, 113; siano i numeri ricercati $58x$, $74x$, $113x$

Il quadruplo dell'area è $3260xx$, che è eguale alla somma de' numeri $245x$,

E sarà $x = \frac{7}{96}$

I numeri ricercati dunque sono $\frac{406,\ 518,\ 791}{96}$

P R O B L E M A X.

L E M M A.

Dati tre numeri quadrati, trovare tre numeri, che multiplicati a due a due facciano questi quadrati.

Siano tre quadrati 4, 9, 16

E sia

E sia il primo numero x, l'altro $\frac{4}{x}$, il terzo $\frac{9}{x}$; e si sono adempiute due condizioni.

Resta che il prodotto del secondo nel terzo sia 16

Ma è $\frac{36}{xx}$, dunque $\frac{36}{xx} = 16$;

E si ha $x = \frac{3}{2}$.

I numeri ricercati dunque sono $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{3}$, 6

PROBLEMA XI.

Trovare tre numeri che multiplicati a due a due, aggiuntavi o sottrattavi la somma di tutti tre, siano quadrati.

Si cerchino prima tre triangoli che abbiano aree eguali, come sono i sopradetti, e si prendano i quadrati dell'ipotenuse

3364, 5476, 12769

Si cerchino di poi per il Lemma antecedente tre numeri, che multiplicati a due a due facciano gli stessi quadrati, e sono

$\frac{4292}{113}$, $\frac{4181}{29}$, $\frac{3277}{37}$

Onde se aggiungasi, o sottraggasi da questi 3360, che è il quadruplo dell'area, si ha sempre un quadrato.

Siano dunque i numeri ricercati

$\frac{4292x}{113}$, $\frac{4181x}{29}$, $\frac{3277x}{27}$

La somma de' quali è $\frac{32824806x}{121249}$

Ma somma loro posta anche $3360xx$:

Onde $\frac{32824806x}{121249} = 3360xx$

E si ha $x = \frac{32824806}{407396640}$.

PROBLEMA XII.

Dividere l'unità in due parti, e ad ogni segmento aggiungervi un numero dato, e fare un quadrato. Sia il numero dato 6.

Sia

Sia il primo segmento x, sarà l'altro $1 - x$: onde

$x + 6$
e $7 - x$ $= Q$

La somma dunque de' quadrati sarà 13: e perciò 13 si dovrà dividere in due quadrati, ognuno de' quali sia maggiore di 6.

Si divida 13 in due, e ricerchi qual parte, aggiuntovi $\frac{13}{2}$, faccia un quadrato.

Sia dunque $\frac{13}{2} + y = Q$;

E multiplicando per 4, sarà $26 + 4y = Q$

E ponendo $4y = \frac{1}{zz}$, sarà $26zz + 1 = Q$.

Sia il lato $5z + 1$; e si ha $z = 10$

Onde $y = \frac{1}{400}$.

Sia dunque $\frac{13}{2} + \frac{1}{400}$ un quadrato, la cui radice è $\frac{51}{20}$

I quadrati dunque, ne' quali si dee dividere 13, debbano avere i lati prossimi a $\frac{51}{20}$

Ma perchè si divida 13 in due quadrati, bisogna che un lato contenga un binario, l'altro un ternario;

E poichè $\frac{51}{20}$ è l'istesso che $2 + \frac{11}{20}$, e $3 - \frac{9}{20}$: si ponga il primo lato $2 + 11x$; l'altro $3 - 9x$.

La somma de' quadrati è $202xx - 10x + 13 = 13$;

E si ha $x = \frac{5}{101}$.

Sarà dunque la radice d'un lato $\frac{257}{101}$

Quella dell'altro $\frac{258}{101}$.

Altrimenti.

Sia la prima parte x; l'altra $1 - x$

On-

Onde $\begin{array}{l}6+x\\ 7-x\end{array} = Q$

Si faccia $yy - 6y + 3 = x$

E la prima equazione diventa $yy - 6y + y$, che è quadrata.

La seconda equazione diventa $4 + 6y - yy$, la quale si deve egualiare ad un quadrato,

Ma nel determinare y, si dee avvertire che $yy - 6y +$ sia una frazione.

Deve dunque y esser maggiore di 5, e minore di 6,

Si ponga dunque $4 + 6y - yy = 4 - 4ay + aayy$,

E si ha $\frac{6 + 4a}{aa + 1} = y$.

E se si ponga y tra 5 e 6; come per esempio sia $= \frac{57}{10}$; si potrà determinare il coefficiente a per costruire un quadrato cosicchè $yy - 6y + 3$ sia minor dell'unità.

PROBLEMA XIII.

Dividere l'unità, e ad ogni segmento aggiungervi un numero differente dato, e fare due quadrati. Ad un segmento si aggiunga 2, all'altro 6; e si facciano due quadrati.

Sia il primo segmento x, l'altro sarà $1 - x$. Onde

$$\begin{array}{l}6+x\\ \text{e } 3-x\end{array} = Q$$

La somma de' quali 9 poichè è quadrata si può ridurre il Problema a questo di dividere 9 in due quadrati, uno de' quali sia maggiore di 2, e minore di 3.

Siano dunque questi due quadrati yy, $9 - yy$

Bisogna che $9 - yy$ sia equale ad un quadrato di modo chè però yy sia tra 2 e 3.

Si ponga $2 = \frac{288}{144}$; $3 = \frac{432}{144}$

I quadrati intermedj sono $\frac{289}{144}$, e $\frac{361}{144}$

E concepiamo yy maggiore di $\frac{17}{12}$ e minore di $\frac{19}{12}$

Si

Si faccia dunque $9 - yy = 9 - 6ay + aayy$

E si ha $y = \frac{6a}{aa+1}$.

Bisogna dunque, che la frazione $\frac{6a}{aa+1}$ sia maggiore di $\frac{17}{12}$, e minore di $\frac{19}{12}$

Si supponga dunque $= \frac{18}{12}$ ovvero $= \frac{3}{2}$,

E si ha $12a = 3aa + 3$

Onde $aa - 4a = -1$, ed $a = 2 + \sqrt{3}$

Onde a è maggiore di 3, e minore di 4.

Sia dunque $a = \frac{7}{2}$, e $9 - yy = 9 - 21y + \frac{49yy}{4}$; e sarà $y = \frac{84}{53}$

Altrimenti.

Poichè $\begin{array}{l}6+x\\ \text{E } 3-x\end{array} = Q$

Sia $yy - 6y + 3 = x$; e sarà

$$\begin{array}{l}yy - 6y + 9\\ 6y - yy\end{array} = Q$$

La prima equazione è quadratta per la costruzione

Resta che s'eguagli l'altra ad un quadrato.

Onde $6y - yy = Q$

Ma bisogna determinare y di modo che $yy - 6y + 3$ sia una frazione.

Sia dunque $6y - yy = aayy$,

E si ha $y = \frac{6}{aa+1}$

Che se si ponga $\frac{6}{aa+1} = \frac{3}{2}$, sarà $a = \sqrt{3}$

Si ponga dunque il quadrato aa tra 3 e 4,

Ovvero tra $\frac{300}{100}$ e $\frac{400}{100}$

E sia $\frac{361}{100}$

E si ha $y = \frac{600}{461}$

 PRO-

P R O B L E M A XIV.

Dividere l'unità in tre numeri, e ad ognuno aggiugnere un istesso dato numero, e così farlo quadrato. Il numero dato sia 3.

Siano le parti $x, y, z = 1$

E sarà $x + 3$

$y + 3 = Q$

$z + 3$

Onde $x + y + z + 9$ sono tre quadrati,

E perciò $1 + 9$ sono tre quadrati

Bisogna dunque dividere 10 in tre quadrati che ognuno sia maggiore di 3.

Si divida in tre parti eguali che sono $3 + \frac{1}{3}$.

Si cerchi qual parte aggiunta a $3 + \frac{1}{3}$ faccia un quadrato

E questa sia q. Onde $\frac{10}{3} + q = Q$. e multiplicando per 9

$30 + 9q = Q$

E posto $9q = \frac{1}{rr}$

$30 + \frac{1}{rr} = Q$, ovvero $30rr + 1 = Q$

Si faccia un quadrato dal lato $5r + 1$; e si averà $r = 2$; $q = \frac{1}{36}$

Dunque $\frac{10}{3} + \frac{1}{36}$ costituiscono un quadrato il cui lato è $\frac{11}{6}$

Ma questi tre quadrati non fanno 10.

Bisogna dunque trovare tre quadrati che facciano 10.

Tali sono 9, $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$;

I cui lati sono 3, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$ ovvero $\frac{90,\ 24,\ 18}{30}$.

Si prendano dunque i lati de' quadrati che sieno $\frac{11}{6}$, ovvero $\frac{55}{30}$,

E siano $3 - 35x$, $31x + \frac{4}{5}$, $37x + \frac{3}{5}$.

La

La somma di questi è $3555xx - 116x + 10 = 10$;

E si ha $x = \frac{116}{3555}$

P R O B L E M A XV.

Dividere l'unità in tre numeri, e ad ognuno aggiungervi un numero differente dato, e fare tre quadrati: Siano i numeri dati 2, 3, 4;

Siano le parti x, y, z.

E faranno $x + 2$, $y + 3$, $z + 4$ ognuno eguale ad un quadrato.

Onde $x + y + z + 9 =$ a tre quadrati, ovvero $1 + 9 =$ a tre quadrati.

Bisogna dunque dividere 10 in tre quadrati, uno de' quali superi 2, l'altro 3, e il terzo 4.

Ma poichè $x + y + z = 1$, si concepisca ognuno $\frac{1}{3}$

E $2 + \frac{1}{3}$, $3 + \frac{1}{3}$, $4 + \frac{1}{3}$ siano quadrati.

Cerco le parti, le quali aggiunte a questi facciano de' quadrati, e sono $\frac{1}{1296}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{144}$;

E si fanno tre quadrati $\frac{3025}{1296}$, $\frac{121}{36}$, $\frac{625}{144}$.

I cui lati sono $\frac{55,\ 66,\ 75}{36}$

Ma questi insieme non fanno 10.

Bisogna dunque fingere lati di quadrati, che sieno simili ad essi.

Ma 10 si divide in tre quadrati, i cui lati sono 3 $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$

E riducendo alla stessa denominazione si ha

$\frac{540,\ 108,\ 144}{180}$

Ma i lati di sopra ritrovati sono $\frac{275,\ 330,\ 375}{180}$.

Si facciano dunque i lati adeguali e siano

$167x + \frac{3}{5}$

$186x + \frac{4}{5}$

$3 - 166x$;

E si fa la somma de' quadrati

$89710xx - 492x + 10 = 10$

E si ha $x = \frac{246}{44855}$.

I lati ricercati dunque sono $\frac{13599,\ 16338,\ 18795}{8971}$

PROBLEMA XVI.

Dato un numero, dividerlo in tre numeri, che presi a due a due facciano un quadrato. Il numero dato sia 10.

Siano $x + y + z = 10$

$$\text{E poichè}\ \left.\begin{array}{l} x + y \\ x + z \\ y + z \end{array}\right\} = Q$$

Dunque $2z + 2y + 2z = 3Q$

E perciò $20 = 3Q$

Bisogna dunque divider 20 in tre quadrati, ognuno de' quali sia minore di 10.

Facilmente si conosce, che 20 costa di due quadrati; e il primo essendo minore di 10 è idoneo.

Resta che si divida 16 in due quadrati minori di 10, ma maggiori di 6.

Imperciocchè se uno fosse minore di 6, l'altro sarebbe maggiore di 10.

Posto dunque il primo qq, l'altro sarà $16 - qq = 16 - 8aq + aaqq$;

E si ha $q = \frac{8a}{aa+1}$.

Ma bisogna che q sia minore di $\sqrt{10}$, e maggiore di $\sqrt{6}$.

Onde a si trova maggiore di $\frac{7}{3}$, e minore di $\frac{5}{2}$.

Pongasi dunque $\frac{12}{5}$.

Dunque $16 - qq = Q$, il cui lato è $4 - \frac{12q}{5}$

E

E si ha $q = \frac{480}{169}$; cioè un lato d'uno de' quadrati ricercati; e l'altro è $\frac{476}{169}$

Onde i numeri sono $\frac{57122,\ 115200,\ 113288}{28561}$

PROBLEMA XVII.

Dato un numero, dividerlo in quattro uumeri tali, che presi a tre a tre facciano un quadrato. Il numero dato sia 10.

Sia $x + y + z + s = 10$

$$\text{Dunque}\ \left.\begin{array}{l} x + y + z \\ y + z + s \\ z + s + x \\ s + x + y \end{array}\right\} = Q$$

Dunque $3x + 3z + 3y + 3s = 4Q$

Cioè $30 = 4Q$

Si dee dunque dividere 30 in quattro quadrati, ognuno de' quali sia minore di 10.

Ma 30 si divide di sua natura in quattro quadrati 16, 9, 4, 1; due de' quali 9, e 4 sono minori di 10 sono idonei a ciò, che si cerca.

Si dovrà dunque dividere il restante cioè 17 in due quadrati, ognuno de quali sia maggiore di 7, e minore di 10.

Si prenda la metà di 17, cioè $\frac{17}{2}$, e si cerchi qual parte, che ad esso aggiunta faccia un quadrato.

Questa è $\frac{1}{144}$, e si fa il quadrato $\frac{1225}{144}$, il cui lato è $\frac{35}{12}$.

Fingansi dunque i lati de' quadrati ricercati cosicchè tutti due siano $\frac{35}{12}$

E siano $4 - 13x$, $1 + 23x$.

La somma de' quadrati è $17 + 698xx - 58x = 17$

E si ha $x = \frac{29}{349}$

I lati dunque de' quadrati sono $\frac{1019}{349}$, $\frac{1016}{349}$.

I quadrati, ne' quali 30 è diviso, sono 49, 4, 9, $\frac{1038361}{121801}$, e $\frac{1032256}{121801}$

Poichè presi a tre a tre fanno questi quadrati; se da 10 si sottraggano ordinatamente tali quadrati, si troveranno le parti ricercate

E sono 1, 6, $\frac{185754,\ 179649}{121801}$

PROBLEMA XVIII.

Trovare tre numeri tali, che il cubo dalla somma loro, aggiuntovi qualsisia d'essi, faccia un cubo.

Sia la somma de' tre x, il cui cubo è x^3.

E sia il primo $a^3x^3 - x^3$

l'altro $b^3x^3 - x^3$

il terzo $c^3x^3 - x^3$

E le tre condizioni sono dempiute.

La loro somma è $a^3x^3 + b^3x^3 + c^3x^3 - 2x^3 = x$

E si ha $x^2 = \frac{1}{a^3 + b^3 + c^3 - 3}$

Bisogna dunque, che il denominatore di questa frazione sia quadrato; che è lo stesso che trovare tre numeri $a^3 - 1$, $b^3 - 1$, $c^3 - 1$, ognuno de' quali aggiuntovi l'unità facciano un cubo, e la somma de' quali faccia un quadrato.

Siano i lati de' cubi $y + 1$, $2 - y$, e 2

Il primo cubo sarà $y^3 + 3yy + 3y + 1$

Il secondo $8 - 12y + byy - y^3$

Il terzo 8

Se da ogni cubo si sottragga l'unità si hanno i numeri ricercati.

$y^3 + 3yy + 3y$

$7 - 12y + 6yy - y_3$

7

Resta che la loro somma sia quadrata.

Ma la loro somma è $9yy + 14 - 9y$, il quale s'uguagli a $9yy - 24y + 16$;

E si ha $y = \frac{2}{15}$

Il primo dunque de' numeri ricercati sarà $\frac{1538}{3375}$ l'altro $\frac{18577}{3375}$

E il terzo 7.

Si pongano adesso i numeri

$\frac{1538x^3}{3375}$, $\frac{18577x^3}{3375}$, $7x^3$

La somma de' quali è $\frac{43740x^3}{3375} = x$

E si hanno $2916xx = 225$, e $x = \frac{15}{14}$

PROBLEMA XIX.

Trovare tre numeri tali, che il cubo della loro somma, sottrattovi qualsisia d'essi, faccia un cubo.

Sia il cubo della somma x^3

Il primo numero $x^3 - a^3x^3$

Il secondo $x^3 - b^3x^3$

Il terzo $x^3 - c^3x^3$

La loro somma è $3x^3 - x^3 \times a^3 + b^3 + c^3 = x$

E si ha $xx = \frac{1}{3 - a^3 - b^3 - c^3}$

Bisogna dunque trovare tre cubi, la somma de' quali sottratta dal 3. lasci un quadrato.

Se si ponga il quadrato $\frac{9}{4}$ e questo si sottragga dal 3.

Restano $\frac{3}{4}$ da dividersi in tre cubi

Si riducano $\frac{3}{4}$ alla denominazione cubica $\frac{162}{216}$

E si dovrà dividere 162 in tre cubi, uno de' quali è 125,

E resta 37 da dividersi in due.

Ma 37 è la differenza de' due cubi 64 e 27

Onde si potrà dividere in due cubi

Siano i lati $4 - x$, e $ax - 3$.

Saranno i cubi

$64 - 48x + 12xx - x^3$

$a^3x^3 - 9aaxx + 27ax - 27$

La fomma de' quali è

$a^3x^3 - x + 12xx - 9aaxx + 27ax - 48x + 37 = 37$

Che fe $27a = 48$

Sarà $a x^3 - x + 12xx - 9aaxx = 0$

E $a^3x - x + 12 - 9aa = 0$

E fi ha $x = \frac{9aa - 12}{a^3 - 1}$

In quefta maniera fi trovano i lati de' cubi $\frac{40}{91}$ e $\frac{303}{91}$

E i cubi di quefti lati prefi infieme $= 27$.

I tre cubi dunque 225, $\frac{64000}{753571}$, $\frac{27818127}{753571}$ fanno 162;

E dividendo ognuno per 216 perchè fiano

$\frac{125}{216}$, $\frac{64000}{753571 \times 216}$; e $\frac{27818127}{753571 \times 216}$

Si fanno tre cubi, la fomma de' quali è $\frac{3}{4}$

Determinati dunque i coefficienti in quefta maniera

Si ha $x = \frac{2}{3}$;

P R O B L E M A XX.

Trovare tre numeri tali, che il cubo della loro fomma fottratto da qualunque d'effi faccia un cubo.

Si ponga di nuovo il cubo della fomma x^3

E fiano i numeri $a^3x^3 + x^3$

$b^3x^3 + x^3$

$c^3x^3 + x^3$

La fomma di quefti è $a^3x^3 + b^3x^3 + c^3x^3 + 3x^3 = x$

E fi ha $xx = \frac{1}{a^3 + b^3 + c^3 + 3}$

Bifogna dunque trovare tre cubi, i quali aggiuntovi il ternario facciano un cubo.

Sia

Sia y il lato del primo cubo, $3 - y$ del fecondo, 1 del terzo;

Sarà la fomma de' cubi $9yy - 27y + 28$

E aggiungendovi 3, fi faccia $9yy - 27y + 31 = Q$ dal lato $3y - 7$;

E fi ha $y = \frac{6}{5}$

Saranno dunque i lati de' cubi $\frac{6}{5}$, $\frac{9}{5}$, 1

Ora fieno i numeri $\frac{341x^3}{125}$, $\frac{854x^3}{125}$, $2x^3$

La fomma de' quali è $11x^3 + \frac{14x^3}{25} = x$

E fi ha $x = \frac{5}{17}$

P R O B L E M A XXI.

Trovare tre numeri eguali ad un quadrato, così che il cubo della loro fomma, aggiuntovi ognuno di loro, faccia un quadrato

Si ponga la fomma xx, e farà il cubo x^6

Siano i numeri $aax^6 - x^6$

$bbx^6 - x^6$

$ccx^6 - x^6$

E le prime condizioni fono adempiute

Refta che la loro fomma fia eguale a xx

Ma tutti tre infieme fono $\overline{aa + bb + cc - 3}\,.\,x^6 = xx$

Onde $x^4 = \frac{1}{aa + bb + cc - 3}$

Bifogna dunque trovare tre quadrati, da ognuno de' quali fottratta l'unità fi faccia una fomma quadrato-quadrata.

Siano i quadrati $y^4 - 2yy + 1$

$yy + 2y + 1$

$yy - 2y + 1$

I numeri dunque ricercati faranno $y^4 - 2y^2$, $yy + 2y$, $yy - 2y$

La fomma de' quali è y^4.

E in quefta maniera fi fono determinati i coefficienti indefinitamente

Ora prendafi $y = 2$

Saranno i numeri da porfi $63x^6$, $15x^6$, $3x^6$, la fomma de' quali $81x^6 = xx$

E

E si ha $x = \frac{1}{3}$.

I numeri ricercati dunque sono $\frac{63,\ 15,\ 3}{729}$

PROBLEMA XXII.

Trovare tre numeri uguali ad un numero dato, cosicchè il cubo della loro somma, sottrattovi ognuno d'essi aduno aduno, faccia un quadrato

Sia la somma de' numeri 2, e i numeri siano x, y, z

Dunque $8 - x$
$$8 - y = Q$$
$$8 - z$$

Onde $24 - x - y - z = 3\,Q$.

Ma $x + y + z = 2$

Dunque bisogna dividere 22 in tre quadrati, ognuno de' quali sia maggiore di 6, e minore di 8. Perchè se fosse minore di 6, allora x sarebbe maggiore di 2; e perciò i numeri ricercati tutt'insieme non sarebbero 2.

Ma se fosse maggiore di 8, allora i numeri diventerebbero negativi.

Perchè dunque si divida 22 in tre quadrati di questa sorte, si prenda la terza parte che è $\frac{22}{3}$, e si cerchi qual parte ad essi aggiunta faccia un quadrato.

Questa è $\frac{1}{576}$; e si fa un quadrato, il cui lato è $\frac{65}{24}$

Ma si divide 22 in tre quadrati; i cui lati sono $3, 3, 2$.

Si pongano dunque per adequalità i lati de' quadrati ricercati

$3 - 7x$, $3 - 7x$, $2 + 17x$

La somma de' quadrati è $387xx - 16x + 22 = 22$

E si ha $x = \frac{16}{387}$

I lati dunque de' quadrati sono $\frac{1049,\ 1049,\ 1046;}{387}$

I quadrati de' quali sottraendoli aduno aduno da 8 restano le parti ricercate

$\frac{9791,\ 9791,\ 104036}{149769}$

PRO-

PROBLEMA XXIII.

Data una parte, dividerla in tre parti tali, che ognuna sottrattovi il cubo della loro somma faccia un quadrato.

Sia la parte data $\frac{1}{4}$, e sia da dividersi $\frac{1}{4}$ in tre parti come s'è ordinata.

Ogni parte dunque sottrattovi $\frac{1}{64}$ sarà un quadrato:

Perciò sottratti tutti tre $\frac{3}{64}$ saranno tre quadrati.

Ma $\frac{1}{4} = \frac{16}{64}$:

Dunque s'è arrivato a questo che $\frac{13}{14}$ si divida in tre quadrati.

Ma questa parte è composta di due quadrati, che sono $\frac{9}{64}$, e $\frac{4}{64}$

Onde se se ne prenda uno, e sia $\frac{9}{64}$, si dovrà dividere l'altro in due quadrati

Ma si può dividere in $\frac{36,\ e\ 64}{40000}$

I quadrati dunque saranno $\frac{9}{64}$, $\frac{36,\ e\ 64}{40000}$, ad ognuno de' quali se si aggiunga $\frac{1}{64}$ si avranno le parti ricercate $\frac{250,\ 61,\ 89;}{1600}$

La somma delle quali è $\frac{1}{4}$

PROBLEMA XXIV.

Trovare tre numeri tali, che il solido contenuto sotto d'essi, aggiuntovi qualsivoglia d'essi, faccia un quadrato.

Sia il solido xx.

E poichè in ogni triangolo rettangolo il quadrato dell'ipotenusa è uguale a' quadrati de' lati, siano tre triangoli rettangoli, le cui basi sieno a, a, A, i perpendicoli b, b, B,

E

E si pongano i numeri ricercati $\frac{aaxx}{bb}$, $\frac{aaxx}{bb}$, $\frac{AAxx}{BB}$, e ognuno aggiuntovi il solido xx si faccia quadrato.

Resta che il solido di questi numeri sia eguale a xx.

Onde $\frac{aaaaAAx^6}{bb\,bb\,BB} = xx$,

Ed estraendo la radice si ha $\frac{aaAx^3}{bbB} = x$

Onde $\frac{aaA}{bbB} = \frac{1}{xx}$

Bisogna dunque tre triangoli rettangoli, ne' quali il solido delle basi sia al solido de' perpendicoli come un quadrato a un quadrato

Ma questo si fa per lo Porisma quarto

Imperciocchè sia il triangolo primo 3, 4, 5;

Saranno gli altri due

9, 4, 41

8, 15, 17

Ne' quali il solido sotto i perpendicoli è al solido sotto le basi come 100 a 9.

Si pongano dunque i numeri ricercati $\frac{9xx}{16}$, $\frac{81xx}{1600}$, $\frac{64xx}{225}$

Il solido contenuto sotto di questi è $\frac{46656x^6}{57600} = xx$

E si ha $x = \frac{10}{3}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{25}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{256}{81}$

P R O B L E M A XXV.

Trovare tre quadrati tali, che il solido contenuto sotto d'essi, sottrattovi qualsivoglia d'essi, faccia un quadrato.

Siano tre triangoli rettangoli, i cui perpendicoli siano bbB l' ipotenuse ddD

E si pongano i numeri $\frac{bbxx}{dd}$, $\frac{bbxx}{dd}$, $\frac{BBxx}{DD}$

Imperciocchè così ognuno sottrattovi il solido xx saranno quadrati:

Resta che il loro solido sia eguale a xx

Dun-

Dunque $\frac{bbbbBBx^6}{ddddDD} = xx$

E si ha $\frac{bbB}{ddD} = \frac{1}{xx}$

Bisogna dunque trovare tre triangoli, che il solido sotto i perpendicoli sia al solido sotto le basi in ragione di quadrato a quadrato.

E questo si fa per il Porisma: e sono i triangoli

5, 4, 3

13, 5, 12

65, 63, 16

Ne' quali il solido sotto l'ipotenuse è al solido sotto le basi come 4225 576.

Si stabiliscano dunque i numeri ricercati $\frac{9xx}{25}$, $\frac{144xx}{169}$, $\frac{256xx}{4225}$

Il solido contenuto sotto e' essi è $\frac{331776x^6}{17850625} = xx$

E si ha $x = \frac{65}{24}$

Dunque i quadrati ricercati sono $\frac{169}{64}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{4}{9}$

P R O B L E M A XXVI.

Trovare tre quadrati tali, che il solido contenuto sotto d'essi sottratto da qualsivoglia d'essi faccia un quadrato.

Si prendano le stesse frazioni con ordine inverso, e siano i quadrati ricercati $\frac{25xx}{9}$, $\frac{169xx}{144}$, $\frac{2225xx}{256}$, e sottraendovi da ognuno xx resteranno quadrati.

Il solido sotto i tre è $\frac{17850625x^6}{331776} = xx$

E si ha $x = \frac{24}{63}$

Dunque i numeri ricercati sono $\frac{64}{169}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{4}$

P R O B L E M A XXVII.

Trovare tre quadrati tali, che multiplicati a due a due i prodotti, aggiuntavi l'unità, siano quadrati.

Essen-

Essendosi per lo Problema 24 trovati tre quadrati, il cui solido aggiuntovi qualsivoglia d'essi faccia un quadrato, si vede che gli stessi sono anche tali, che il loro prodotto di due a due, aggiuntavi l'unità fa un quadrato

Imperciocchè siano tre quadrati aa, bb, cc, quali si cercano nel Problema 24.

Sarà dunque $aabbcc + aa$ un quadrato.

Dnnque $bbcc + 1$ sarà pure un quadrato.

I numeri dunque saranno come sopra $\frac{25}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{256}{81}$

P R O B L E M A XXVIII.

Trovare tre quadrati tali, che multiplicati a due a due i prodotti, sottrattavi l'unità, sieno quadrati

Si suppongano tre quadrati aa, bb, cc, cosicchè il solido sotto tutti tre $aabbcc$, sottrattovi qualsivoglia d'essi, faccia un quadrato; sarà $aabbcc - aa$ un quadrato:

Onde anche $bbcc - 1$.

I numeri dunque saranno gli stessi che nel Problema 25, cioè $\frac{169}{64}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{4}{9}$.

P R O B L E M A XXIX.

Trovare tre quadrati tali, che multiplicati a due a due i prodotti sottratti dall' unità siano quadrati.

Se siano i quadrati aa, bb, cc, cosicchè il loro solido sottratto da qualsivoglia d'essi faccia un quadrato, sarà anche un quadrato, se il prodotto di due a due si sottragga dall' unità.

Imperciocchè sieno aa, bb, cc, e sia $a - aabbcc$ un quadrato anche $1 - bbcc$ sarà un quadrato.

I numeri dunque del Problema 26, cioè $\frac{64}{169}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{4}$ serviranno anche a questo Problema

P R O B L E M A XXX.

Dato un numero, trovare tre numeri quadrati, che presi a due a due aggiunto il numero dato, faccia un quadrato. Sia il numero dato 15.

Dun-

Dunque $xx + yy + 15$
$yy + zz + 15 = Q$
$xx + zz + 15$

Si ponga $xx = 9$

Dunque $yy + 24$
$yy + zz + 25 = Q$
$zz + 24$

Bisogna dunque trovare due quadrati, i quali, aggiuntovi 24, facciano due quadrati, e di più aggiuntovi 15 alla loro somma si faccia un quadrato.

Prendiamo dunque i numeri fattori di 24, che sieno lati d'un triangolo rettangolo.

Tali sono $\frac{3}{x}$ e $8x$, $\frac{4}{x}$ e $6x$:

Le semidifferenze de' quali sono $4x - \frac{3}{2x}$, e $3x - \frac{2}{x}$; i cui quadrati aggiuntovi 24 diventaranno quadrati, e si è soddisfatto a due condizioni.

Resta che alla loro somma aggiuntovi 15, si faccia un quadrato.

Ma si fa $\frac{25}{4xx} + 25xx - 9$;

S'uguagli dunque a $25xx$:

E si ha $x = \frac{3}{6}$

I lati dunque de' quadrati sono $\frac{1}{10}$ e $\frac{23}{15}$

E i quadrati ricercati sono 9, $\frac{1}{100}$, $\frac{529}{225}$.

Scolio.

Ma bisogna che i fattori siano lati d'un triangolo rettangolo; imperciocchè, prendendo i quadrati formati da essi si averanno termini quadrati, e perciò facilmente si potrà risolvere l'equazione.

P R O B L E M A XXXI.

Dato un numero, trovare tre quadrati, i quali presi a due a due, sottrattovi il numero dato, sieno quadrati. Sia il numero dato 13

Dun-

Dunque $xx + yy - 13$

$yy + zz - 13 = Q$

$zz + xx - 13$

Si ponga $xx = 25$, e

$yy + 12$

$yy + z - 13 = Q$

$zz + 12$

Bisogna dunque cercare due quadrati, i quali, aggiuntovi 12, fieno quadrati; e la cui somma, sottrattovi 13, sia parimenti quadrata.

Sieno i fattori 3, e 4

E siano i lati de' quadrati $\frac{3x}{24} - \frac{2}{x}$, e $2x - \frac{3}{2x}$: e ognuno di questi quadrati, aggiuntovi 12, fa un quadrato.

Resta che tutti due insieme, sottrattovi 13, facciano un quadrato.

Ma fanno $\frac{25xx}{4} + \frac{25}{4xx} - 25 = \frac{25}{4xx}$

E si ha $x = 2$.

Saranno dunque i quadrati 25, 4, $\frac{169}{16}$.

Scolio.

E'da avvertirsi anche qui, che i fattori siano lati d'un triangolo circa un retto; perchè la somma di que' quadrati faccia termini quadrati.

PROBLEMA XXXII.

Trovare tre quadrati tali, che il composto de' quadrati degli stessi faccia un quadrato.

Siano i quadrati xx, yy, zz. Dunque $x^4 + y^4 + z^4 = Q$.

Sia $= x^4 - 20\,xx + 10$;

E si ha $\frac{10 - y^4 - z^4}{20} = xx$

Onde si dee trovare un coefficiente, dal cui quadrato, se si sottraggano i quadrati de' due quadrati ricercati, il residuo sia al coefficiente duplo, come quadrato a quadrato. Si ponga il coefficiente $yy+4$, e si pongano due de' quadrati ricercati yy, 4.

Se

Se dal quadrato del coefficiente si sottraggano i loro quadrati resta $8yy$

Dunque $8yy$ a $2yy + 8$ deve esser in ragion di quadrato a quadrato:

Lo farà dunque anche $4yy$ a $yy + 4$

Ma $4yy$ è quadrato; bisogna dunque, che $yy + 4$ sia un quadrato

Sia il lato $y + 1$,

E si ha $y = \frac{3}{2}$

Ricorriamo dunque al proposto da principio, e due de' quadrati ricercati siano $\frac{9}{4}$, e 4, ovvero 9, e 16; sarà $x^4 + 81 + 256 = x^4 - 50x^2 + 625$.

Questi sono eguali al quadrato fatto dal lato $xx - 25$;

E si ha $x = \frac{12}{5}$.

Dunque i quadrati cercati sono $\frac{144}{25}$, 16, 9.

Fine del Libro Quinto.

LIBRO SESTO.

PROBLEMA PRIMO.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'ipotenusa, sottrattovi l'uno o l'altro de' lati, faccia un cubo.

Sia il triangolo ricercato da' due numeri x, e y

Cioè sia l'ipotenusa $xx + yy$

La base $xx - yy$

Il perpendicolo $2xy$

L'Ipotenusa, sottratta la base, fa $2yy$

Onde $2yy =$ a un cubo $= y^3$

E si ha $y = 2$

Sarà dunque il triangolo $xx + 4$

$xx - 4$

$4x$

Ma l'ipotenusa, sottrattovi il perpendicolo, dee fare un cubo

Dunque $x^2 - 4x + 4 =$ ad un cubo

Ma poichè il primo membro dell'equazione è quadrato, anche la sua radice si potrà uguagliare ad un cubo.

Sia dunque $x - 2 = 8$

E si ha $x = 10$;

Onde il triangolo ricercato è 104

96

40.

PROBLEMA II.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'ipotenusa, aggiuntovi l'uno o l'altro de' lati, faccia un cubo.

Sia di nuovo del triangolo ricercato

L'ipotenusa $xx + yy$

La base $xx - yy$

Il perpendicolo $2xy$

L'Ipotenusa colla base $= 2xx$

Onde $2xx =$ a un cubo $= 8$

E si ha $x = 2$

Dunque il triangolo sa $4 + yy$

$4 - yy$

$4y$

Ma bisogna, che $4 + 4y + yy =$ ad un cubo, ovvero $2 + y =$ ad un cubo.

Ma y deve essere minore di 2

Dunque il cubo deve essere minore di 4, ma anche maggiore di 2.

Deve dunque essere tra 4 e 2.

Riducansi dunque 4 e 2 alla stessa denominazione cubica, e siano $\frac{32}{8}$, $\frac{16}{8}$; tra' quali v'è il cubo $\frac{27}{8}$.

Sia dunque $y + 2 = \frac{27}{8}$;

E si ha $y = \frac{11}{8}$

Si faccia dunque un triangolo di 2 e $\frac{11}{8}$, ovvero di 16 e 11.

PROBLEMA III.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che la sua area, aggiuntavi il numero dato 5, faccia un quadrato.

Sia il triangolo $3x$, $4x$, $5x$

L'area è $6xx$

Onde $6xx + 5 = Q$

E $\frac{Q - 6xx}{5} = 1$

Bisogna dunque trovare un quadrato e l'area d'un triangolo tali, che la loro differenza sia la quinta parte d'un quadrato.

Sia il nuovo triangolo da' numeri y, e $\frac{1}{y}$,

E sia $yy + \frac{1}{yy}$

$yy - \frac{1}{yy}$

2

Onde l'area sarà $yy - \frac{1}{yy}$

Sia il lato del quadrato $y + \frac{10}{y}$

E si ha il quadrato $yy + 20 + \frac{100}{yy}$

Onde sottratta l'area resta $\frac{101}{yy} + 20$, che è la quinta parte d'un quadrato.

Onde $\frac{505}{yy} + 100 = Q$, ovvero $505 + 100yy = Q$

Sia il lato $10y + 5$, e si ha $y = \frac{24}{5}$

Si formi dunque il triangolo di $\frac{24}{5}$ e $\frac{5}{24}$, e si multiplichino i lati per x e farà il nuovo triangolo

$\frac{332401x}{14400}$, $\frac{331151x}{14400}$, $2x$

La sua area, aggiuntavi $5 = \frac{331151xx}{14400} + 5 = Q = \overline{y + \frac{10}{2}}^2 \times xx = \frac{682276xx}{14400}$;

E si ha $x = \frac{24}{53}$

P R O B L E M A IV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, sottrattovi il numero 6, faccia un quadrato.

Sia di nuovo il triangolo $3x$, $4x$, $5x$, la cui area è $6xx$.

Onde $6xx - 6 = Q$; e $6xx - Q = 6$

Bisogna dunque trovare un triangolo e un quadrato, che sottratto dall'area dallo stesso triangolo dia la sesta parte del quadrato.

Sia il nuovo triangolo da y e $\frac{1}{y}$

E il lato del quadrato sia $y - \frac{3}{y}$

Sarà il quadrato $yy - 6 + \frac{9}{yy}$

Che

Che sottratto dall'area $yy - \frac{1}{yy}$ resta $6 - \frac{10}{yy}$ sesta parte d'un quadrato.

Onde $36 - \frac{60}{yy} = Q$, ovvero $36yy = 60 = Q$

Sia il quadrato dal lato $6y - 2$

E si ha $y = \frac{8}{3}$

Si prendano dunque i lati del triangolo

$\frac{4177x}{576}$, $\frac{4015x}{576}$, $2x$

La cui area è $\frac{4015xx}{576}$

Dunque $\frac{4015xx}{576} - 6 = \frac{1369xx}{576}$

E si ha $x = \frac{8}{7}$

P R O B L E M A V.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che il numero dell'area sottratto da 10 faccia un quadrato

Sia il triangolo $3x$, $4x$, $5x$.

Onde $10 - 6xx = Q$, e $10 = Q + 6xx$

Bisogna dunque trovare un quadrato e un'area di un triangolo, la cui somma sia la decima parte d'un quadrato

Sia il triangolo $yy + \frac{1}{yy}$

$yy - \frac{1}{yy}$

2

Sia il quadrato $25yy + 10 + \frac{1}{yy}$

Che, aggiuntavi l'area, fa $26yy + 10$; e questa è la decima parte d'un quadrato.

Onde $260yy + 100$ sarà Q, ovvero $65yy + 25$

Sia eguale a $25 + 80y + 64yy$;

E si ha $y = 80$.

Sia dunque il triangolo da 80, e $\frac{1}{80}$, e si multiplichino i lati per x

E si ha $x = \frac{1}{129}$

PROBLEMA VI.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, aggiuntovi un lato, faccia 7

Sia di nuovo il triangolo $3x$, $4x$, $5x$

E si ha $6xx + 3x = 7$

Ma x è irrazionale.

Bisogna dunque trovare un triangolo tale, che il numero dell'area multiplicato per 7, e aggiuntovi il quadrato della metà d'un lato, faccia un quadrato.

Sia dunque un lato y, l'altro 1; l'area sarà $\frac{y}{2}$

Onde $\frac{7}{2}y + \frac{1}{4} = Q$, ovvero $14y + 1 = Q$

Ma perchè vogliamo un triangolo razionale, sarà l'ipotenusa razionale: onde $yy + 1 = Q$;

E si ha una duplicata equalità

La differenza è $yy - 14y$

I fattori y, $y - 14$.

La semidifferenza de' fattori 7:

Onde $14y + 1 = 49$

E si ha $y = \frac{24}{7}$

Sia dunque un triangolo, i cui lati siano $\frac{24x}{7}$, e x; o togliendo le frazioni $24x$, e $7x$;

E sarà l'ipotenusa $25x$

L'area è $84xx$;

La quale, aggiuntovi un lato, diventa $84xx + 7x = 7$

E

E si ha $x = \frac{1}{4}$

I lati dunque del triangolo ricercato sono 6, $\frac{7}{4}$, $\frac{25}{4}$,

Ovvero in intieri 24, 7, 25.

PROBLEMA VII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, sottrattovi un lato, faccia 7.

Posto il triangolo $3x$, $4x$, $5x$, si ha $6xx - 3x = 7$

E di nuovo deve trovarsi un triangolo tale, che il settuplo dell'area, aggiuntovi il quadrato della metà del lato, faccia un quadrato, e dalle cose dette è 24, 7, 25.

Si faccia dunque un triangolo nuovo $24x$, $7x$, $25x$, la cui area è $84xx$

Onde $84xx - 7x = 7$

E si ha $x = \frac{1}{3}$

Sarà dunque il triangolo ricercato in intieri 24, 7, 25

PROBLEMA VIII.

Trovare un triangolo tale, che l'area, aggiuntivi tutti due i lati, faccia un numero dato. Il numero dato sia 6.

Sia $3x$, $4x$, $5x$.

Dunque $6xx + 7x = 6$

Bisogna dunque trovare un triangolo tale, che il quadrato dalla metà della somma de' lati, aggiuntovi il settuplo dell'area sia quadrato.

Si pongano di nuovo i lati y, e 1: sarà il quadrato della semisomma de' lati $\frac{yy}{4} + \frac{y}{2} + \frac{1}{4}$.

L'area $\frac{y}{2}$, il cui settuplo è $3y$.

Onde $\frac{yy}{4} + \frac{7y}{2} + \frac{1}{4} = Q$.

Ma anche $yy + 1 = Q$: e nasce una duplicata equalità.

La differenza è $14y$

I fat-

I fattori $2y$, e 7

La semidifferenza de' fattori $y - \frac{7}{2}$,

Il cui quadrato è $yy - 7y + \frac{49}{4} = yy + 1$

E si ha $y = \frac{45}{28}$.

I lati dunque del triangolo saranno 45, 28, 53.

Si pongano dunque $45x$, $28x$, $53x$,

E l'area, aggiungendovi tutti due i lati, è $630xx + 73x = 6$;

E si ha $x = \frac{1}{18}$

PROBLEMA IX.

Trovare un triangolo tale, che il numero dell'area, sottrattavi la somma de' lati, faccia 6.

Sia di nuovo $3x$, $2x$, $5x$,

E $6xx - 7x = 6$

Si dee dunque cercare un triangolo tale, che il quadrato della semisomma de' lati, aggiuntovi il sestuplo dell'area, faccia un quadrato

Ma egli è 45, 28, 53;

Onde $45x$, $28x$, $53x$,

E si ha $630xx - 73x = 6$;

E $x = \frac{6}{35}$

PROBLEMA X.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, aggiuntavi l'ipotenusa, ed un lato, faccia 4.

Posto il triangolo $3x$, $4x$, $5x$; sarà $6xx + 8x = 4$

Onde si deve trovare un triangolo tale, che il quadrato della semisomma del lato, e dell'ipotenusa, aggiuntovi il quadruplo dell'area, faccia un quadrato.

Sia il triangolo ricercato da' numeri y, e $y + 1$

Il quadrato della somma del lato e dell'ipotenusa è $y^4 + 4y^3 + 6yy + 4y + 1$

Il quadruplo dell'area è $8y^3 + 12yy + 4y$

Per

Per tanto $y^4 + 12y^3 + 18yy + 8y + 1 = Q$, il cui lato sia $yy + 6y - 1$;

E si ha $y = \frac{5}{4}$

Si faccia dunque un triangolo di $\frac{5}{4}$ e $\frac{9}{4}$, ovvero di 5 e 9; che ridotto a' minimi termini sarà 28, 45, 53.

Onde sia $28x$, $45x$, $53x$

E l'area, aggiuntavi l'ipotenusa e il lato, è $630xx + 81x = 4$

E si ha $x = \frac{4}{105}$

PROBLEMA XI.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, sottrattavi l'ipotenusa e il lato, faccia 4.

Il triangolo antecedente serve;

E si ha $630xx - 81x = 4$

Onde $x = \frac{1}{6}$

PROBLEMA XII.

Trovare un triangolo tale, che la differenza de' lati sia un quadrato, e lo sia anche il lato maggiore; e di più l'area col lato minore faccia un quadrato.

Sia il triangolo $4xx$, $3xx$, $5xx$, e si è soddisfatto alle due prime condizioni.

Resta, che l'area del triangolo col lato minore faccia un quadrato

Ma sa $6x^4 + 3xx$:

Onde $6xx + 3 = Q = 9$

E si ha $x = 1$

Dunque il triangolo ricercato sarà 3, 4, 5

PROBLEMA XIII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, aggiuntovi l'uno o l'altro lato, faccia un quadrato.

L E M M A.

Sieno due numeri, la cui somma è quadrata, come 6, e 3, trovare infiniti quadrati, ognuno de' quali multiplicato in uno de' numeri dati, e aggiuntovi l'altro, faccia un quadrato.

Sia il quadrato $xx + 2x + 1$; multiplicato per 3, e aggiuntovi 6 fa $3xx + 6x + 9$.

Se si eguaglia ad un quadrato, il cui lato è $3x - 3$, si ha $x = 4$.

Il quadrato ricercato dunque è 25;

E nell'istesso modo se ne ponno ritrovare infiniti altri.

Sia ora il triangolo ax, $2bx$, dx:

Sarà primamente $abxx + ax = Q$

Secondariamente $abxx + 2bx = Q$

Sia nella prima $abx^2 + ax = yyxx$;

E si avrà $x = \frac{a}{yy - ab}$.

Dunque $xx = \frac{aa}{\overline{yy - ab}^2}$

Sostituendo nella seconda si ha $\frac{a^2b}{\overline{yy - ab}^2} + \frac{2ab}{yy - ab} = Q$

E riducendo alla stessa denominazione

$a^2b + 2abyy - 2aabb = Q$

E se a si ponga quadrato, si averà $aab - 2abb + 2byy = Q$

Che se $aab - 2abb + 2b$ faccia un quadrato, si è ridotto a questo, che per il Lemma si trovi yy, cosicchè tutto il trinomio sia quadrato

Ma $aab - 2abb + 2b$ è l'area ab multiplicata per la differenza de' lati $a - 2b$, e aggiuntovi il lato $2b$.

Bisogna dunque trovare un triangolo, la cui area multiplicata per la differenza de' lati, e aggiuntovi il minor lato, faccia un quadrato.

Ma questo sarà 3, 4, 5.

Onde $a = 4$, $2b = 3$. Dunque l'area multiplicata per la differenza de' lati, e aggiuntovi il lato, fa 9; onde per il Lemma yy sarà 25, e $y = 5$:

E poichè per le cose dette di sopra $x = \frac{a}{yy - ab}$, sarà $x = \frac{4}{19}$;

Onde

Onde il triangolo ricercato sarà $\frac{16}{19}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{20}{19}$

P R O B L E M A XIV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, sottrattovi l'uno o l'altro de' lati, faccia un quadrato.

Sia come prima ax, $2bx$, dx

Onde $abxx - ax = Q$

E $abxx - 2bx = Q$

Se si usi lo stesso metodo, di cui s'è fatto uso nel Problema antecedente, si trova $aabb - 2abb + 2byy = Q$

Onde si deve ritrovare un triangolo, nel quale il solido dell'area e della differenza de' lati, aggiuntovi il lato minore, faccia un quadrato.

Onde serve il triangolo 3, 4, 5

Posti dunque i lati $3x$, $4x$, $5x$

Sarà $6xx - 4x = Q$

E $6xx - 3x = Q$

Dunque sia $6xx - 4x = yyxx$

E si ha $x = \frac{4}{6 - yy}$

Onde sostituendo nella seconda equazione, e riducendo ai minimi termini si averà $6 + 3yy = Q$

Se si ponga $y = 1$

Sarà $x = \frac{4}{5}$

E il triangolo cercato sarà $\frac{12}{5}$, $\frac{16}{5}$, $\frac{20}{5}$

P R O B L E M A XV.

Trovare un triangolo tale, che l'area, sottrattavi tanto l'ipotenusa, quanto un lato, faccia un quadrato.

Sia il triangolo ax, bx, cx, di cui

L'area sia Axx

$$\left.\begin{array}{l} \text{Onde } Axx - cx \\ \text{E } \quad Axx - ax \end{array}\right\} = Q$$

Sia dunque $Axx - ax = yyxx$,

 E

E si ha $x = \frac{a}{A - yy}$

Sostituendo nella prima si ha $Aaa - Aac + acyy = Q$

Si dee dunque trovare il quadrato yy, che multiplicato per il piano ac dal lato e dell' ipotenusa, aggiuntovi il solido di A, a, ed $a - c$; cioè dall' area, dell' ipotenusa, e dalla differenza dal lato e dall' ipotenusa, faccia un quadrato.

Sia il triangolo di piani simili mm, e 1

Sarà l' ipptenusa $m^4 + 1$

Il perpendicolo $m^4 - 1$

La base $2mm$

L' area $m^6 - mm$

Dunque $\overline{2m^6 + 2mm} \,.\, \overline{yy + 2mm - 2m^6} \,.\, mm \,.\, \overline{m^4} \; \overline{2mm + 1} = Q.$

Pongasi $yy = mm \,.\, \overline{m^4 - 2mm + 1}$; e si averà $2m^6 + 2mm - 2m^6 + 2mm = 4mm$

Sia dunque un triangolo simile de' numeri 4, e 1; cioè 17, 15, 8; e sarà $yy = 36$

Il solido dell' area, della base, e della differenza della ipotenusa e della base $= 4320$.

Il piano dell' ipotenusa e della base $= 136$

Se si multiplichi 136 per 36, si ha 4336; e si sottragga 4320, resta il quadrato 16.

Ora dunque sia il triangolo $8x$, $15x$, $17x$, e sarà

$60xx - 8x = 36xx$; e si ha $x = \frac{1}{3}$

Onde il triangolo ricercato è $\frac{8}{3}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{17}{3}$

PRO-

PROBLEMA XVI.

è il Lemma del seguente.

PROBLEMA XVII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l' area, aggiuntavi tanto l' ipotenusa, quanto un lato, faccia un quadrato.

LEMMA.

Dati due numeri, uno de' quali multiplicato per qualche quadrato, e sottovi l' altro, faccia un quadrato, trovare altri quadrati maggiori, che facciano questo stesso.

Siano i numeri 3, e 11; e sia $3aa - 11 = bb$

Bisogna trovare un altro quadrato, che faccia questo istesso.

Sia $zz + 2az + aa$; e sarà

$3zz + 6az + 3aa - 11 = Q$

Onde $3zz + 6az + bb = Q$

Sia il quadrato dal lato $b - 2z$

E sarà $3zz + 6az + bb = bb - 4bz + 4zz$; e si ha $z = 6a + 4b$

Suppongasi $a = 5$, $b = 8$; sarà $z = 62$

Sia ora il triangolo ricercato ax, bx, cx

Dunque $Axx + cx = Q$

E $\quad Axx + ax = Q$

Sia $Axx + ax = yyxx$

E sarà $ax = yyxx - Axx$

Onde $x = \frac{a}{yy - A}$

Sostituendo nella prima

Si ha $Aaa + acyy - Aac = Q$

Di nuovo dunque devesi trovare un quadrato, il quale multiplicato nel piano dell' ipotenusa e del lato, sottrattovi il solido dell' area, del lato, e della differenza dell' ipotenusa e del lato faccia un quadrato: il che si ha dal triangolo antecedente 17, 15, 8

Ma il quadrato trovato 36 è minore dell' area, e x è negativo.

Bi-

Biſogna dunque cercare per il Lemma un altro quadrato, che faccia lo ſteſſo.

Sia 676: eſpoſto il triangolo $17x$, $15x$, $8x$, la cui area è $60xx$,

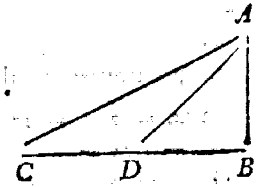
Si ha $x = \frac{8}{676 - 60}$

Ovvero $x = \frac{1}{77}$

E il triangolo ricercato è $\frac{8}{77}$, $\frac{15}{77}$, $\frac{17}{77}$

P R O B L E M A XVIII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che diviſi i ſuoi angoli acuti in due parti, il numero del ſecante l'angolo ſia razionale.



Sia AD $5x$, AB $4x$, BD $3x$

$BC = 3$; ſarà $CD = 3 - 3x$

Ma per la ſuppoſizione $BD . DC :: AB . AC$.

Dunque $3x . 3 - 3x :: 4 . 4 - x$

Dunque $AC = 4 - x$

Reſta, che $AC^2 = AB^2 - BC^2$

Dunque $16 - 32x + 16xx = 16xx + 9$

E ſi ha $x = \frac{7}{32}$

P R O B L E M A XIX.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area coll'ipotenuſa faccia un quadrato, e la circonferenza un cubo

Sia l'area x

L'Ipotenuſa $aa - x$

È la prima condizione è adempiuta

Ma eſſendo l'area x, ſarà il prodotto de' lati $2x$; onde ſia uno x, l'altro 2

Biſogna che anche la circonferenza ſia un cubo

Onde $aa + 2 =$ ad un cubo

Bi-

Biſogna dunque trovare un quadrato, che accreſciuto d'un binario faccia un cubo.

Sia il quadrato $yy + 2y + 1$.

Dunque $yy + 2y + 3 =$ ad un cubo dal lato $y - 1$;

E ſi ha $y^3 - 4yy + y = 4$

Pongaſi $y^3 - 4yy = 0$; e ſi ha $y = 4$; onde $a = 5$, e il quadrato ricercato 25.

Sia dunque di nuovo l'area x; l'ipotenuſa $25 - x$; uno de' lati 2, l'altro x

E poichè il quadrato dell'ipotenuſa è eguale ai quadrati de' lati, ſarà $xx - 50x + 625 = xx + 4$; e ſi ha $x = \frac{621}{50}$

Il triangolo dunque ſarà 2, $\frac{621}{50}$, $25 - \frac{621}{50}$

P R O B L E M A XX.

Trovare un triangolo tale, che l'area coll'ipotenuſa faccia un cubo, e la circonferenza un quadrato.

Sia l'area x

L'ipotenuſa $a^3 - x$

Un lato 2

L'altro x

La circonferenza ſarà $a^3 + 2$

Onde $a^3 + 2 = Q$

Biſogna dunque trovare un cubo, che aggiuntovi un binario, faccia un quadrato.

Sia il cubo $y^3 - 3yy + 3y - 1$; e aggiuntovi un binario

Si ha $y^3 - 3yy + 3y + 1 = \frac{9yy}{4} + 3y + 1$;

E ſi ha $y = \frac{21}{4}$: onde $a = \frac{17}{4}$

Sia dunque l'ipotenuſa $\frac{4913}{64} - x$

Un lato 2

L'altro x

Re-

Resta che il quadrato dell' ipotenusa sia eguale ai quadrati de' lati; e si ha $x = \frac{628864}{24121185}$

P R O B L E M A XXI.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che il numero dell'area, aggiuntovi un lato, faccia un quadrato, e la circoferenza un cubo.

Sia il triangolo di x, e $x + 1$

E sarà $2xx + 2x + 1$

$2xx + 2x$

$2x + 1$

La circoferenza dunque $4xx + 6x + 2 =$ ad cubo;

E perchè si può dividere per $x + 1$; e si ha $4x + 2$.

Dividasi qualsivoglia lato per $x + 1$, e si averà $4x + 2 =$ ad un cubo.

Resta che l'area, aggiuntovi un lato faccia un quadrato.

Ma l'area è $\frac{2x^3 + 3xx + x}{xx + 2x + 1}$

Onde quest'area, aggiuntovi il lato $\frac{2x + 1}{x + 1}$ è eguale ad un quadrato

Riducendo alla stessa denominazione

$\frac{2x^3 + 5xx + 4x + 1}{xx + 2x + 1} = Q$

Ma questa frazione è l'istessa che $2x + 1$

Dunque $2x + 1 = Q$

Era $4x + 2 =$ ad un cubo

Bisogna dunque trovare un cubo duplo d'un quadrato.

Lo è 8 rispetto a 4;

E si ha $x = \frac{3}{2}$

Onde il triangolo sarà $\frac{8}{5}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{17}{5}$

PRO-

P R O B L E M A XXII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che l'area, aggiuntovi un lato, faccia un cubo, e la circonferenza sia un quadrato.

Se facciamo uso dello stesso metodo arriveremo a questo, che $4x + 2 = Q$, e $2x + 1 =$ ad un cubo.

Onde si dee trovare un quadrato duplo d'un cubo

Sia egli 16 rispetto a 8,

E si ha $x = \frac{7}{2}$

I lati dunque saranno $\frac{16}{9}$, $\frac{63}{9}$, $\frac{65}{9}$.

P R O B L E M A XXIII.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che la circonferenza sia un quadrato, e l'area colla circonferenza sia un cubo.

Sia il triangolo di x, e di 1

E sarà $xx + 1$, $xx - 1$, $2x$

La circonferenza è $2xx + 2x$

L'area $x^3 - x$

Onde $2xx + 2x = Q$

E $x^3 + 2xx + x =$ ad un cubo

Sia $2xx + 2x = aaxx$

E si ha $x = \frac{2}{aa - 2}$

Onde $x^3 = \frac{8}{(aa - 1)^3}$

$2xx = \frac{8}{(aa - 2)^2}$

Onde $\frac{8}{(aa - 2)^3} + \frac{8}{(aa - 2)^2} + \frac{2}{aa - 2} =$ ad un cubo;

E riducendo tutto alla stessa denominazione si ha

$8 + 8 \cdot \overline{aa - 2} + 2 \cdot \overline{aa - 2}^2 =$ ad un cubo

On-

Onde $2a^3 = $ ad un cubo

Ciò che si può fare in infiniti modi:

Ma bisogna proccurare, che il quadrato aa sia maggior d'un binario; perchè x uscirebbe negativo; e minore d'un quaternario. Imperciocchè se si ponga eguale a 4, x sarebbe 1; onde la base sarebbe 0. Se si ponga maggiore di 4, x sarebbe una frazione, e la base sarebbe negativa. Sia dunque $2x^4 = b^3a^3$; e si ha $a = \frac{b^3}{2}$: e $aa = \frac{b^6}{4}$

E poichè $\frac{b^6}{4}$ deve essere maggiore di 2, e minore di 4, sarà b^6 maggiore di 8, e minore di 16

Riducansi dunque 8 e 16 a una frazione quadrato-cuba; e sia $\frac{512}{64}$, $\frac{1024}{64}$

Il quadrato-cubo intermedio è $\frac{729}{64}$.

Onde sia $b^6 = \frac{729}{64}$, e si ha $b^3 = \frac{27}{8}$

E poichè $aa = b^6$; e perciò $2a = b^3$, sarà $a = \frac{27}{16}$; e $x = \frac{512}{217}$;

Onde si ha il triangolo ricercato.

P R O B L E M A XXIV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che la circonferenza sia un cubo; e, aggiuntavi l'area, faccia un quadrato.

Sia la circonferenza 64:

L'Area $= x$

Un lato $= y$

L'altro $= \frac{2x}{y}$

Sarà l'Ipotenusa $= 64 - y - \frac{2x}{y}$

E perchè il quadrato dell'ipotenusa è eguale ai quadrati de' lati sarà

$$4096 - 128y - \frac{124x}{y} + yy + 2x + \frac{4xx}{yy} = yy + \frac{4xx}{yy}$$

E si ha $yy - \frac{4096}{128} - \frac{2xy}{128} = -2x$

Bisogna dunque, che $\overline{2048 - x^2} - 51984x$ sia un quadrato

Ma di più per forza del Problema $64 + x = Q$, e nasce la duplicata equalità; per cui si trova $x = 175 + \frac{49}{225} = $ all'area

Sostituendo un tal valore nella ultima equazione si ha $y = 19 + \frac{5}{9}$

Onde si determina il triangolo, i cui lati sono

$19 + \frac{5}{9}$, $17 + \frac{253}{225}$, $26 + \frac{1298}{2475}$

P R O B L E M A XXV.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che il quadrato dell'ipotenusa sia eguale a uno degli altri due quadrati colla radice, e diviso per l'altro faccia un cubo e il lato.

Sia un lato $= x$

L'altro $= xx$

L'Ipotenusa $= \sqrt{x^4 + xx}$

E si soddisfa a due condizioni

Resta che $x^4 + xx = Q$:

Onde $xx + 1 = xx - 4x + 4$;

E si ha $x = \frac{3}{4}$.

Dunque il triangolo ricercato è $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{225}{256}$

P R O B L E M A XXVI.

Trovare un triangolo rettangolo tale, che un lato sia cubo; l'altro sia cubo sottrattovi il suo lato; l'ipotenusa un cubo aggiuntovi il suo lato.

Sia l'ipotenusa $x^3 + x$

La base $x^3 - x$

Il resto sarà $2xx$

Onde $2xx =$ ad un cubo $= x^3$; e si ha $x = 2$

Dunque il triangolo sarà 6, 8, 10.

Fine del Sesto, ed ultimo Libro di Diofanto Alessandrino.

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

Avendo veduto per la Fede di revisione, ed approvazione del P. F. Paolo Tommaso Manuelli Inquisitore di Venezia nel Libro Intitolato *Elementi di Fisica esposti da Giovanni Crivelli C. R. S. con aggiunte dello stesso Autore* non v'esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi, concediamo Licenza che possa essere stampato, osservando gli ordini in materia di stampe, e presentando le solite copie alle pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Data li 9. Dicembre 1743.

(*Gio: Pietro Pasqualigo Rif.* 98432

(*Daniele Bragadin Cav. Proc. Rif.*

Registrato in Libro a carte 23. al num. 148.

Michel Angelo Marini Segretario.

Adì 23. detto

Registrato nel Magistrato Eccellentiss. degli Esecutori contro la Bestemmia.

Alvise Legrenzi Segretario.

Tavola I.

Fig. 1.

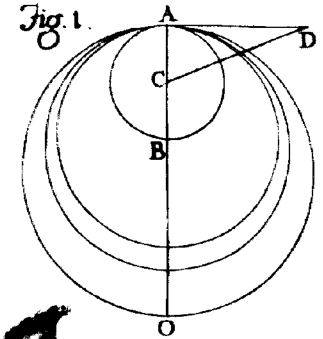


Fig. 2.

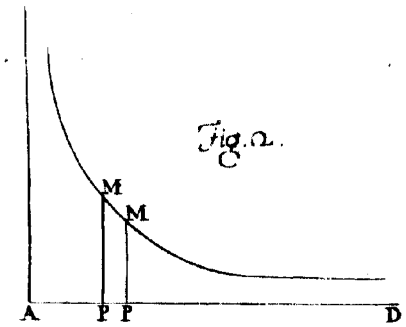


Fig. 3

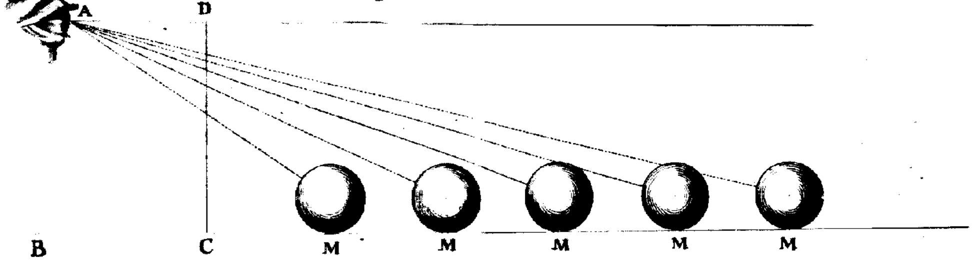


Fig. 4

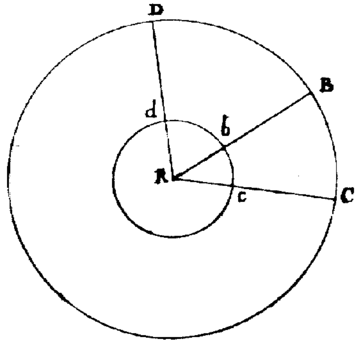


Fig. 5

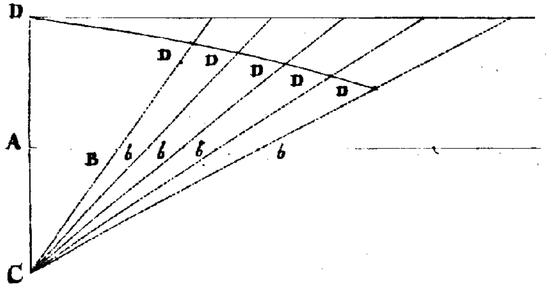


Fig. 6.

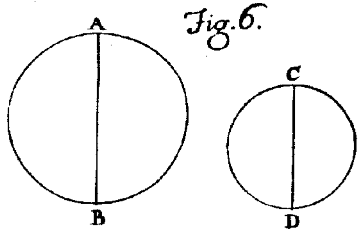


Fig. 7.

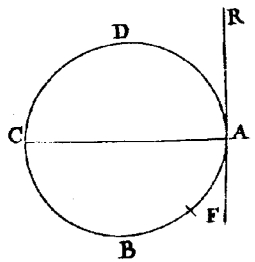


Tavola II

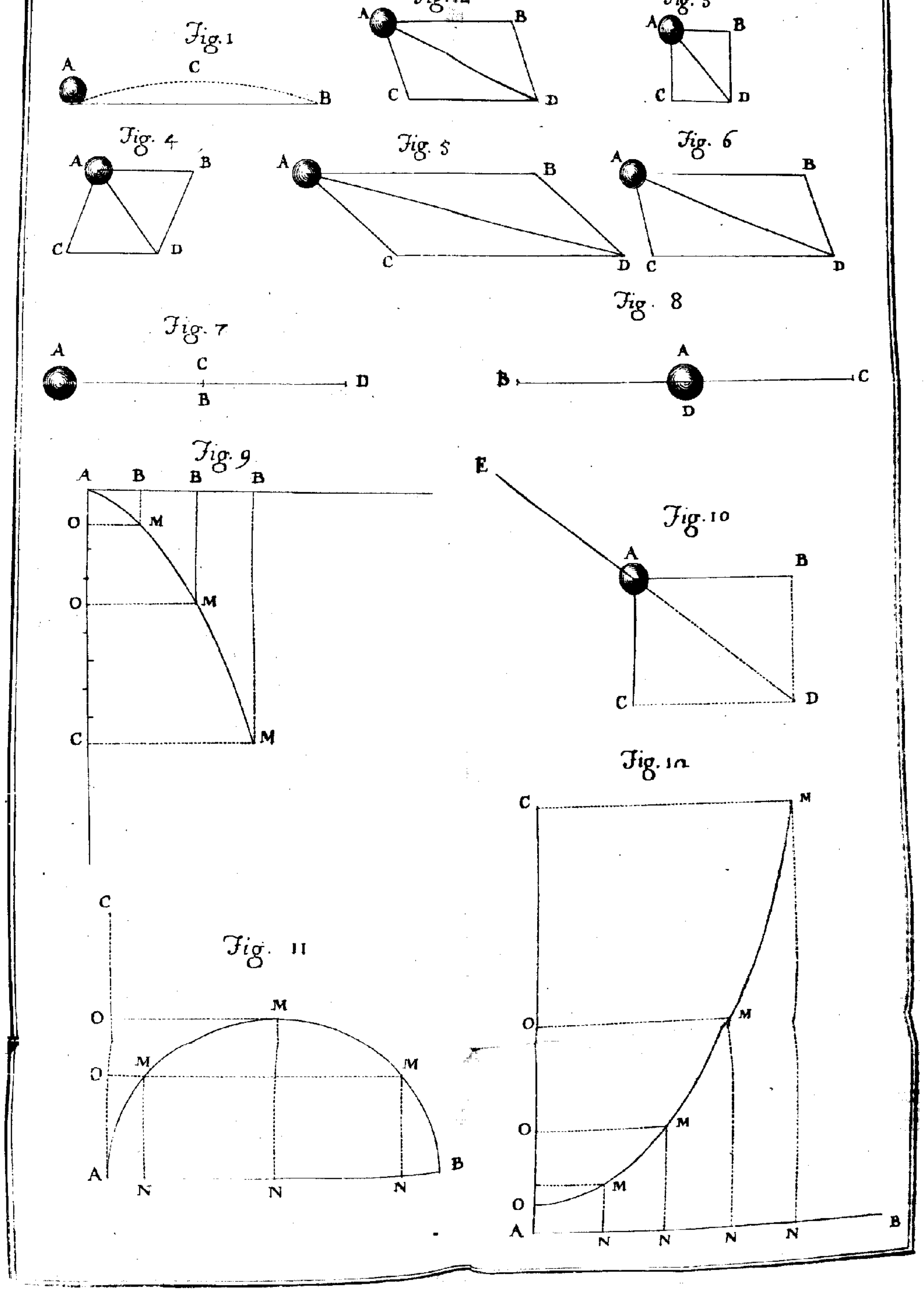


Fig. 1
A
C
B
Fig. 2
A
B
C
D
Fig. 3
A
B
C
D
Fig. 4
A
B
C
D
Fig. 5
A
B
C
D
Fig. 6
A
B
C
D
Fig. 7
A
C
B
D
Fig. 8
B
A
D
C
Fig. 9
A
B
B
B
O
M
O
M
C
M
E
Fig. 10
A
B
C
D
Fig. 12
C
M
O
M
O
M
O
M
A
N
N
N
N
B
C
Fig. 11
O
M
O
M
M
A
N
N
N
B

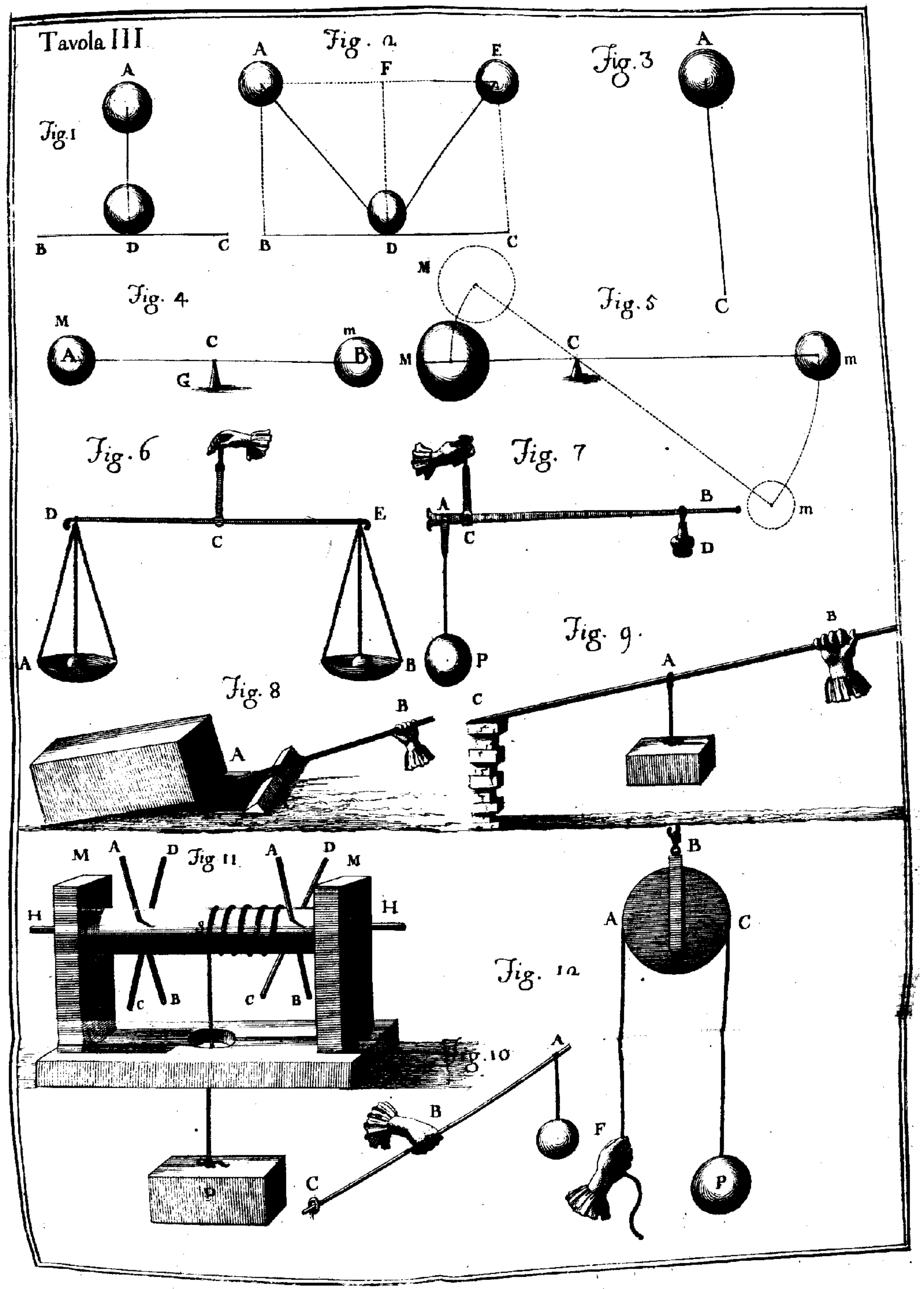
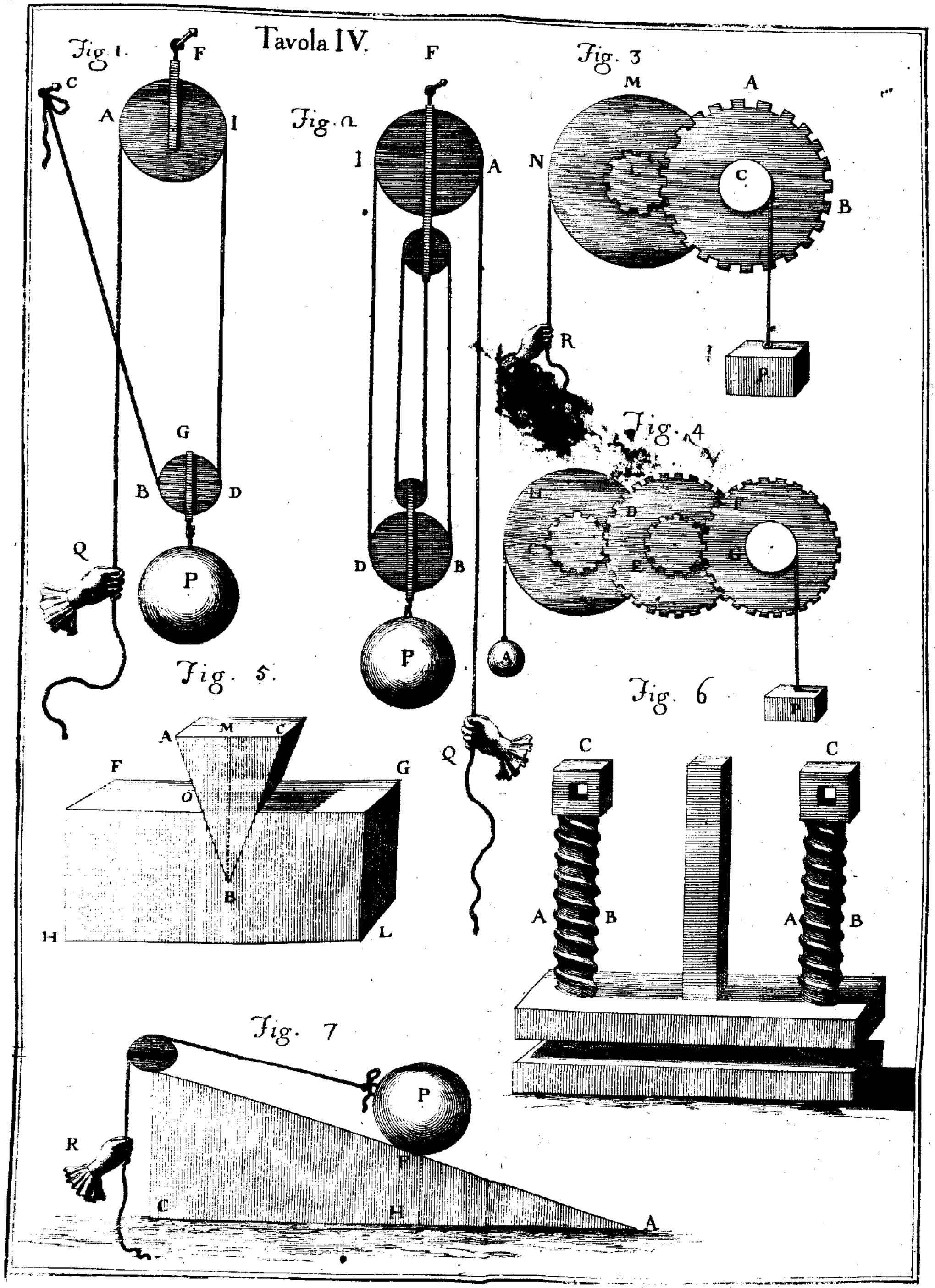


Tavola III
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig 11
Fig. 12

Tavola IV.



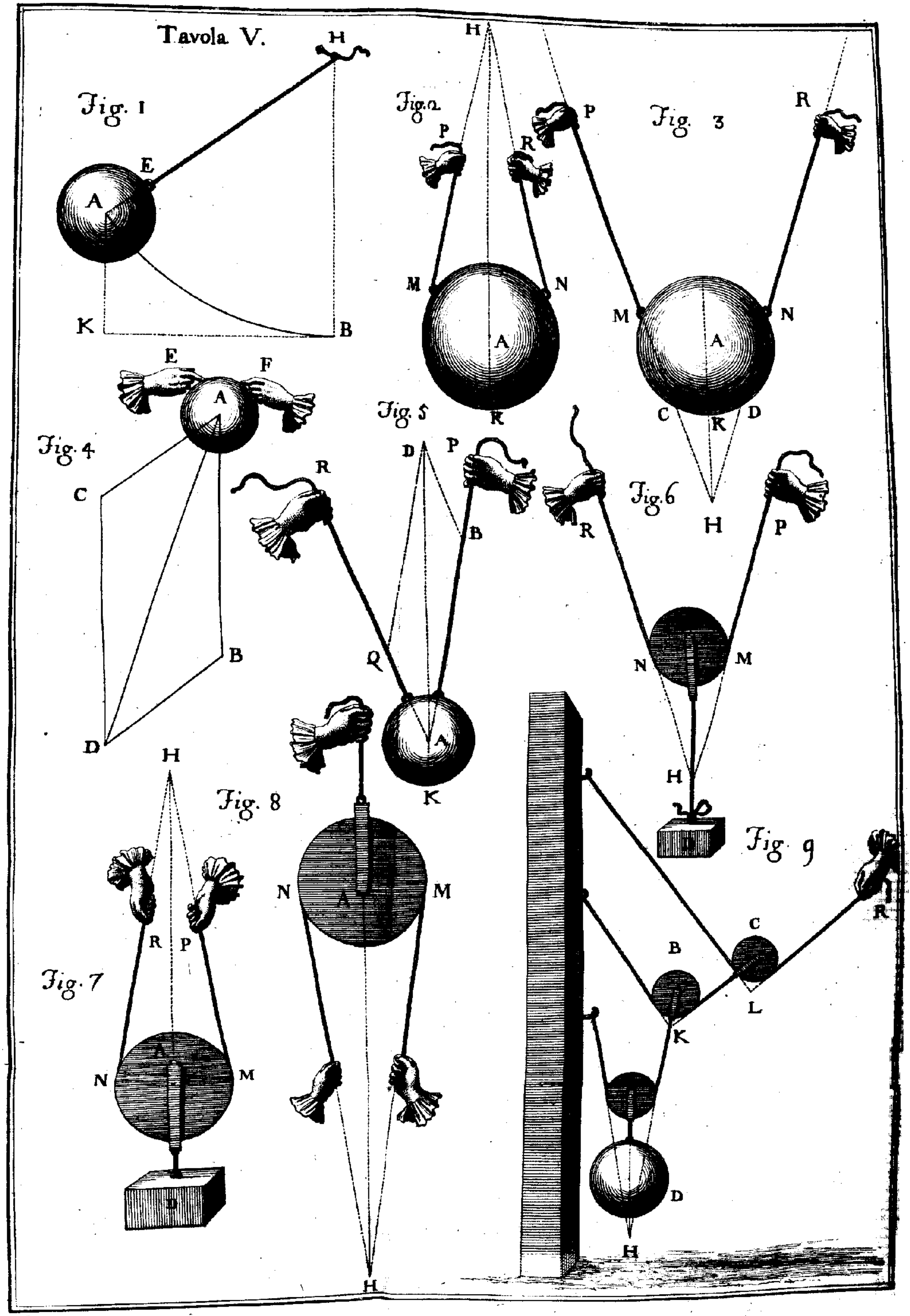


Tavola V.
Fig. 1
H
E
A
K
B
Fig. 2
H
P
R
M
N
A
R
Fig. 3
P
R
M
N
A
C
R
D
H
Fig. 4
E
F
A
C
B
D
Fig. 5
D
P
R
B
Q
A
K
Fig. 6
R
H
P
N
M
H
D
Fig. 7
H
R
P
A
N
M
D
Fig. 8
N
A
M
H
Fig. 9
C
B
L
K
R
D
H

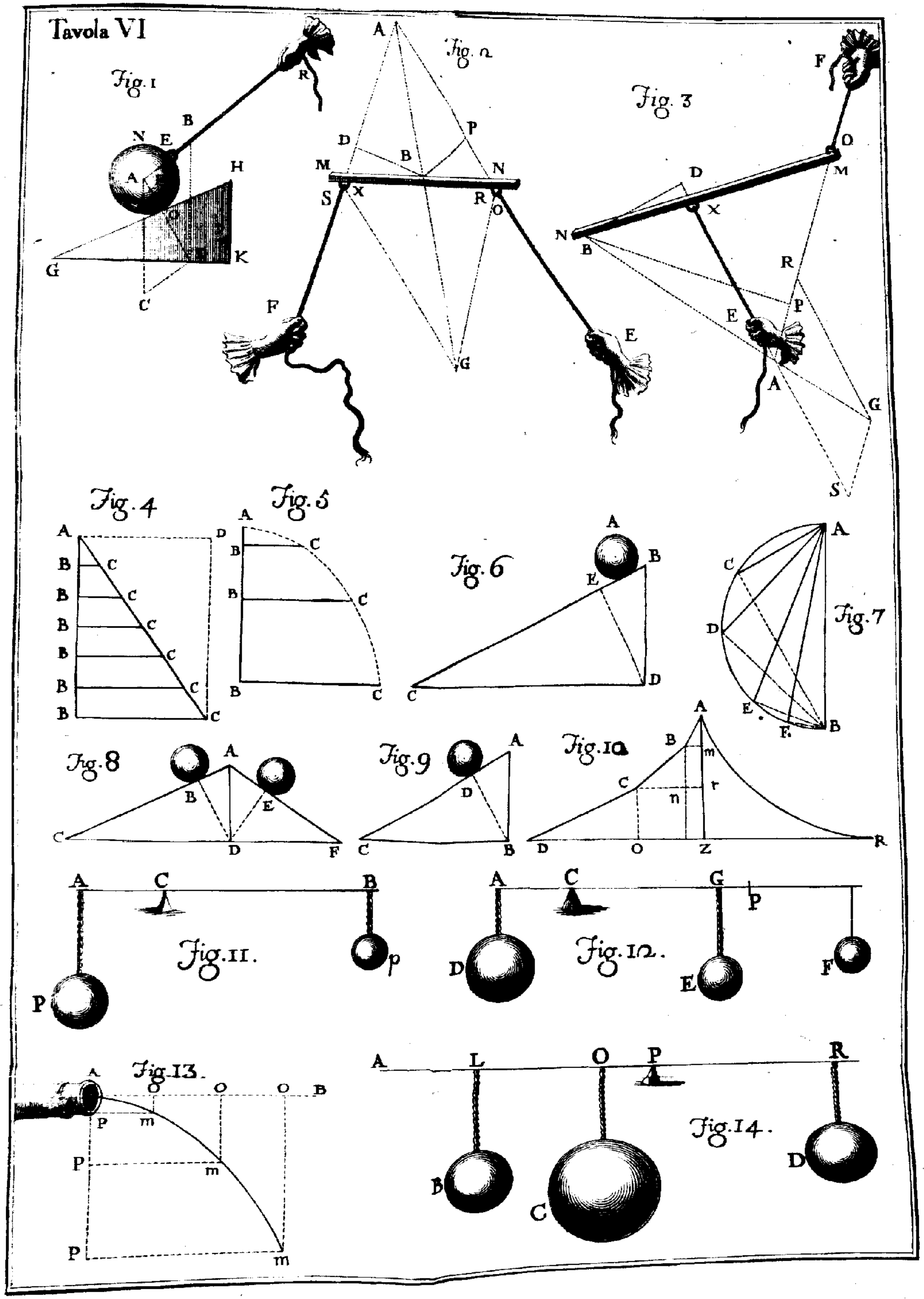


Tavola VI
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

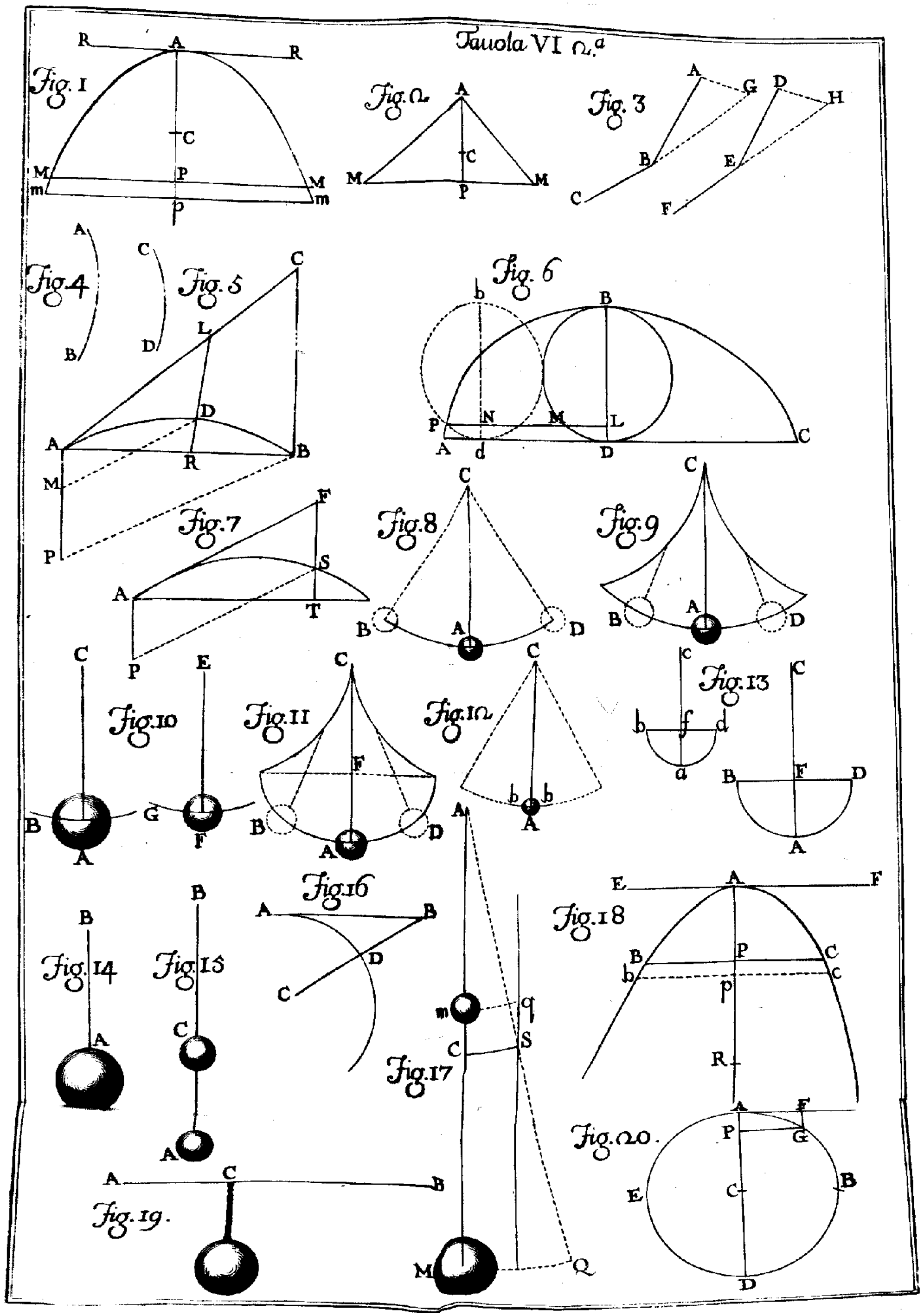

Tauola VI 2.a
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20

Tavola VII

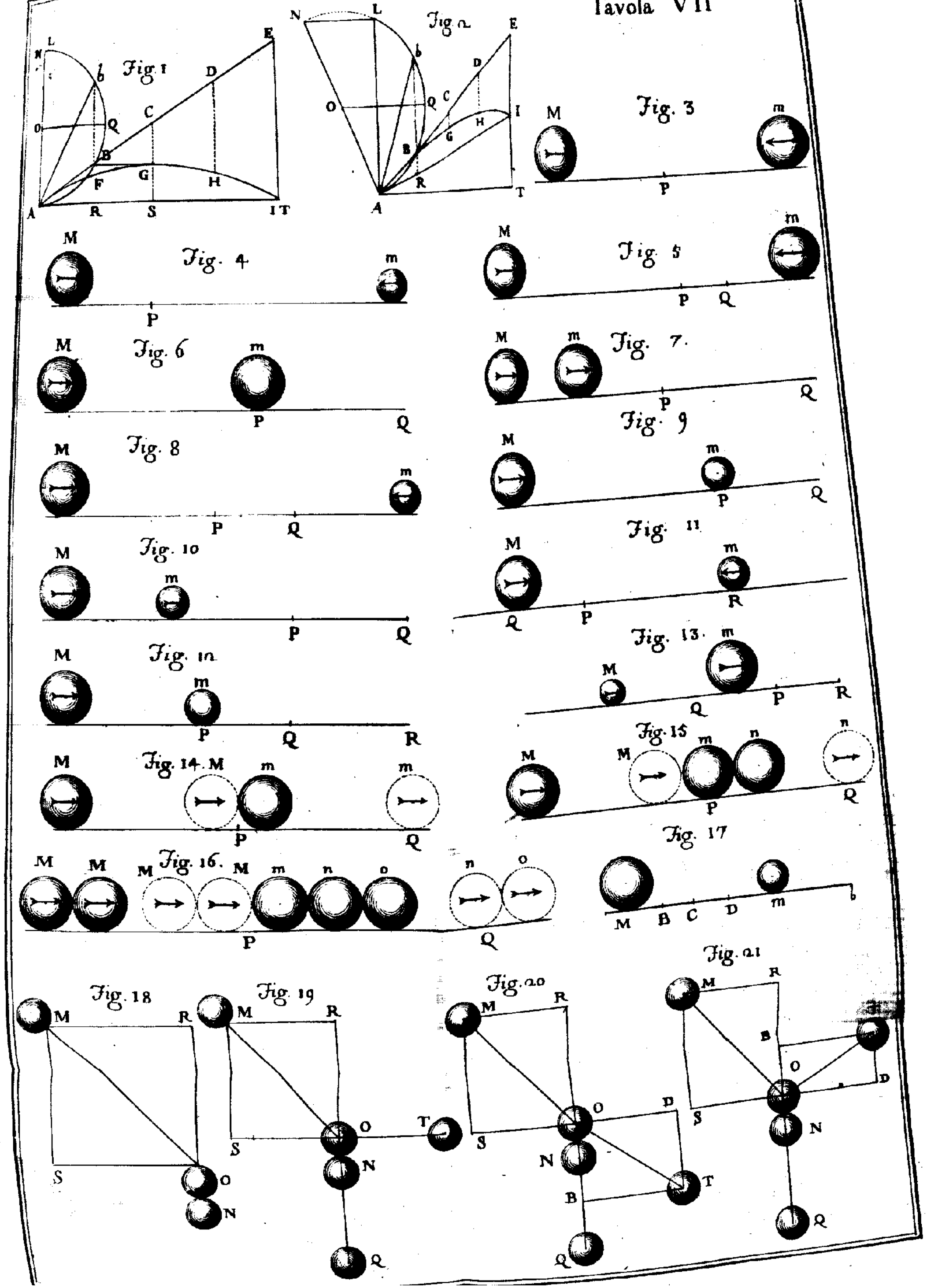


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20
Fig. 21

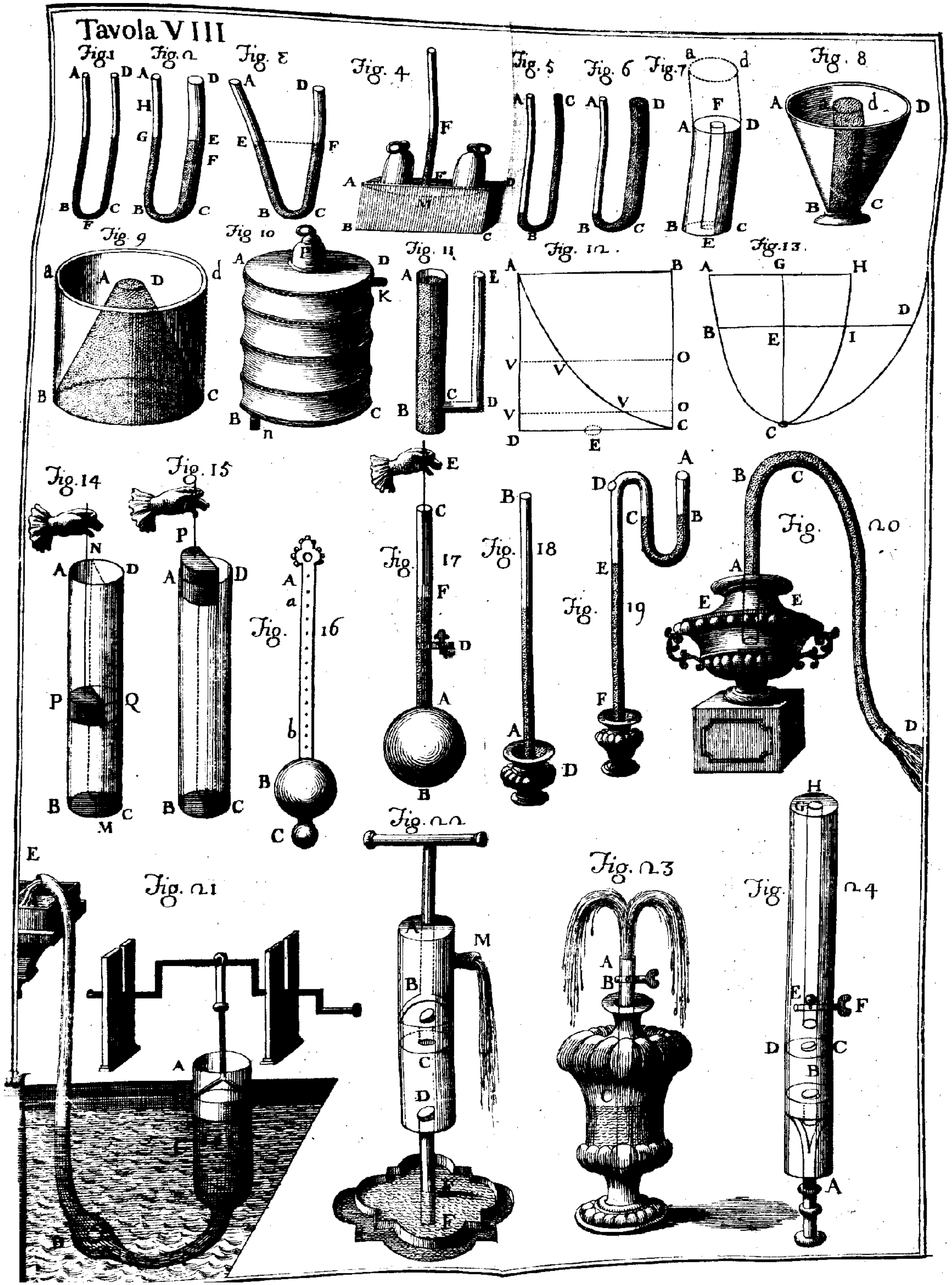


Tavola VIII
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20
Fig. 21
Fig. 22
Fig. 23
Fig. 24

Tavola IX

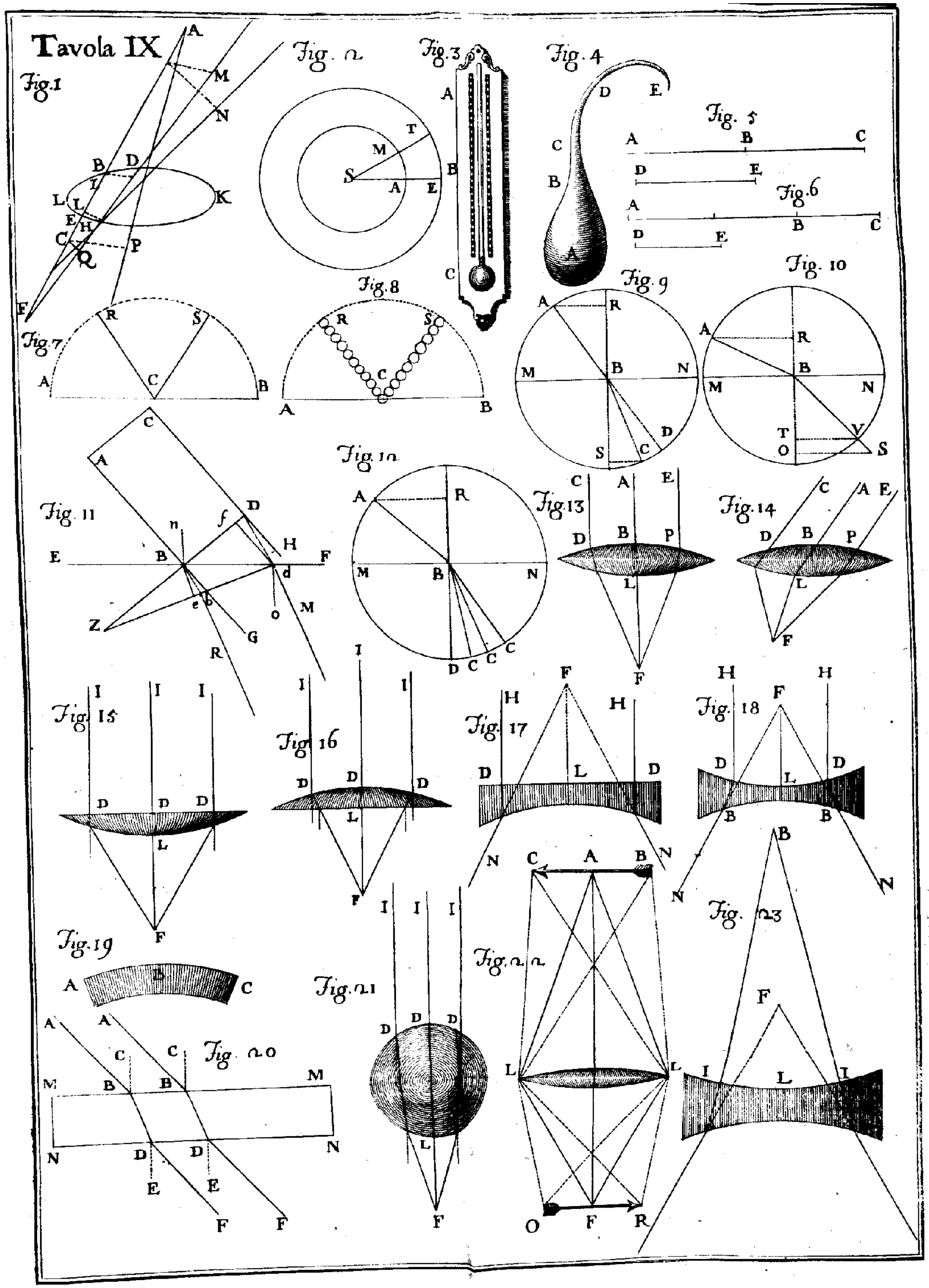


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20
Fig. 21
Fig. 22
Fig. 23

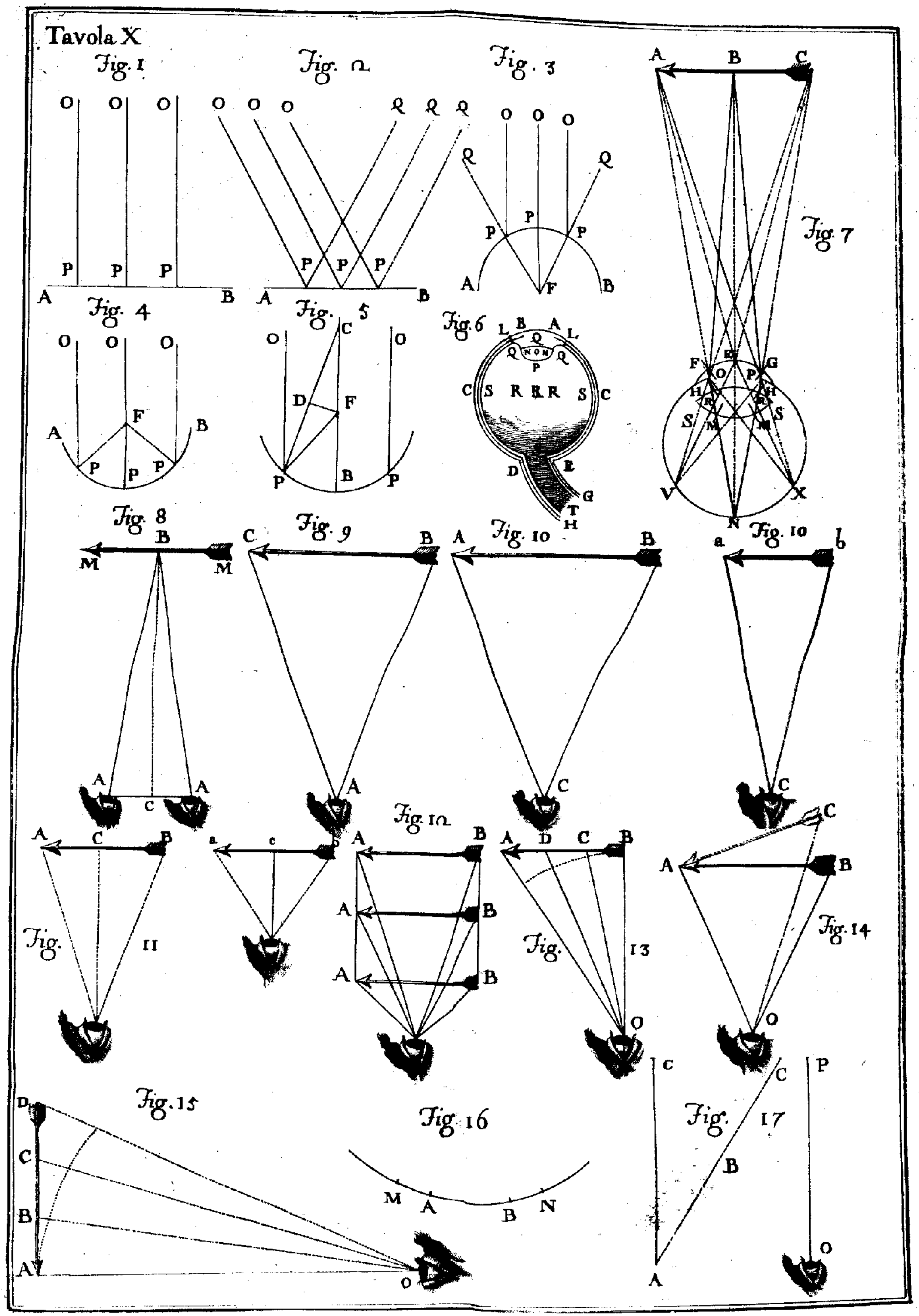
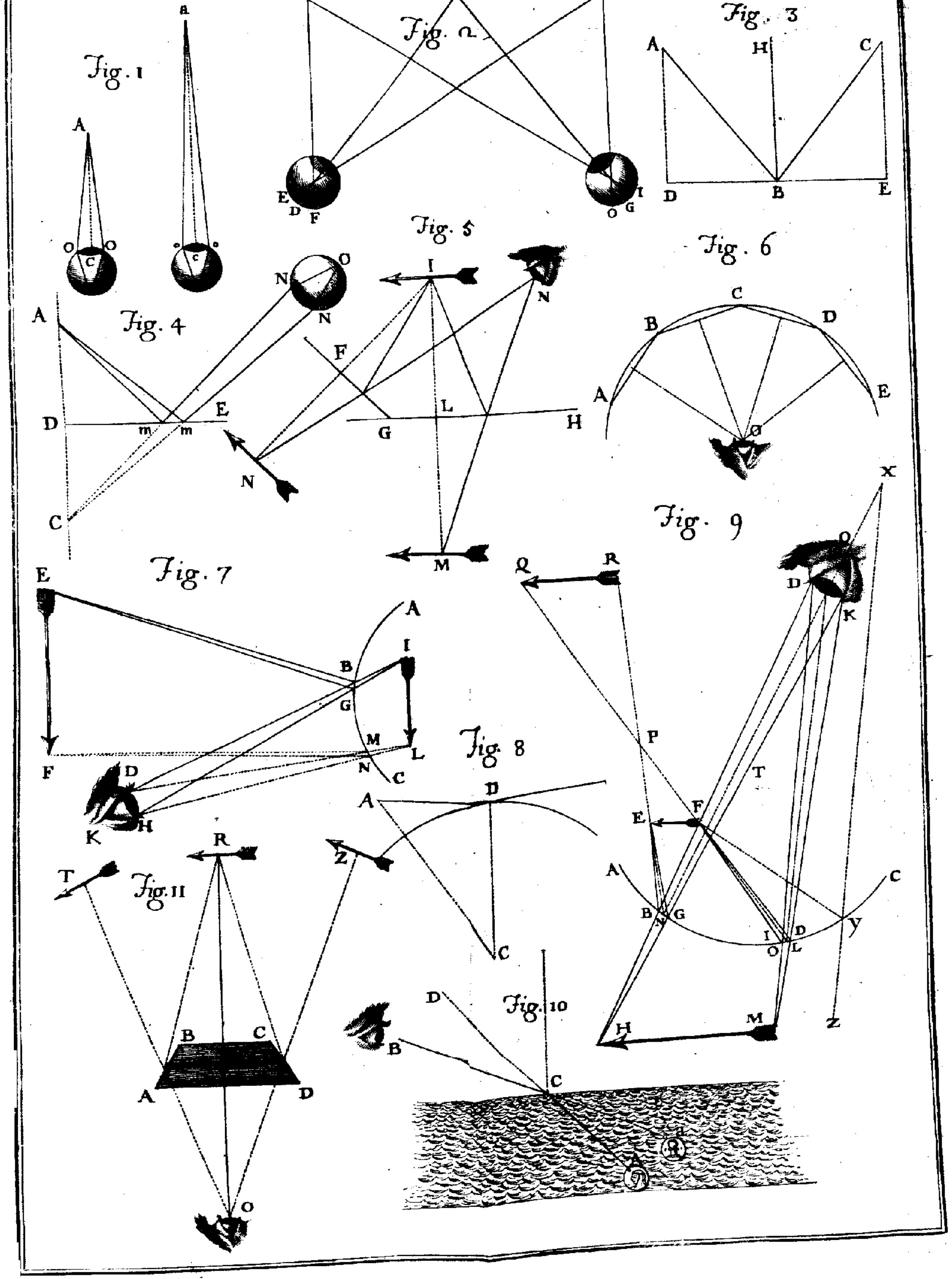


Tavola X
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17

Tavola XI



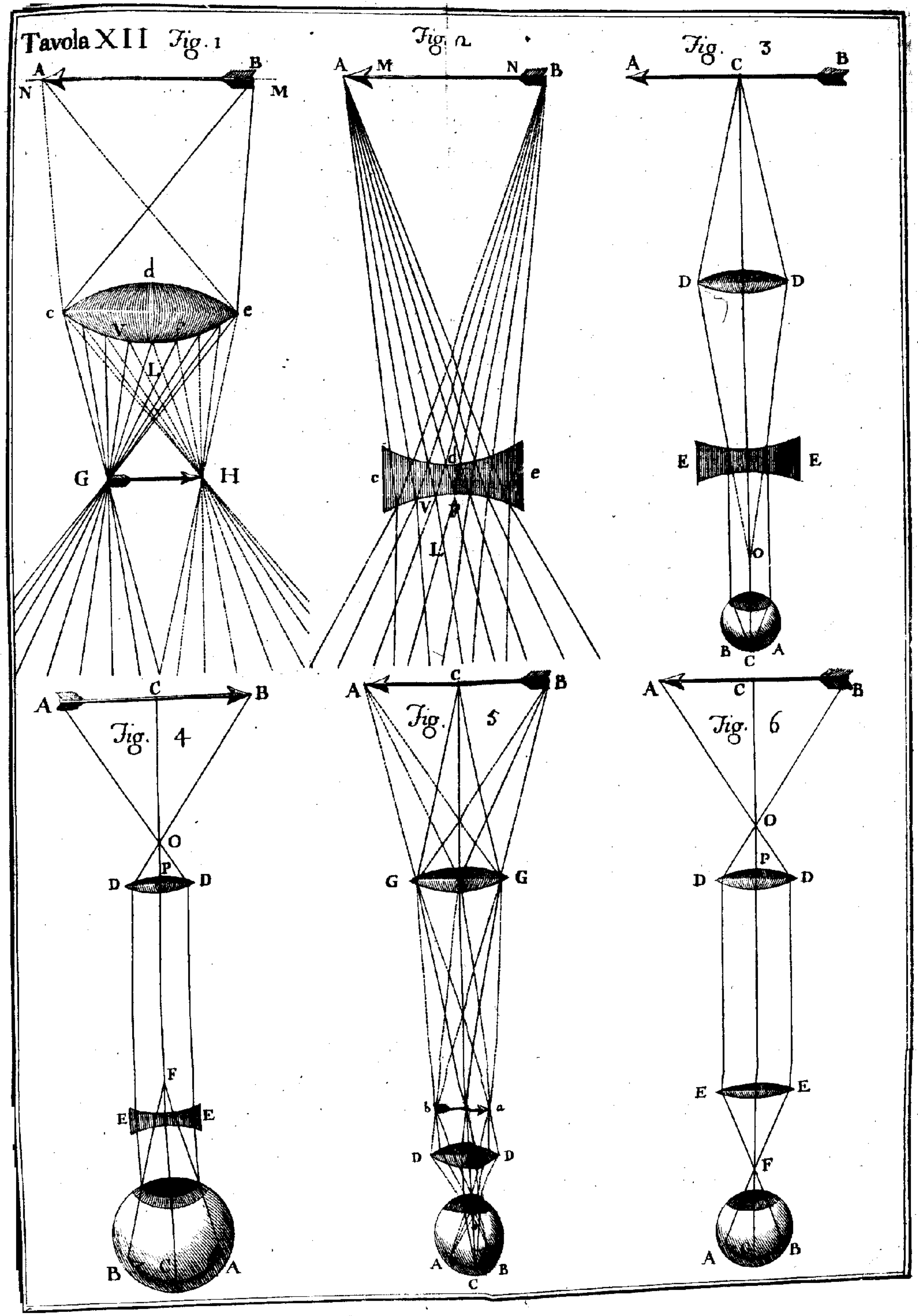
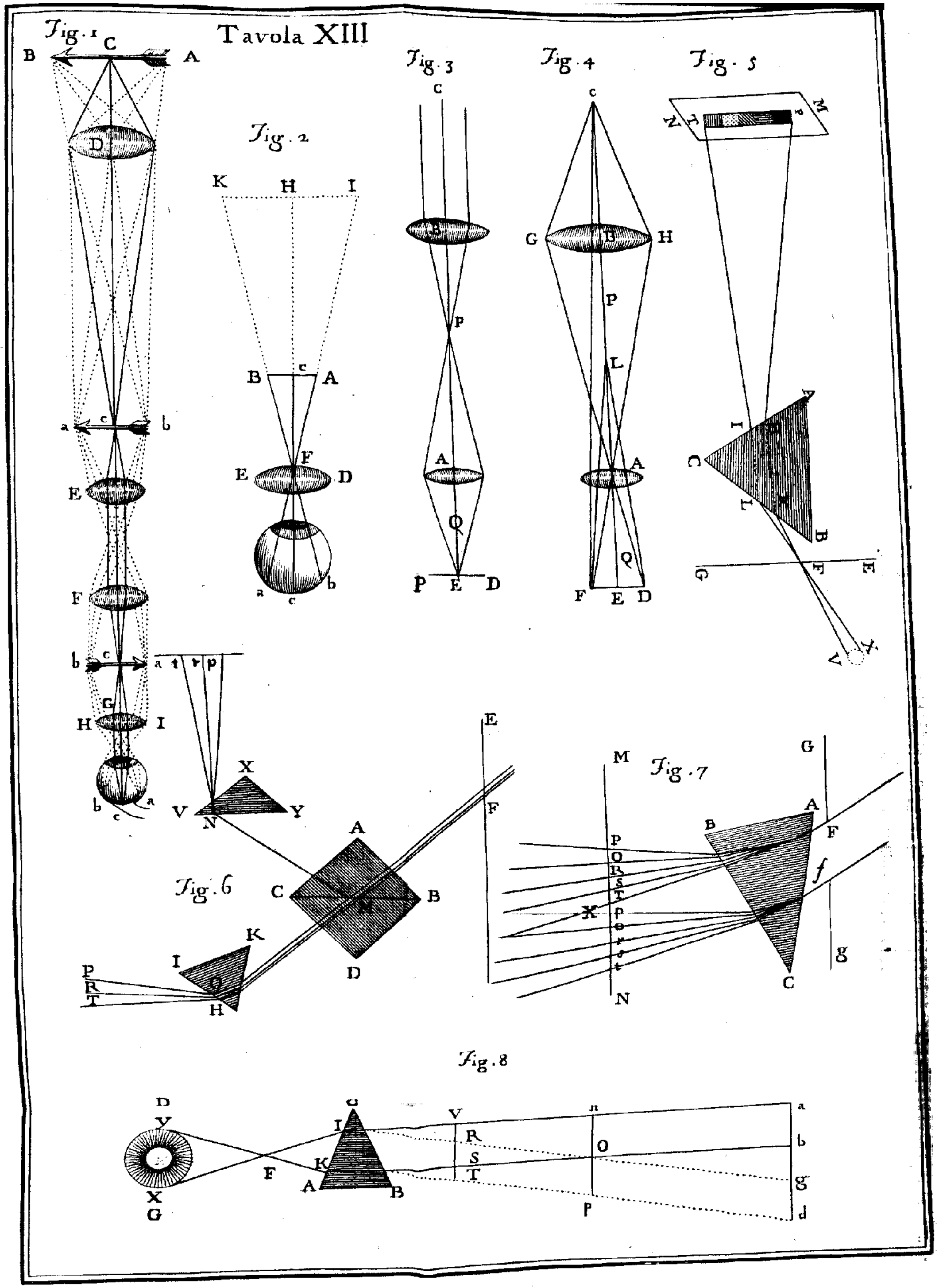


Tavola XII
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6

Tavola XIII



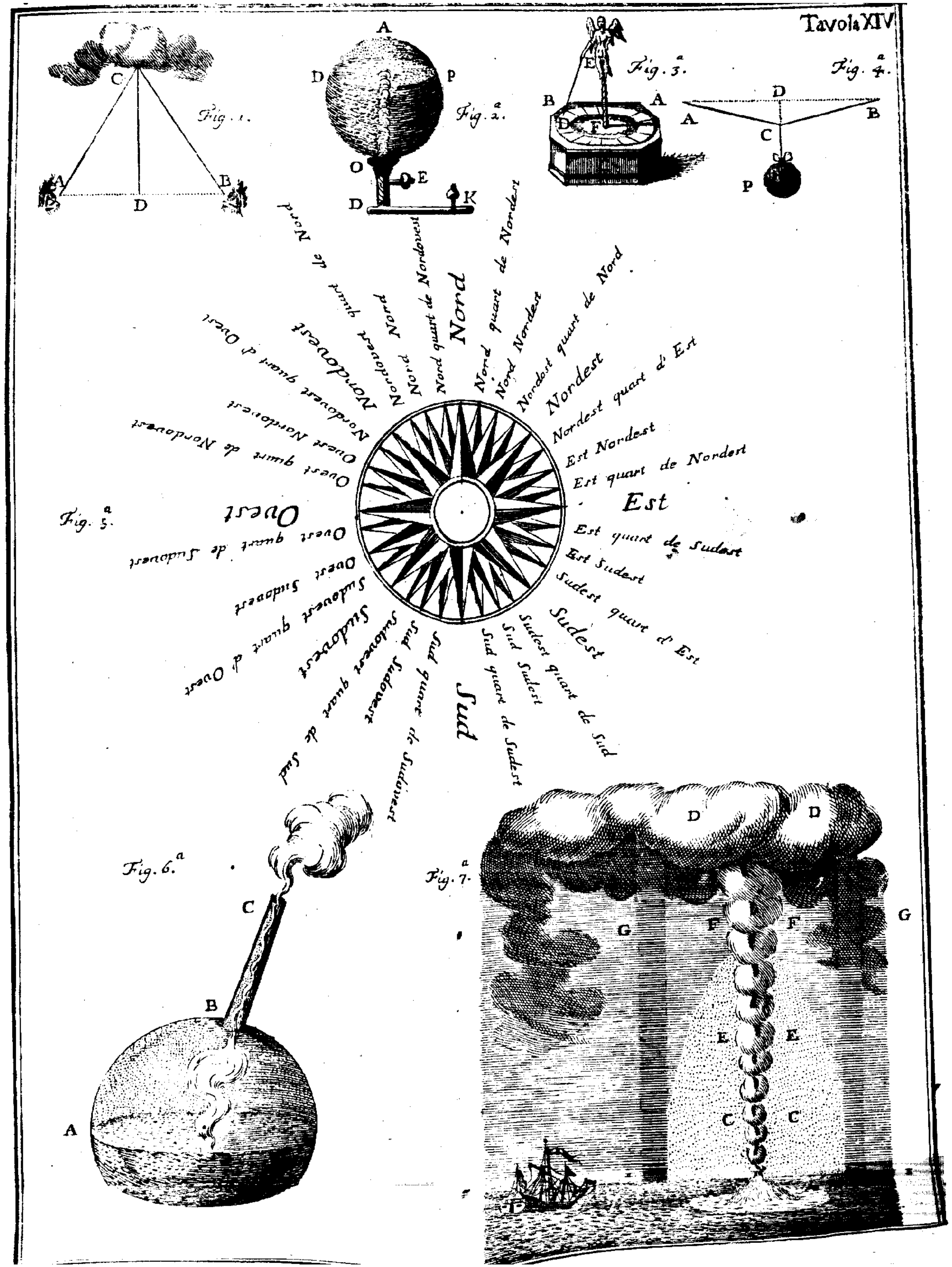


Tavola XIV
Fig. 1.
Fig. 2.a
Fig. 3.a
Fig. 4.a
Fig. 5.a
Fig. 6.a
Fig. 7.a
Nord
Nord quart de Nordest
Nord Nordest
Nordest quart de Nord
Nordest
Nordest quart d'Est
Est Nordest
Est quart de Nordest
Est
Est quart de Sudest
Est Sudest
Sudest quart d'Est
Sudest
Sudest quart de Sud
Sud Sudest
Sud quart de Sudest
Sud
Sud quart de Sudouest
Sud Sudouest
Sudouest quart de Sud
Sudouest
Sudouest quart d'Ouest
Ouest Sudouest
Ouest quart de Sudouest
Ouest
Ouest quart de Nordouest
Ouest Nordouest
Nordouest quart d'Ouest
Nordouest
Nordouest quart de Nord
Nord Nordouest
Nord quart de Nordouest

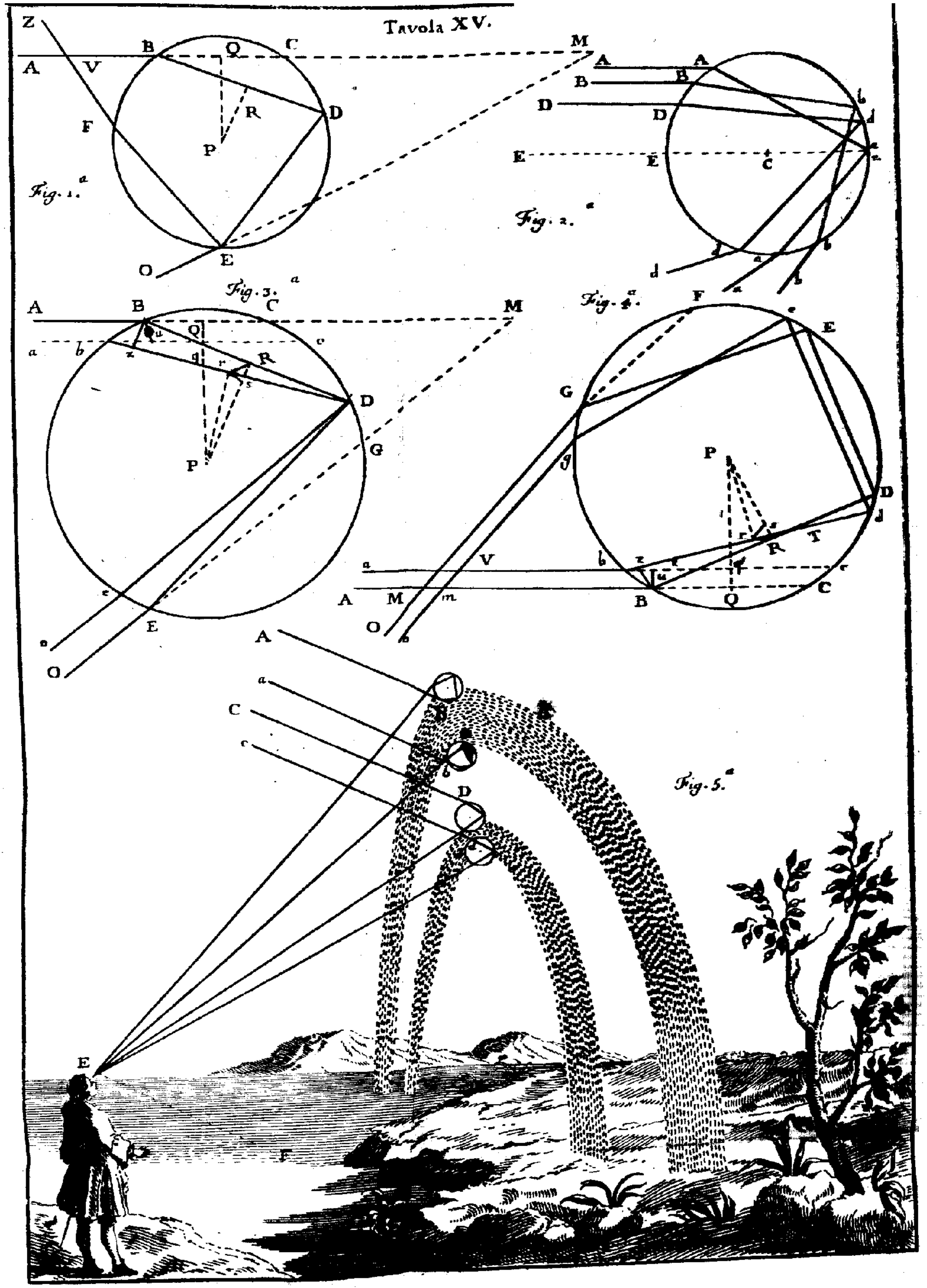


Tavola XV.
Fig. 1.a
Fig. 2.a
Fig. 3.a
Fig. 4.a
Fig. 5.a

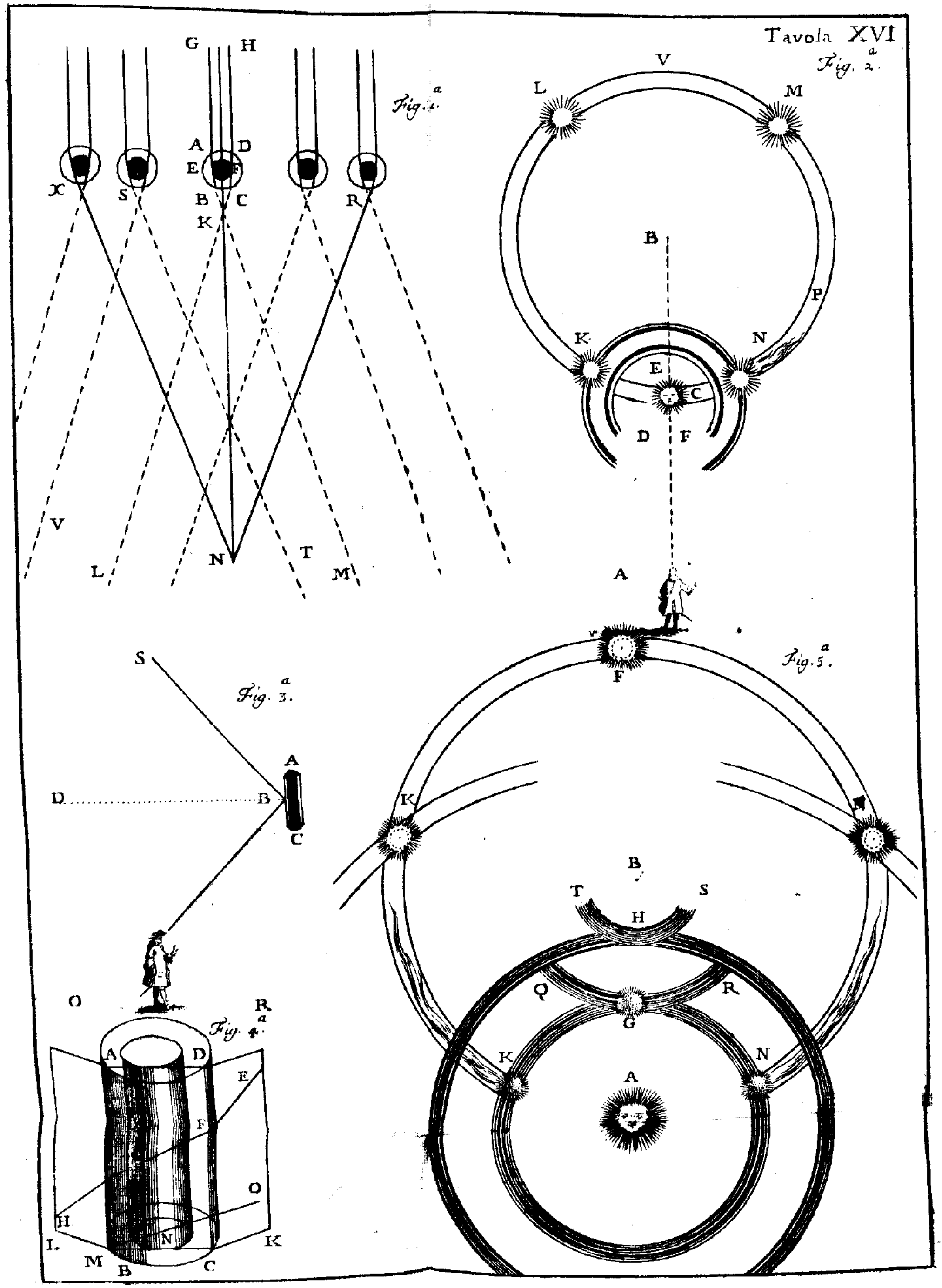


Tavola XVI
Fig. 1.a
Fig. 2.a
Fig. 3.a
Fig. 4.a
Fig. 5.a
G H
A D
E F
B C
K
X S R
V L N T M
L V M
B
P
K N
E
C
D F
A
S
D B
A
C
O R
A D
E
F
O
H
I. N K
M B C
F
K
B
T S
H
Q R
G
K N
A

Tavola XVII.

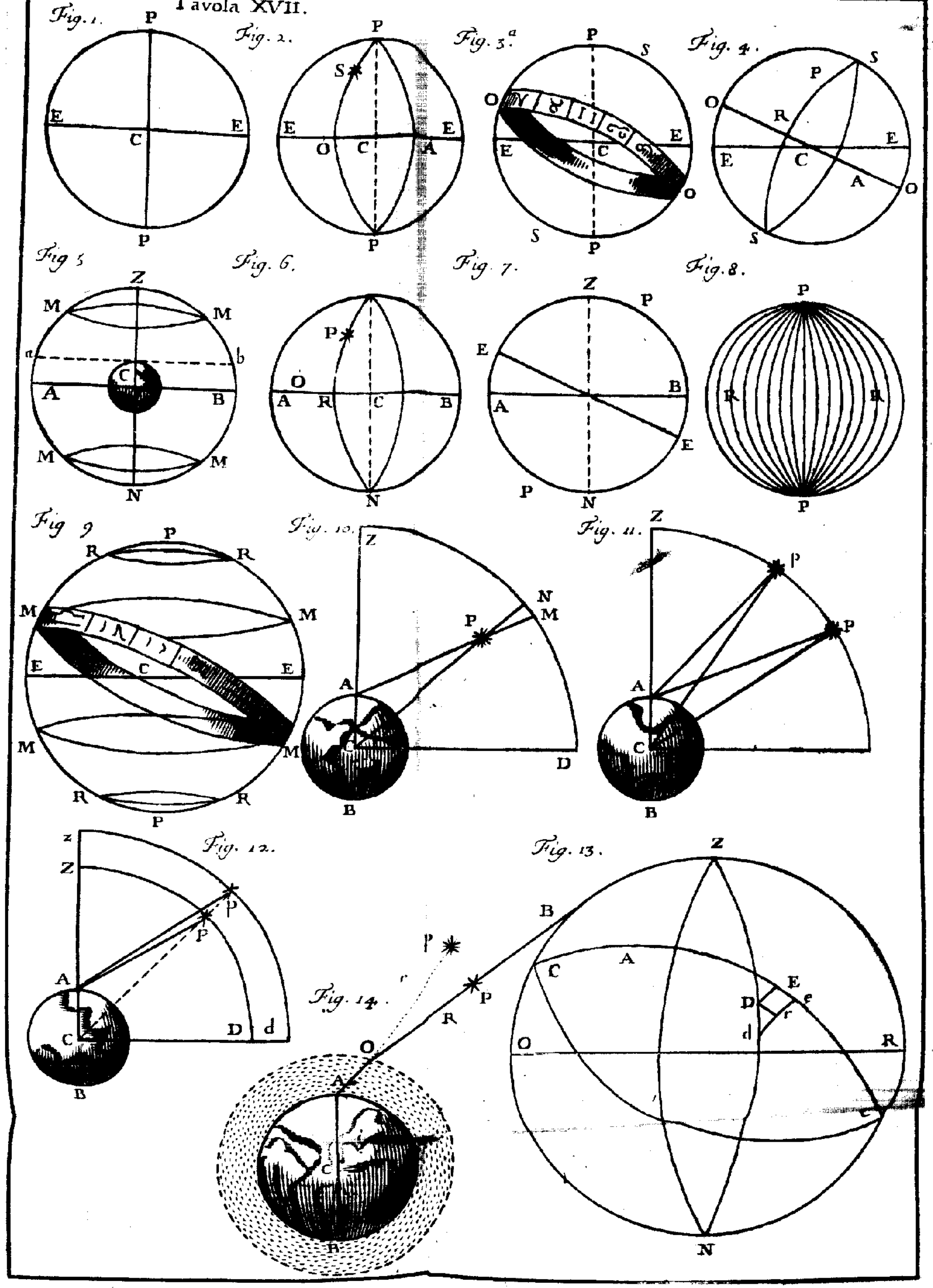


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.a
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

Tavola XVIII

Fig. 1

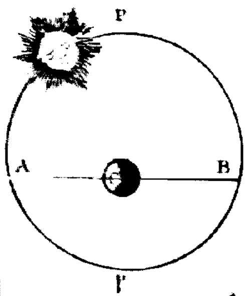


Fig. 2

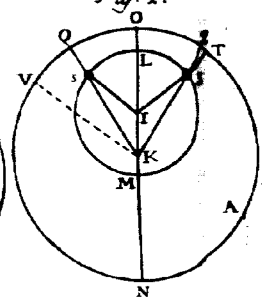


Fig. 3

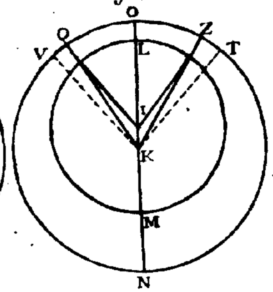


Fig. 4

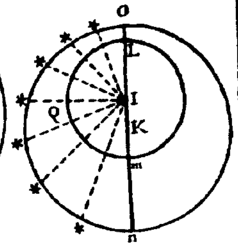


Fig. 5

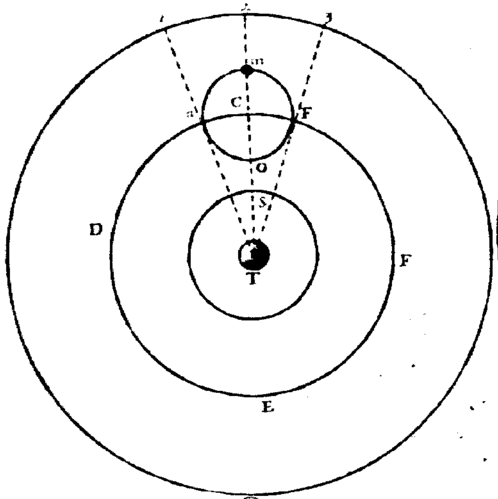


Fig 6

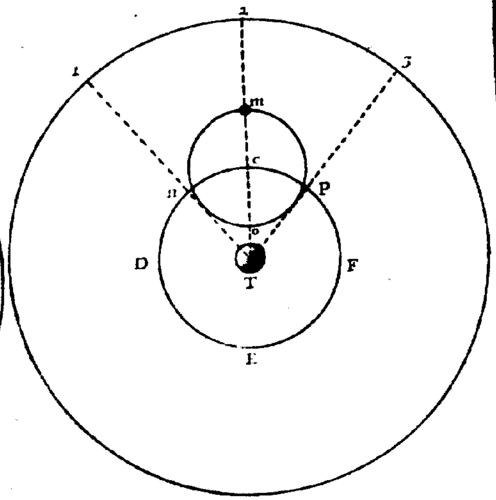


Fig. 7

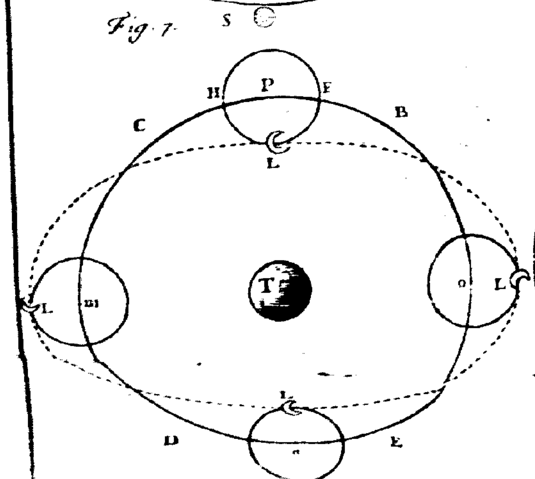


Fig. 8

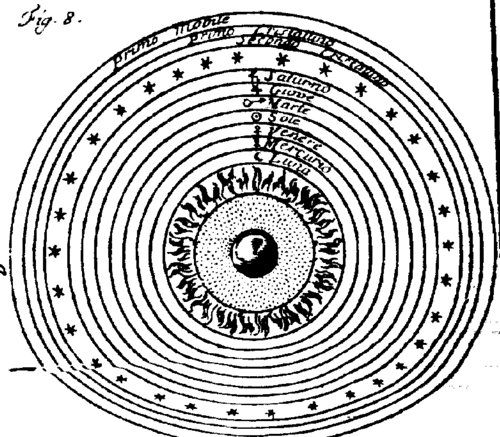


Tavola XIX.

Fig. 1.

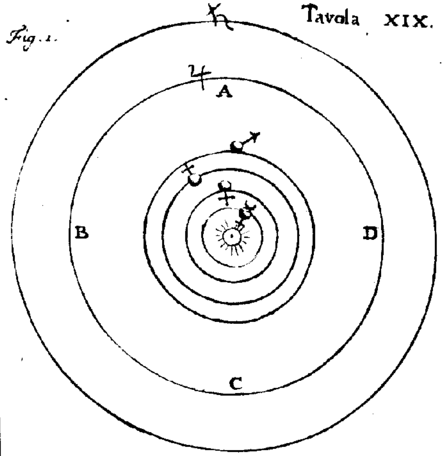


Fig. 2.

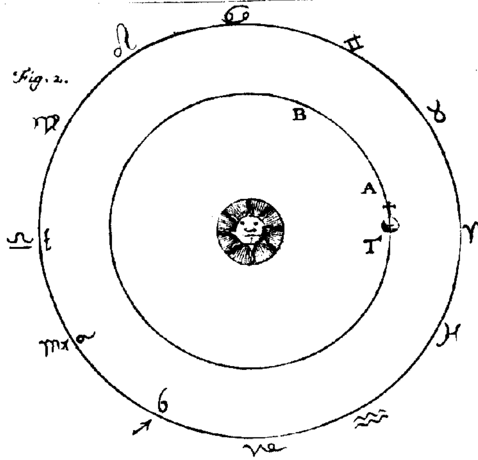


Fig. 3.

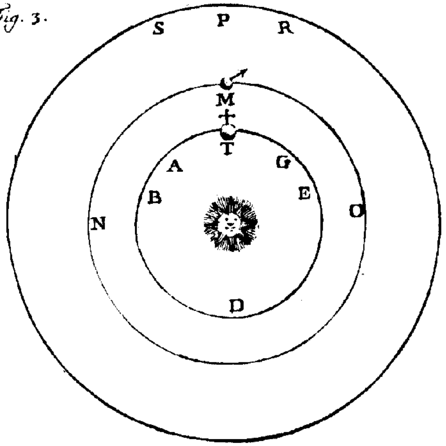


Fig. 4.

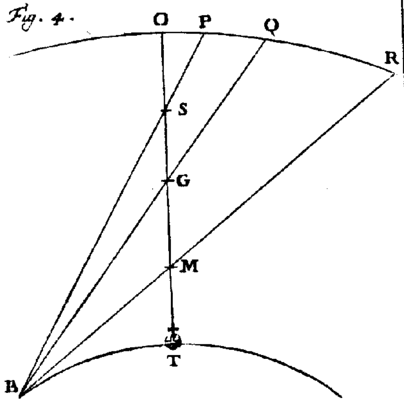


Fig. 5.

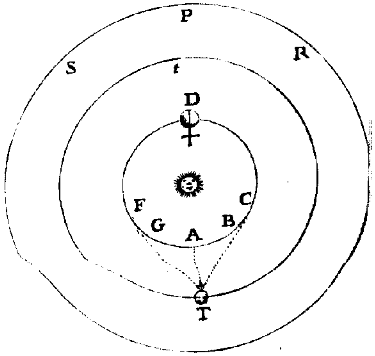
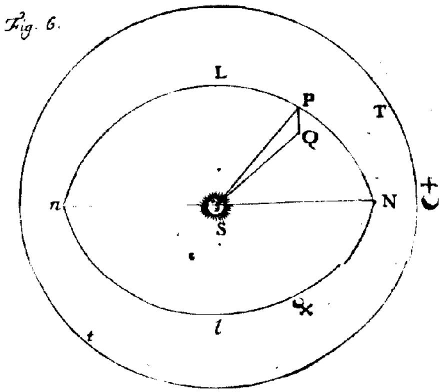


Fig. 6.



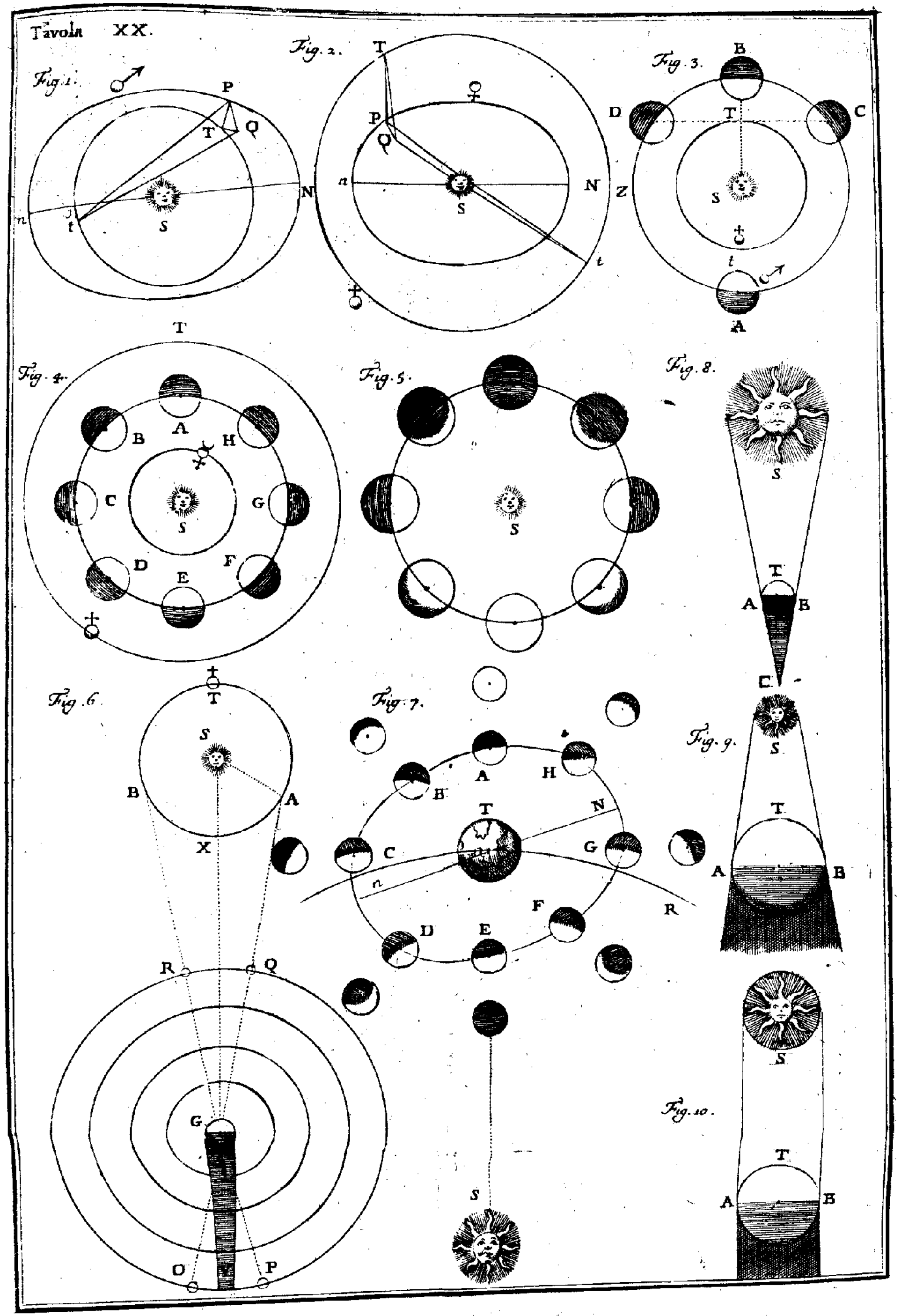


Tavola XX.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

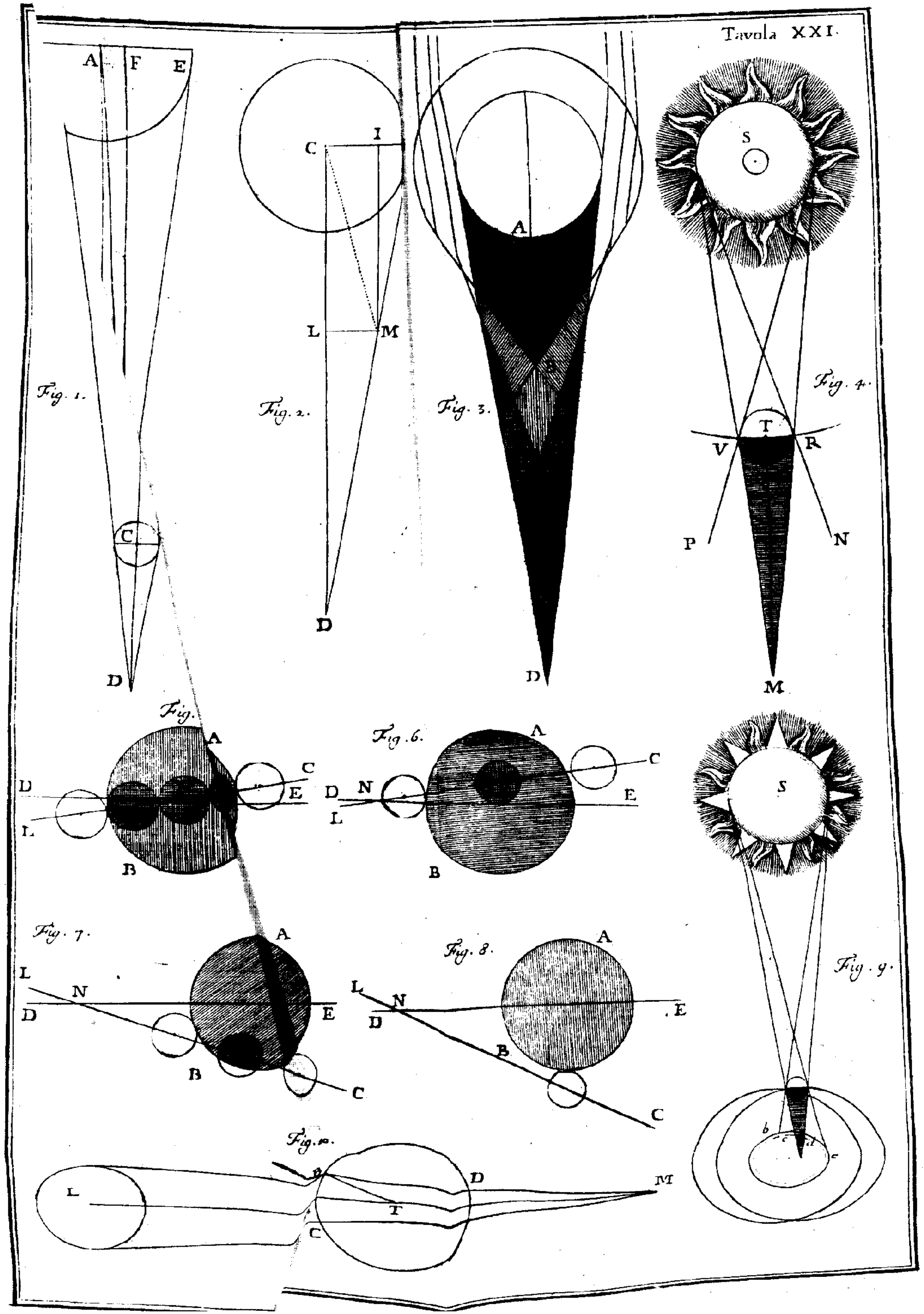


Tavola XXI.
Fig. 1.
A F E
C
D
Fig. 2.
C I
L M
D
Fig. 3.
A
D
Fig. 4.
S
T
V R
P N
M
Fig.
A
D E
L
B
C
Fig. 6.
A
N
D E
L
B
C
Fig. 7.
A
L N
D E
B
C
Fig. 8.
A
L N
D E
B
C
Fig. 9.
S
b
Fig. 10.
L
D
M
T
C

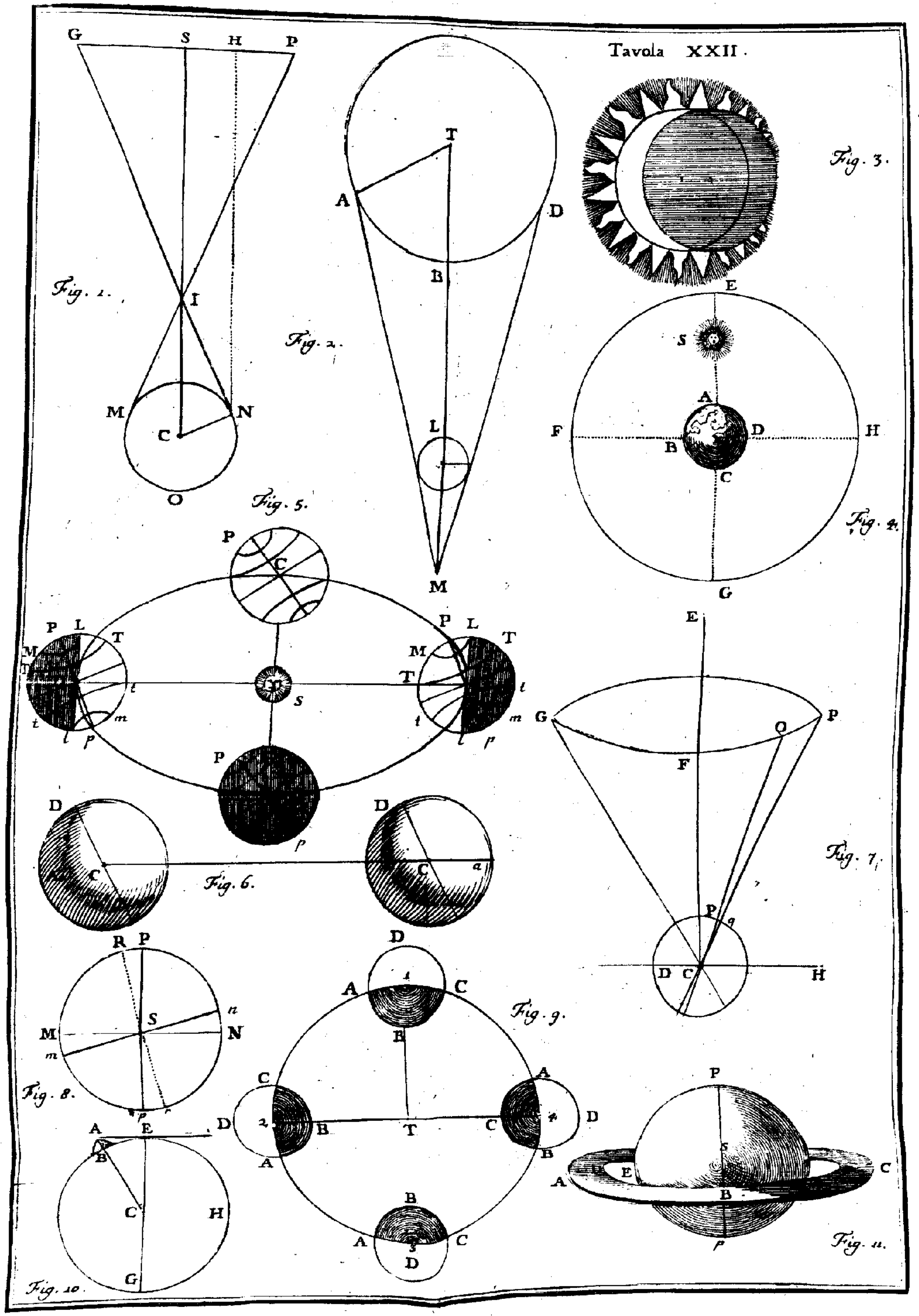


Tavola XXII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.

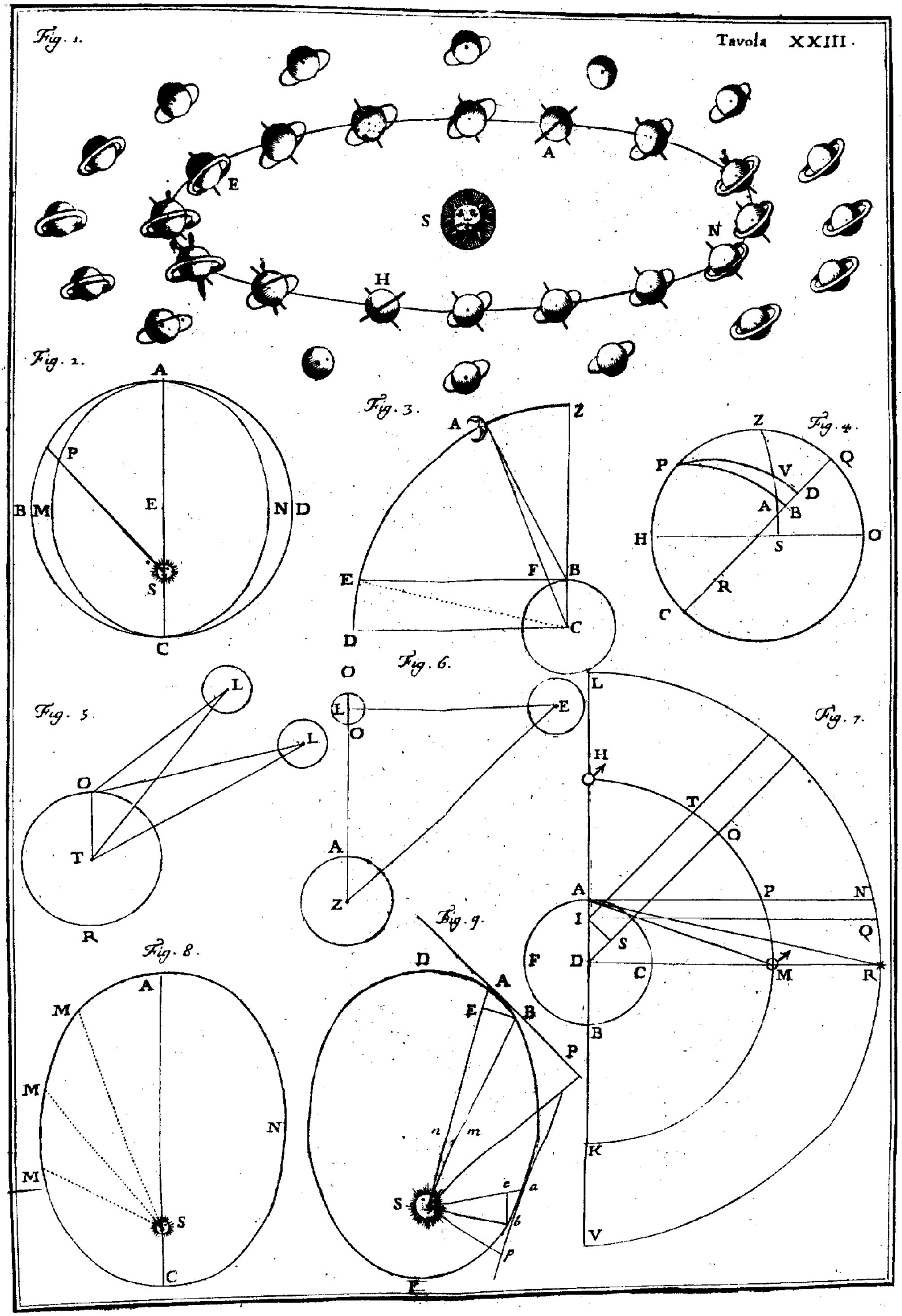


Tavola XXIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.

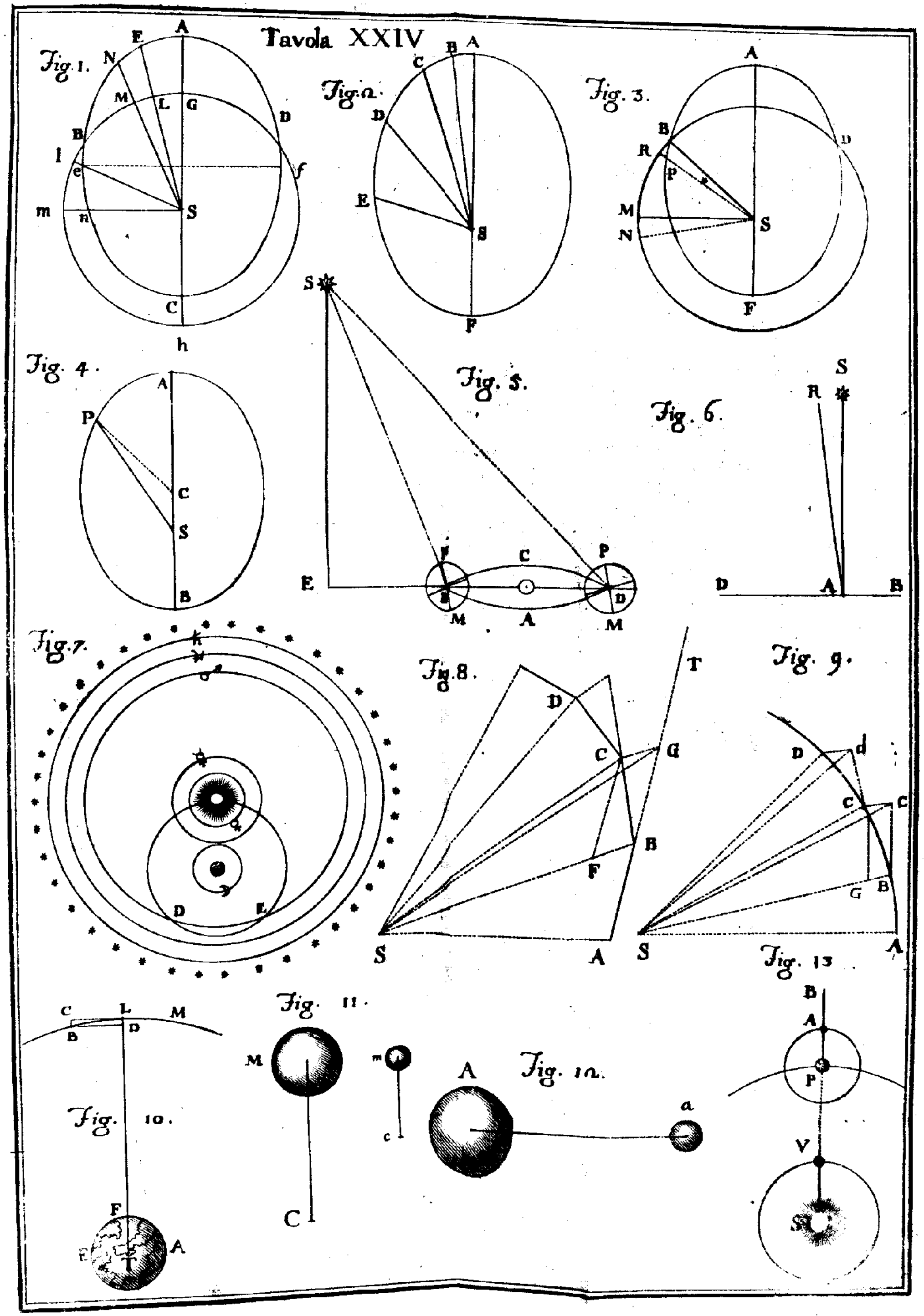


Tavola XXIV
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

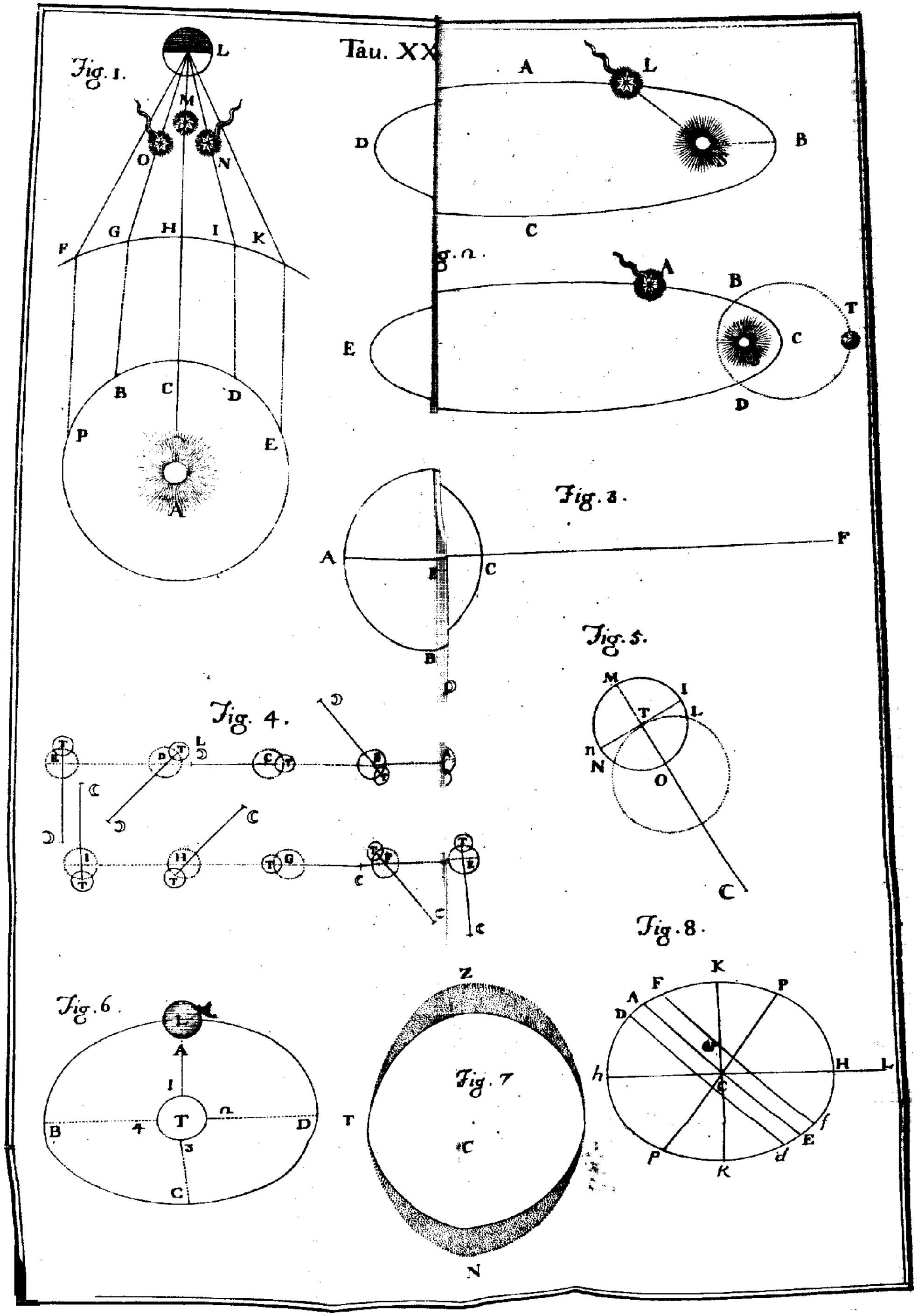

Tau. XX
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

Tavola XXVI (1a)

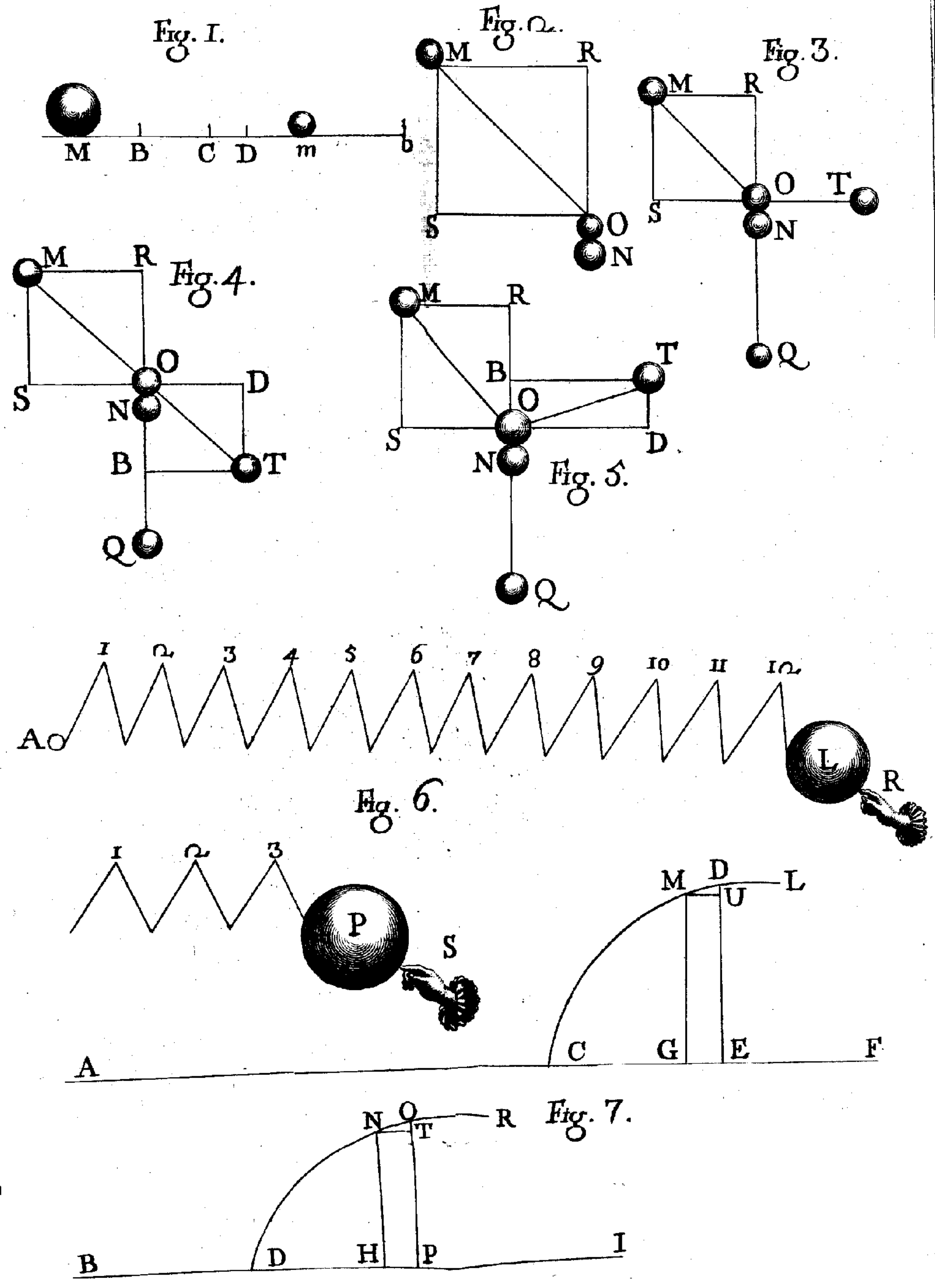


Tavola XXVI (2.ª)

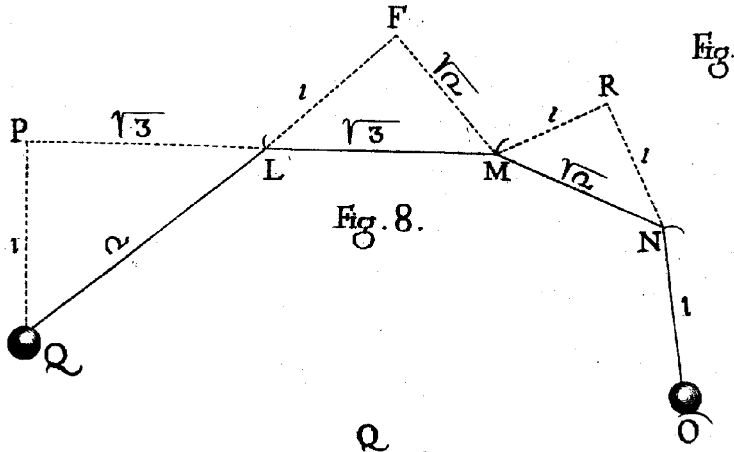


Fig. 8.

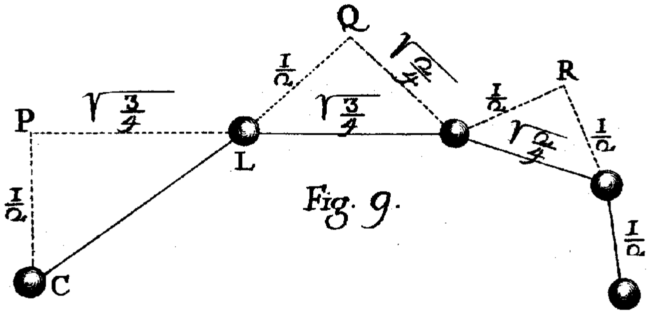


Fig. 9.

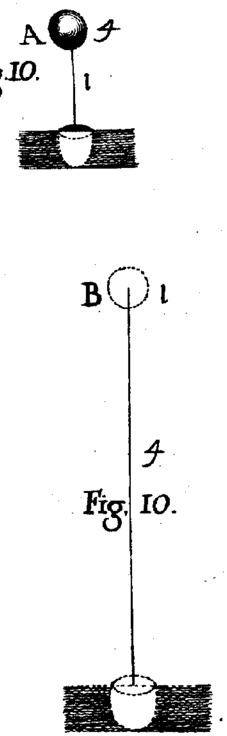


Fig. 10.

Fig. 10.

Fig. 11.

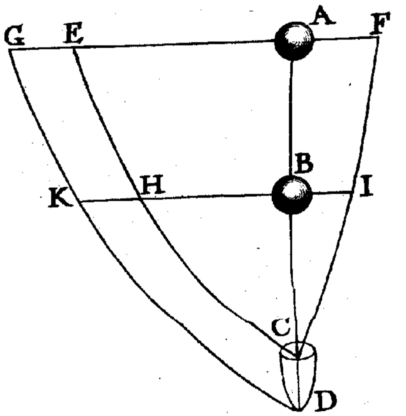


Fig. 12.